

зона изучалась как в приближении пути перемешивания [652] (см. также [479]), так и в рамках более детальных гидродинамических теорий [99], [100]. Недавно развиты методы расчета конвективных моделей, использующие метод линеаризации, аналогичный описанному в § 7.2 [274], [275], [479]. Главное изменение в формулировке метода состоит в использовании в качестве уравнения энергетического баланса соотношения (7.77). Вводится дискретное представление потока (см. стр. 207). Пользуясь сеткой $\{\mu_i, \nu_i\}$ для угловой и частотной переменных, можем написать

$$4\pi \sum_{i=1}^l w_i \mu_i^2 (u_{d+1/2, i} - u_{dl}) / \Delta\tau_{d+1/2, i} + \pi F_{\text{конв}} \Big|_{d+1/2} = \sigma_R T_{\text{эфф}}^4. \quad (7.80)$$

Конвективный поток можно рассматривать как функцию $F_{\text{конв}} = F_{\text{конв}}(p, p_g, T, \nabla)$ [если эти переменные известны, то ∇_E получается по формуле (7.76), а $F_{\text{конв}}$ — из (7.69)]. Радиативный член можно линеаризовать так же, как это делалось ранее. При линеаризации конвективного члена полное давление фиксировано и производные, входящие в выражение

$$F_{\text{конв}} = F_{\text{конв}}^0 + (\partial F_{\text{конв}} / \partial p_g) \delta p_g + (\partial F_{\text{конв}} / \partial T) \delta T + (\partial F_{\text{конв}} / \partial \nabla) \delta \nabla, \quad (7.81)$$

рассчитываются численно. Чтобы привести его к выражению, содержащему только δT , вводится несколько приближений [274]. Разработаны практические процедуры для получения численных решений [274], [275]. Улучшения сходимости можно было бы добиться и введением наряду с членами, содержащими δT , также и членов с δN , но, как уже описывалось выше, это оказывается дороже.

Теория конвекции, применяемая в настоящее время при анализе звездных атмосфер, является лишь эвристической. Ведутся активные работы по ее улучшению и созданию физической теории конвекции. Когда появятся более точные трактовки конвекции, мы станем понимать строение атмосфер звезд поздних типов значительно лучше.

7.4. Результаты расчетов моделей атмосфер с ЛТР для звезд ранних спектральных типов

Самая большая группа из имеющихся надежных моделей атмосфер относится к солнечному спектральному типу и более ранним. Поэтому мы ограничим свое внимание главным образом рас-

смотрением таких звезд. Для звезд более поздних типов еще предстоит преодолеть множество трудных проблем, связанных с молекулярным покровным эффектом и с гидродинамической структурой атмосфер. К настоящему времени накопилась обширная литература по плоскопараллельным моделям звездных атмосфер с ЛТР, целиком описать которую здесь невозможно. Мы дадим лишь несколько типичных ссылок. Рекомендуем читателю изучить эти статьи и указанную в них литературу. Исчерпывающий список работ по 1965 г. можно найти в [506]. Многие из моделей, указанных в этом списке, построены с использованием серого распределения температуры в шкале средних оптических глубин. Обширные сетки несерых моделей атмосфер с лучистым равновесием, построенных без учета покровного эффекта, можно найти в [421], [608]. Для А- и В-звезд главной последовательности и гигантов [423], [357], а также для белых карликов [620], [412] рассчитаны модели, в которых покровный эффект, обусловленный водородными линиями, учитывался на основе «прямого подхода». Модели О- и В-звезд, учитывающие покровный эффект, обусловленный линиями водорода и сильными линиями наиболее распространенных легких ионов, рассчитанные прямым методом, даются в [449]; [298]; [105]; [471]. Значительного улучшения описания реальных атмосфер удалось достичь путем учета (с помощью различных функций распределения непрозрачности) покровного эффекта, вызываемого огромным числом линий — от тысячи до миллионов. Предварительная модель атмосферы Проциона (F5 IV) учитывала около 30 000 линий [612]. Теперь опубликованы обширные сетки моделей, в которых полуэмпирически учитываются сотни тысяч линий [247], [512], [513], [514]. Высшим достижением в этом направлении явилась недавняя публикация моделей с $8000 \text{ K} \leq T_{\text{эфф}} \leq 50\,000 \text{ K}$, $2 \leq \lg g \leq 5$, а также модели солнечной атмосферы, в которых учтен 1 760 000 линий. Ниже описываются некоторые из типичных результатов, полученных во всех этих расчетах.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ В СПЕКТРЕ

