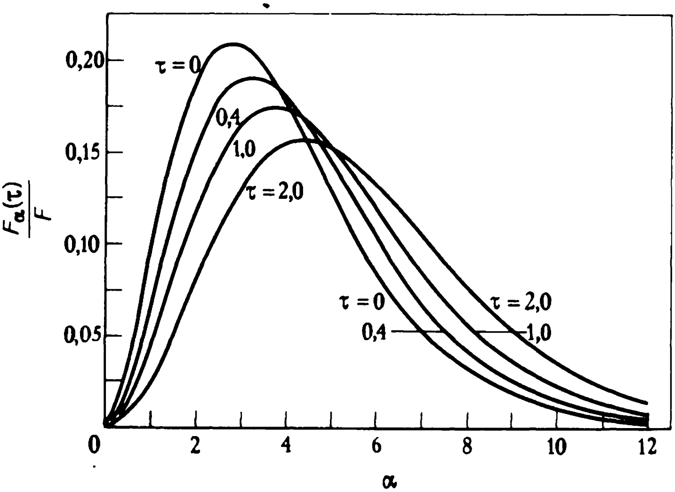

Рис. 3.1. Частотное распределение потока на нескольких глубинах в серой атмосфере. (По [155], с разрешения.)

единицах, т.е. положив $F_\alpha(\tau) = F_\nu(\tau)d\nu/d\alpha$, и использовав соотношение $F \equiv \sigma_R T^4_{\text{эфф}}/\pi$, можно переписать формулу (3.81) в виде

$$\frac{F_\alpha(\tau)}{F} = \frac{4\pi k^4}{h^3c^2\sigma_R}\alpha^3\left\{\int\limits_\tau^\infty \frac{E_2(t-\tau)dt}{\exp[\alpha p(t)]-1} - \right.$$

$$\left. - \int\limits_0^1 \frac{E_2(\tau - t)dt}{\exp[\alpha p(t)]-1}\right\}. \tag{3.82}$$

Выражение в фигурных скобках является функцией только α и τ, и его можно вычислить раз и навсегда. Таблица значений $F_\alpha(\tau)/F$ дана в [161], стр. 295, а график функции приведен на рис. 3.1. На рис. 3.1 хорошо видно уменьшение энергии фотонов по мере их распространения из глубины к поверхности. Например, при $\tau = 0$ наиболее часто встречающаяся энергия фотонов составляет лишь около 75% значения этой величины при $\tau = 1$. Это прогрессирующее покраснение фотонов в наружных слоях вызвано падением температуры наружу, являющимся следствием существования лучистого равновесия.

3.6. Атмосфера, мало отличающаяся от серой

Пользуясь соответствующим средним коэффициентом поглощения, можно, по крайней мере приближенно, учесть малые отклонения от серой атмосферы, сильно расширив тем самым область применимости результатов, полученных для серой атмосферы. Предположим, что изменение коэффициента поглощения с частотой на всех глубинах одно и то же, так что можно написать

$$\chi_\nu = \bar{\chi}_c(1 + \beta_\nu) \equiv \chi_c \gamma_\nu, \tag{3.83}$$

где

$$\chi_c F = \int_0^\infty \chi_\nu F_\nu^{(1)} d\nu. \tag{3.84}$$

В формуле (3.84) через $F_\nu^{(1)}$ обозначен *поток в серой атмосфере*. Средний коэффициент поглощения $\bar{\chi}_c$, определяемый формулой (3.84), называют *чандрасекаровым средним*. Как мы увидим ниже, этот средний коэффициент поглощения построен таким образом, что позволяет оптимальным образом использовать информацию, содержащуюся в решении задачи о серой атмосфере. В отличие от потокового среднего [формула (3.21)] чандрасекарово среднее при любой заданной зависимости непрозрачности от частоты (т.е. β_ν или γ_ν) можно вычислить непосредственно, ибо $F_\nu^{(1)}$ — известная функция.

Рассмотрим теперь, как можно решить задачу о переносе излучения в несерой атмосфере, пользуясь методом последовательных приближений. Уравнение переноса в этом случае (в предположении ЛТР) есть

$$\mu \frac{\partial I_\nu}{\partial \bar{\tau}} = (\chi_\nu/\bar{\chi})(I_\nu - B_\nu) = (1 + \beta_\nu)(I_\nu - B_\nu). \tag{3.85}$$

Если предположить, что отклонения β_ν можно считать малыми, то первое приближение к решению уравнения (3.85) получим, положив $\beta_\nu \equiv 0$. Уравнение переноса переходит тогда в уравнение для серой атмосферы

$$\mu \frac{\partial I_\nu^{(1)}}{\partial \bar{\tau}} = I_\nu^{(1)} - B_\nu, \tag{3.86}$$

