ГЛАВА V

ФОРМАЛИЗМ ВОЛНОВОЙ МЕХАНИКИ И ЕГО ИСТОЛКОВАНИЕ

§ 1. Введение

В предыдущей главе мы изложили основы статистической интерпретации квантовой теории и с самой общей точки зрения рассмотрели внутреннюю логическую непротиворечивость теории, ее согласие с результатами опыта, а также новый специфический способ описания природных явлений. Теперь, ограничиваясь более узкими рамками волновой механики систем частиц (в нерелятивистском приближении), мы дополним и уточним статистическую интерпретацию теории в согласии с общими принципами.

Мы принимаем таким образом, что динамическое состояние физической системы полностью определяется заданием волновой функции. В отличие от классической теории динамические переменные системы не могут быть все точно определены в каждый момент времени. При измерении одной какой-либо динамической переменной результаты измерения следуют некоторому вероятностному закону, который полностью определяется волновой функцией системы.

В гл. IV (раздел I) были сформулированы вероятностные законы, связанные с измерением координаты и импульса, а также были приведены общие формулы для средних значений функций координат в конфигурационном пространстве и функций координат в пространстве импульсов. Однако пока не были указаны правила, позволяющие получить статистическое распределение измерений в более общем случае, а именно, когда динамическая переменная является функцией как пространственных координат, так и компонент импульса. Это будет сделано в трех первых разделах данной главы, а основные постулаты изложены в разделе I.

Каждой динамической переменной $\mathscr{A}$ сопоставляется некоторый эрмитов оператор A, действующий в пространстве волновых функций; при этом среднее значение результатов измерения $\mathscr{A}$ дается некоторым выражением, получаемым с помощью оператора A и обобщающим формулы гл. IV (§ 5). Постулируя эти правила для всех динамических переменных и для всех функций от этих переменных, мы приходим к искомому статистическому распределению. Его явное выражение тесно связано с решением задачи на собственные значения для оператора A. В разделе II будут изучены свойства собственных значений и собственных функций оператора A в частном случае, когда спектр собственных значений является дискретным, а собственные функции квадратично интегрируемы. Затем вероятностный закон будет получен при помощи разложения волновой функции физической системы по полной системе собственных функций оператора A. В разделе III та же проблема рассматривается в более общем случае, когда спектр собственных значений оператора содержит область, где спектр непрерывен.

В разделе IV с формальной точки зрения рассматривается проблема нахождения волновой функции квантовой системы, если осуществлено одновременное точное измерение полного набора совместных переменных. Если такое «максимальное наблюдение» не реализовано, информация относительно динамического состояния физической системы является неполной. В этом случае исследование поведения системы может быть продолжено на основе статистических методов, причем слово «статистических» следует понимать уже в обычном смысле.

Операторы, сопоставляемые двум совместным динамическим переменным, коммутируют между собой. Если бы все операторы попарно коммутировали, то все динамические переменные могли бы быть одновременно точно определены. Эта ситуация характерна для классической теории. В квантовой механике некоторые пары динамических переменных несовместны и соответствующие коммутаторы отличны от нуля. Поэтому коммутаторы операторов играют первостепенную роль в квантовой теории. Раздел V посвящен изучению коммутаторов, явному вычислению некоторых из них, а также выводу и исследованию некоторых уравнений, в которых понятие коммутатора особенно полезно.

Раздел I. ЭРМИТОВЫ ОПЕРАТОРЫ И ФИЗИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Всякий раз, когда нам потребуется пример для иллюстрации излагаемых положений, мы будем обращаться к примерам квантовых систем в одном измерении (см. гл. III) или в трех измерениях (системы, содержащие одну частицу). Следует однако помнить, что все результаты справедливы и в общем случае квантовых систем с любым числом измерений.

§ 2. Пространство волновых функций

Волновые функции, представляющие состояние квантовой системы, принадлежат функциональному пространству, которое следует точно определить. Для того, чтобы вероятностные