

## **ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРОВ**

Этот трактат вырос из курса лекций, читанных тем или другим из авторов на протяжении последних шестнадцати лет. Сама книга находилась в процессе подготовки в течение более чем половины этого времени, хотя, правда, было много перерывов, больших и малых. Проблемой не последней важности являлось при этом достигнуть надлежащего понимания в вопросе о том, что должно составить основное содержание книги и как это содержание должно быть представлено.

Современная теоретическая физика представляет собой весьма обширную область; изложение всех относящихся сюда предметов не поместились бы и на пятифутовой книжной полке, и оно находится далеко за пределами возможностей и интересов авторов. Но не все участки этой области в наше время интенсивно разрабатываются; части, в которых за последние двадцать лет сделаны наиболее примечательные успехи, связаны главным образом не столько с частицами, сколько с полями, с волновыми функциями, силовыми полями, электромагнитным и акустическим потенциалами, т. е. со всем, что является решениями дифференциальных уравнений в частных производных, определенными краевыми условиями. Именно на этом общем подходе и концентрируется внимание в настоящем трактате. Пятьдесят лет назад он мог бы быть назван «Дифференциальные уравнения в частных производных физики» или «Краевые задачи». Сегодня, по причине распространенности концепции и методов теории поля, не будет, быть может, неподходящим использование более общего названия.

Но даже и эта ограниченная область не могла бы быть освещена в двух томах курса. Описание физических понятий и экспериментальных методов всех тех отраслей физики, которые пользуются полями, заняло бы огромнейшую полку, причем в этом описании дублировалось бы основное содержание многих прекрасных книг, а единство предмета, имеющее основное значение, в нем было бы погребено в массе деталей. И в самом деле, единство теорий полей лежит в аналитическом аппарате, в тех математических средствах, которые эти теории используют для получения решений. Этот аппарат остается в своей сущности одним и тем же, изучаем ли мы поле, соответствующее нейтральному мезону, или сигналу радара, или звуковой волне, или облаку диффундирующих нейtronов. Вследствие этого предлагаемый курс в первую очередь дает представление тех математических средств, которые оказались наиболее полезными при изучении основных физических конструкций, связанных с полями, а также дает ряд примеров, показывающих, как эти средства могут быть использованы при решении различных физических задач. При этом сообщаются только те физические сведения, которые необходимы, чтобы сделать примеры понятными.

Однако мы не утверждаем, что этот труд является математическим сочинением. Физик, использующий математику как орудие, может также

воспользоваться своими физическими знаниями для того, чтобы так дополнить уравнения, как чистый математик не рискует (и не должен рисковать) это сделать. Например, он может пользоваться представлением о точечном заряде; математик же должен добиваться выяснения аналитических капризов дельта-функции Дирака. Физик обычно отправляется от уже описанного и измеренного решения дифференциального уравнения в частных производных; математик же часто вынужден детально разрабатывать сеть теорем и лемм, чтобы точно показать, когда данное уравнение имеет единственное решение. Рассуждения, приводимые в этой книге, будут, мы надеемся, понятны и удовлетворительны для физиков и инженеров, для которых написана эта работа; математик же зачастую не сочтет их достаточно строгими.

Будучи ограничен в этих двух различных направлениях — в количестве физического материала и в математической строгости, — наш трактат, надо надеяться, является сравнительно замкнутым и завершенным. Предполагается, что читатель владеет физикой в объеме знаний, даваемых физическими факультетами; математическая же подготовка предполагается в объеме обычных курсов анализа и дифференциальных уравнений. Дальнейший необходимый математический материал из векторного и тензорного анализа и из теории линейных дифференциальных и интегральных уравнений, относящийся к нашему предмету, излагается в тексте.

Изложение ведется в довольно замкнутом стиле, так что лишь изредка приходится прибегать к выражению «можно показать», столь расстраивающему читателя. Даже на ранней стадии обсуждения основного математического аппарата сделана попытка сопоставить уравнения и методы с физическими свойствами полей, являющихся главным объектом изучения. Во многих случаях выводы даны дважды, сначала в полуинтуитивной манере, чтобы выявить физическую сущность вопроса, а затем со всеми символами и уравнениями, чтобы достигнуть необходимой степени строгости. Иногда часть рассуждения повторяется в позднейшей главе с другой точки зрения, чтобы избежать чрезмерного количества ссылок; это было признано желательным, хотя и повлекло за собой некоторое увеличение объема книги.

Мы старались освободиться от тривиальных и слишком частных примеров решений. В результате, конечно, включенные примеры, для того чтобы выявить все то, что есть в них интересного, часто требуют длинных и сложных объяснений; однако эта книга и предназначена как раз для того, чтобы объяснить, насколько трудные задачи могут быть решены, а такое объяснение не может быть иллюстрировано простыми примерами. Вариационные методы в применении к задачам дифракции, итерационные методы, используемые при вычислении рассеяния волн на нерегулярных границах, вычисление сходящихся рядов для собственных состояний, возмущенных сильными потенциалами взаимодействия, — все эти методы обнаруживают свою подлинную силу только тогда, когда они применяются в задачах, неразрешимых иным способом.