Конечной целью анализа звездных атмосфер является построение математических моделей, которые описывают физические свойства наружных слоев звезд. Рассчитав на основе описанных в этой главе теоретических принципов детальные модели атмосфер, затем сравнивают теоретические и наблюдаемые параметры распределения энергии в спектре и стремятся поставить в соответствие

реальной звезде некоторую конкретную модель. Таким путем звезде можно приписать значения параметров, которые описывают модель ($T_{\text{эфф}}$, $\lg g$, химический состав). Сосредоточим сейчас внимание на сравнении наблюдаемых и рассчитываемых теоретически значений тех параметров, которые описывают особенности континуума, отложив обсуждение линий до второй половины книги. У звезд ранних типов спектроскопическая информация о величине ускорения силы тяжести получается главным образом из исследования профилей водородных линий (для которых механизмы уширения чувствительны к плотности), а химический состав определяется путем анализа интенсивностей линий. Поэтому сконцентрируем сейчас внимание главным образом на определении эффективной температуры и связанных с ней параметров, например болометрической поправки. При сопоставлении теоретического и наблюдаемого континуумов можно использовать разные подходы.

а) Можно сопоставлять спектр целиком. Тем самым подразумевается, что имеется *полное распределение энергии* (включающее, возможно, и спектральные области, недоступные наблюдениям с поверхности Земли). В большинстве случаев такое сравнение основывается на использовании *относительного* распределения энергии в спектре, т.е. F_ν / F_{ν_0} , где ν_0 — некоторая заранее выбранная частота. В небольшом числе случаев такое сравнение удастся провести в абсолютных энергетических единицах, используя и для звезды, и для модели потоки в эрг / (см² · с · Гс). Это обеспечивает чрезвычайно важную проверку справедливости всей теории.

б) Можно пользоваться и более ограниченной информацией о нескольких наиболее характерных деталях спектра. Например, у звезд спектральных типов от А до О удобно использовать наклон *пашеновского континуума* ($3650 \text{ \AA} \leq \lambda \leq 8205 \text{ \AA}$). Этот участок спектра называется так потому, что в этой области длин волн главным источником непрозрачности у звезд ранних типов является фотоионизация водорода с уровня $n = 3$. Две другие важные детали — это *бальмеровский скачок*

$$D_B = 2,5 \lg [F_\nu(\lambda 3650^+) / F_\nu(\lambda 3650^-)]$$

и пашеновский скачок: $D_P = 2,5 \lg [F_\nu(\lambda 8205^+) / F_\nu(\lambda 8205^-)]$. Эти параметры дают меру влияния дополнительных источников поглощения у границ полос фотоионизации около указанных длин волн.

В частности, по коротковолновую сторону от бальмеровского скачка из-за фотоионизации с уровня $n = 2$ водорода непрозрачность велика, и поэтому излучение приходит к нам только из верх-

них относительно холодных слоев. В то же время по длинноволновую сторону от скачка вещество гораздо более прозрачно, и мы видим более глубокие и более горячие слои, которыми создается большой поток. Результатом этого является довольно резкое падение потока при прохождении через граничные частоты (на самом деле спад не является резким из-за влияния поглощения в перекрывающихся линиях соответствующих серий, которые сходятся к границам серий). Наклон континуума можно вполне однозначно и получить из наблюдений, и рассчитать. Однако нужно быть готовым к исправлению наблюденных значений за межзвездное поглощение. Нужно также иметь надежный стандарт абсолютного распределения энергии (см. ниже). Трудности, связанные с калибровкой и учетом покраснения, сказываются на «скачках» не столь сильно, так как величины скачков определяются по очень узким участкам спектра. Однако, хотя отношение потоков получается по моделям, рассчитанным без учета покровного эффекта, без всяких затруднений, из-за слияния линий вблизи границ серий эту абстрактную величину реально измерить невозможно. Поэтому следует использовать модели, учитывающие покровный эффект, и пользоваться для получения наблюдаемых и вычисляемых распределений энергии эффективно *одинаковым* способом усреднения по частотам — только тогда сравнение их будет иметь смысл.