решение которого уже известно. Чтобы получить второе приближение, запишем

$$\mu \partial I_\nu^{(2)}/\partial \bar{\tau} = I_\nu^{(2)} - B_\nu + \beta_\nu (I_\nu^{(1)} - B_\nu)$$

или, если воспользоваться (3.86),

$$\mu \partial I_\nu^{(2)}/\partial \bar{\tau} = I_\nu^{(2)} - B_\nu + \beta_\nu \mu \partial I_\nu^{(1)}/\partial \bar{\tau}. \tag{3.87}$$

Если потребовать, чтобы поле излучения, даваемое этим вторым приближением, удовлетворяло условию лучистого равновесия, то $dF^{(2)}/d\bar{\tau} \equiv 0$, где $F^{(2)}$ — интегральный поток. Тогда из уравнения (3.87) находим

$$J^{(2)} - B + \frac{d}{d\bar{\tau}} \int_0^\infty \beta_\nu F_\nu^{(1)} d\nu = 0. \tag{3.88}$$

Заметим, однако, что из формул (3.83) и (3.84) следует, что

$$\bar{\chi}_c F = \bar{\chi}_c \int_0^\infty (1 + \beta_\nu) F_\nu^{(1)} d\nu = \bar{\chi}_c F + \bar{\chi}_c \int_0^\infty \beta_\nu F_\nu^{(1)} d\nu, \tag{3.89}$$

или

$$\int_0^\infty \beta_\nu F_\nu^{(1)} d\nu = 0. \tag{3.90}$$

Следовательно, условие лучистого равновесия для несерой атмосферы, которая удовлетворяет условиям описанного выше приближения, вырождается в соотношение $J^{(2)} = B(\bar{\tau})$. Это означает, что распределение $T(\bar{\tau})$ в серой атмосфере, где $\bar{\tau}$ — оптическая глубина в шкале чандрасекарова среднего, будет в первом приближении автоматически удовлетворять условию лучистого равновесия для несерой атмосферы. Метод получения приближений более высоких порядков описан в [161], стр. 296 и дальше.

Ограничиваясь первым приближением, интенсивность выходящего излучения для несерой атмосферы можно вычислить по формуле

$$I_\nu(0, \mu) = \int_0^\infty B_\nu(T(\bar{\tau})) \exp(-\gamma_\nu \bar{\tau}/\mu)\, (\gamma_\nu/\mu) d\bar{\tau}, \tag{3.91}$$

а поток

$$F_\nu(0) = 2 \int_0^\infty B_\nu(T(\bar{\tau})) E_2(\gamma_\nu \bar{\tau}) \gamma_\nu d\bar{\tau}. \tag{3.92}$$

Если ввести параметр $\alpha \equiv h\nu/(kT_{\text{эфф}})$, как это делалось в §3.5, и написать

$$B_\nu(T(\bar{\tau})) = B_\nu(T_0) \frac{\exp(\alpha T_{\text{эфф}}/T_0) - 1}{\exp[\alpha p(\bar{\tau})] - 1} = B_\nu(T_0) b_\alpha(\bar{\tau}), \tag{3.93}$$

то формулы (3.91) и (3.92) приводятся к следующей форме:

$$I_\nu(0, \mu) = B_\nu(T_0) \int_0^\infty b_\alpha(\bar{\tau}) \exp(-\gamma_\nu \bar{\tau}/\mu) \times$$
$$\times (\gamma_\nu/\mu) d\bar{\tau} \equiv B_\nu(T_0) \mathscr{I}(\alpha, \gamma_\nu/\mu), \tag{3.94}$$

$$F_\nu(0) = 2B_\nu(T_0) \int_0^\infty b_\alpha(\bar{\tau}) E_2(\gamma_\nu \bar{\tau}) \gamma_\nu d\bar{\tau} \equiv B_\nu(T_0) \mathscr{F}(\alpha, \gamma_\nu). \tag{3.95}$$

Функция $b_\alpha(\bar{\tau})$ при любом заданном значении α имеет некоторый вполне определенный вид, и поэтому функции $\mathscr{I}(\alpha, \beta)$ и $\mathscr{F}(\alpha, \beta)$ можно рассчитать раз и навсегда. Таблицы этих функций имеются в [161], стр. 306 — 307.

Введенные только что функции $\mathscr{I}(\alpha, \beta)$ и $\mathscr{F}(\alpha, \beta)$ в свое время сыграли важную роль в развитии теории звездных атмосфер. Анализируя данные наблюдений, имевшиеся для Солнца, Мюнч [473] сумел найти те значения γ_ν, которые лучше всего воспроизводили наблюдаемые потоки и потемнение к краю. Было показано, что они находятся в разумном согласии с зависимостью от частоты коэффициента поглощения отрицательного иона водорода H^-, рассчитанной Чандрасекаром. Исследования такого рода привели к надежному отождествлению H^- как основного источника непрозрачности в атмосфере Солнца. Более подробное рассмотрение непрозрачностей дается в следующей главе.