Другой общий принцип также работал в направлении удлинения рассуждений. Авторы предпочитали, так часто, как только это было возможно, «атаковать» задачи «в лоб», стараясь не «зарыться в них». Они предпочитали попытаться показать, как находить решение нового и незнакомого уравнения, вместо того чтобы приводить список выражений, относительно которых кто-то нашел, что они являются решениями интересных задач. Однако некоторого количества «раздражающих» примеров, в которых решение появляется, так сказать, с неба, а затем доказывается, что оно в самом деле является решением, нельзя было избежать. Обычно такие примеры занимают меньше места и легче типографски воспроизво-

лятся; однако в большом количестве они вызывают у изучающего состояние подавленности или фатализма.

Мы надеемся, что эта работа окажется также сравнительно замкнутой и в отношении численных таблиц и списков употребительных формул. Таблицы и перечни основных свойств, помещенные в конце каждой главы, резюмируют основные результаты этой главы и позволяют легко обозреть основные свойства наиболее часто используемых функций. Вместо того чтобы рассеивать литературные ссылки по всему тексту, мы собрали их также в конце каждой главы; это позволяет легче находить их в случае необходимости. Сюда были включены только названия тех книг и статей, относительно которых авторы чувствовали, что они будут полезны читателю, дополняя материал данной главы; эти ссылки отнюдь не предназначены для указания приоритета или кульминационных точек исторического развития. Историческое развитие теории, являющейся основным предметом этой книги, было бурным и потребовало усилий многих знаменитых личностей. Методы переоткрывались и получали новое имя почти всякий раз, как обнаруживалась новая ветвь физики. Полное биографическое описание потребовало бы сотен страниц, многие из которых были бы очень скучны. Мы давали ссылки, чтобы помочь читателю понять предмет, а не для того, чтобы закрепить за каждым исследователем «его долю». Искренне говоря, мы дали ссылки на те работы, которые мы сами знаем и которые мы нашли полезными.

Была сделана попытка координировать выбор символов для обозначения различных определяемых и используемых функций. В тех случаях, когда символы, используемые в литературе, прочно установились, как, например, для бесселевых функций, мы следовали принятым обозначениям. Когда же имелось несколько различных символов, выбирался тот, который логически лучше подходил к остальному материалу и вызывал меньше повторений, как это было сделано в случае функций Матье. В немногих случаях функции были перенормированы, чтобы сделать их более удобными для употребления; этим новым функциям даны новые обозначения, как в случае полиномов Гегенбауера. Соотношение между используемыми в этой книге обозначениями и другими обозначениями, которые достаточно часто появляются в физической литературе, указано в Приложении; там же дан общий указатель символов.

Таблиц, помещенных в Приложении, будет достаточно для большинства вычислений, относящихся к основному предмету этой книги. Мы предпочли включить большое количество таблиц с ограниченными диапазоном и точностью, нежели давать немного таблиц с большим числом входов и значащих цифр. Табулировано большинство функций, используемых в реально возникающих физических задачах, но некоторые вспомогательные функции, такие, как гамма-функция или эллиптические функции, не представлены, равно как и некоторые функции со слишком многими независимыми параметрами, такие, как гипергеометрические функции. Некоторые функции, такие, как параболические и сфероидальные волновые функции, мы хотели включить, но их полные основные таблицы еще не опубликованы.

Некоторые из чертежей в этой книге, относящиеся к трем измерениям, выполнены для стереоскопического рассматривания. Их можно рассматривать либо при помощи какого-либо обычного стереоскопа, либо же без какого бы то ни было дополнительного приспособления, расслабляя фокусирующие мускулы глаз и заставляя каждый глаз смотреть на соответствующий ему рисунок. При этом следует делать такое усилие, которое нужно было бы для того, чтобы рассмотреть нечто, находящееся за плоскостью рисунка. Само собой разумеется, что эти рисунки можно рас-

сматривать и как обычные перспективные, не обращая внимания на то, что они дублированы. Однако читатель, научившийся после недолгих упражнений «стереоскопическому видению», будет рассматривать эти рисунки с удовольствием.

Авторам при выполнении их задачи помогали многие. Сотни аспирантов, которые слушали соответствующий курс с 1935 года, вольно или невольно помогли при выборе порядка изложения и при отборе относящихся сюда примеров. Они исправили почти все опечатки литографированного издания записей лекций, на которых базируется эта книга; однако они еще не имели времени устранить те неизбежные ошибки, которые имеются в этом издании. Любой из читателей может помочь в этом, обратив внимание авторов на те ошибки, которые он заметит,

Была также и более специализированная помощь. Доказательство теоремы Коши, данное на стр. 334, было предложено Р. Баасом. В чтении рукописи и корректур участвовали профессора Дж. А. Стрэттон и Н. Г. Франк, доктора Гарольд Левин, К. У. Ингард, Вальтер Хойзер, Роберт и Джейн Пис, С. Рубинов, а также Ф. М. Юнг, М. К. Ньюстейн, Л. Сартори, Дж. Литтл, Э. Ломон и Ф. Дж. Корбато. Всех их следует поблагодарить за многочисленные исправления и улучшения; на них не должно взваливать вину за ошибки и неудобоваримые выражения, которые, без сомнения, еще остались. Мы выражаем также благодарность профессору Юлиану Швингеру за беседы и советы, стимулировавшие нашу работу.

*Филипп М. Морс,  
Герман Фешбах.*

Май 1953.