в) Наконец, можно пользоваться *показателями цвета*, измеряемыми с помощью фильтров, вырезающих определенные участки спектра. Цвета определяются легко и точно с помощью стандартной наблюдательной методики. Если использовать широкополосные фильтры, то такие измерения можно распространить на очень слабые звезды. С другой стороны, калибровать показатели цвета по теоретическим моделям легче, когда полоса узкая, так как тогда можно точнее учесть влияние покровного эффекта на модель. На практике следует искать некоторого компромисса. Имеется большое число цветовых фотометрических систем с разными свойствами, во многих из которых изменяются параметры, специальным образом подобранные для характеристики свойств конкретных групп звезд (см., например, системы, описываемые в [516]). Широко используемой системой, хорошо откалиброванной по моделям, является система Стремгрена *uvby*.

Все сравнения моделей с наблюдениями основаны в конечном счете на фундаментальной калибровке распределения энергии у стандартной реальной звезды (или у нескольких звезд). Нельзя переоценить ту важную роль, которую играет это основное сопостав-

ление теории и наблюдений (см. также [516], стр. 241). Поскольку определить *a priori* абсолютную эффективность системы телескоп — спектрометр — приемник практически невозможно, производят сравнение звезды со стандартным чернотельным источником с известной излучательной способностью, пользуясь той же наблюдательной аппаратурой. Описание подробностей этой процедуры увело бы нас слишком далеко в сторону. Рекомендуем читателю изучить литературу по этому вопросу (например, [261], гл. 2; [484]; [485]; [486]; [285]; [487]; [286]; [287]; [288] и указанные в них источники). У В-звезд главной последовательности и наклон пашеновского континуума, и бальмеровский скачок сильно зависят от $T_{\text{эфф}}$, но нечувствительны к ускорению силы тяжести (см. рис. 7.3). Поэтому оба этих параметра можно использовать для определения $T_{\text{эфф}}$.

Примерно до 1968 г. между значениями $T_{\text{эфф}}$, получаемыми по этим двум характеристикам, существовало серьезное расхождение следующего характера. Если согласовать между собой теоретический и наблюдаемый пашеновский континуумы, то наблюдаемый бальмеровский скачок оказывается меньше вычисленного (если же добиться согласия бальмеровских скачков, то слишком малым оказывался наклон наблюдаемого пашеновского континуума). Расхождение в $T_{\text{эфф}}$ доходило до 3000 К, причем температуры по бальмеровскому скачку получились выше. Эта проблема была решена, когда Хейес на Ликской обсерватории произвел новую калибровку [285], [286] и показал, что имевшаяся ранее калибровка давала слишком пологий пашеновский континуум. Новая калибровка дала возможность очень хорошо согласовать наблюдаемый спектр с теоретическим (см. рис. 7.4), и эффективные температуры, найденные по этим двум параметрам спектра, оказались теперь согласующимися между собой (см., например, рис. 3 в [682]). С помощью этой процедуры можно установить шкалу эффективных температур для В-звезд [682], [555]. Другая новая калибровка, произведенная на Паломаре Оуком и Шилдом [487], за бальмеровским скачком расходится с калибровкой Хейеса (и с моделями). Недавняя работа Хейеса и Латама [287], [288] определенно показала, однако, что источником этого расхождения была ошибка в поправке за влияние атмосферного поглощения в паломарских данных, и когда эта ошибка была исправлена, ликские и паломарские результаты оказались согласующимися между собой. Сравнение распределения энергии у Веги с моделью, построенной с учетом покровного эффекта, показано на рис. 7.5.

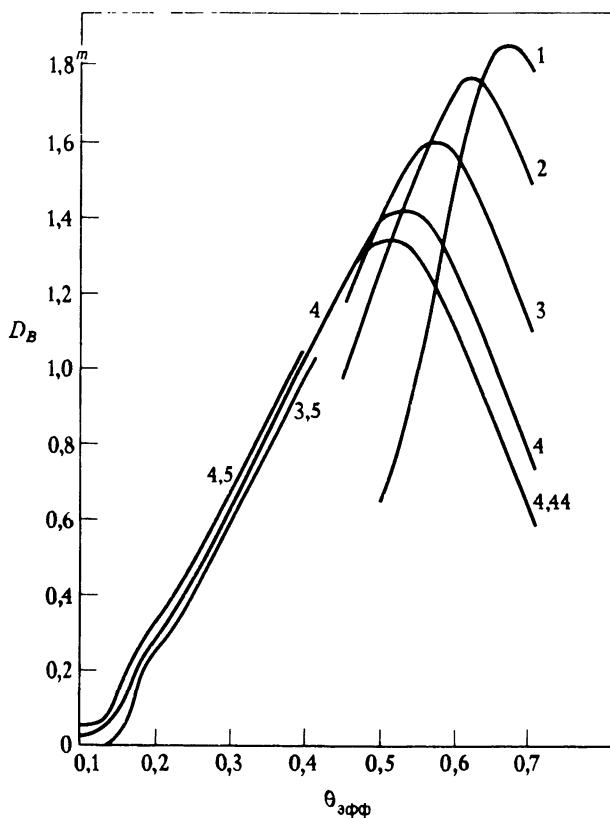


Рис. 7.3. Бальмеровские скачки, рассчитанные по моделям атмосфер с ЛТР, в функции эффективной температуры и ускорения силы тяжести. Ордината: бальмеровский скачок в звездных величинах. Абсцисса: $\theta_{\text{эфф}} = 5040/T_{\text{эфф}}$. Числа у кривых — значения $\lg g$.

У звезд спектральных типов позднее А при сопоставлении с наблюдениями относительных распределений энергии в спектральных областях, доступных наблюдениям с поверхности Земли, важно учитывать покровный эффект. Например, из рис. 7.6 видно, что модель атмосферы Проциона, рассчитанная с учетом покровного эффекта [612], о которой упоминалось в начале этого параграфа, очень хорошо согласуется с наблюдаемым распределением энергии, тогда как модель, не учитывающая покровного эффекта, дает завышенный поток. У звезд типов В и О влияние покровного эффекта в видимой области невелико, однако в ультрафиолете оно становится

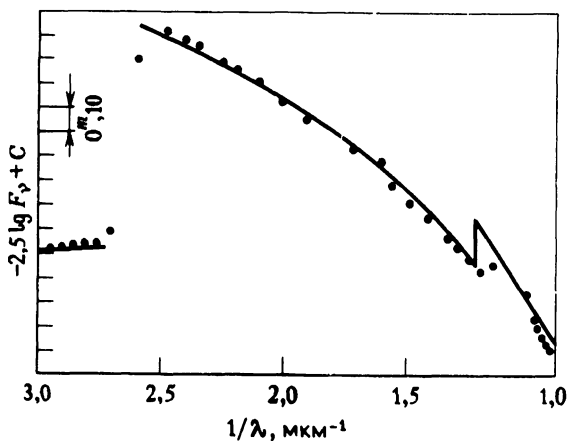


Рис. 7.4. Сравнение распределения энергии у α Leo (B7V) по наблюдениям Хейеса [285] (точки) с даваемым моделью атмосферы [608] (сплошная линия), которая лучше всего воспроизводит пашеновский континуум и имеет $T_{\text{эфф}} = 13000$ К и $\lg g = 4$. Обратите внимание, что теоретический и наблюдаемый бальмеровские скачки согласуются между собой. *Ордината*: относительный поток в звездных величинах. *Абсцисса*: $1/\lambda$, где λ — в мкм. По [285].

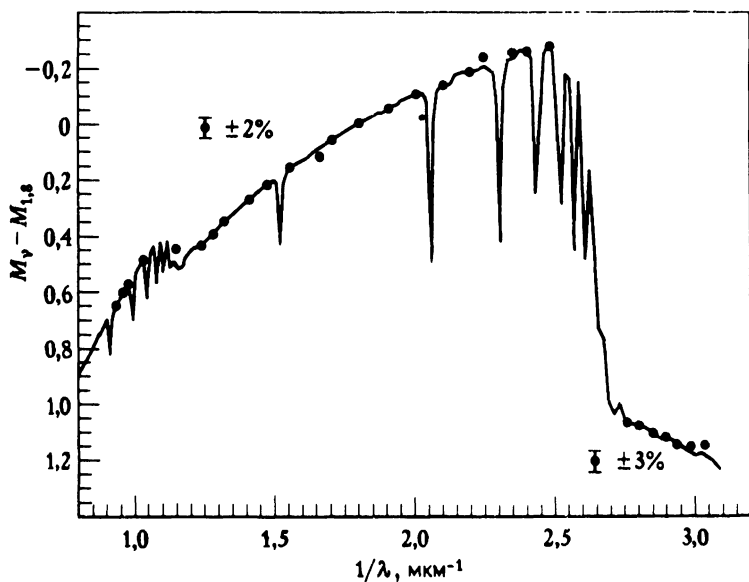


Рис. 7.5. Сравнение распределения энергии у основного стандарта — Веге (по измерениям Хейеса и Латама [287], точки) с даваемым моделью, построенной с учетом покровного эффекта, для которой $T_{\text{эфф}} = 9400$ К и $\lg g = 4$. *Ордината*: относительный поток в звездных величинах. *Абсцисса*: $1/\lambda$, где λ — в мкм.

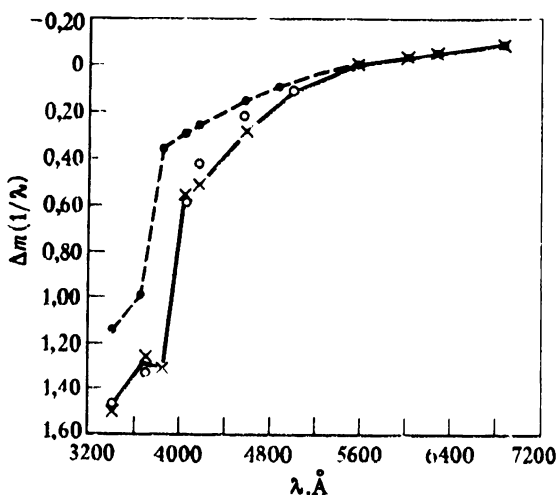


Рис. 7.6. Распределения энергии согласно моделям с $T_{\text{эфф}} = 6500$ К и $\lg g = 4$, построенным с учетом покровного эффекта (сплошная линия) и без него (штриховая линия), в сопоставлении с распределением, наблюдаемым у Проциона (кружки). Ордината: относительный поток в звездных величинах. Абсцисса: длина волны λ в Å. По [612], с разрешения.

большим. Сравнения наблюдаемых распределений с моделями, в которых покровный эффект в ультрафиолете игнорируется, будут давать систематические ошибки (см. ниже).

Если пользоваться *абсолютными* потоками, то возможен совсем другой подход к получению эффективных температур. Имея абсолютную калибровку, можно определить истинное значение энергии, излучаемой звездой на той или иной конкретной длине волны. В частности, для Веги (α Lyg), являющейся *основным звездным стандартом*, среднее из значений, полученных на обсерваториях Маунт-Паломар и Маунт-Гопкинс [287], дает поток у Земли, равный $f_v = 3,50 \cdot 10^{-20}$ эрг/(см² · с · Гц) при $\lambda 5556$ Å. Для любой другой звезды разность звездных величин Δm этой звезды и Веги (на этой длине волны) дает переводной множитель $10^{-0,4\Delta m}$, на который следует умножить приведенный выше поток f_v . Как говорилось в § 1.4, поток, измеренный на Земле, можно перевести в поток на поверхности звезды, если известен угловой диаметр звезды. Угловые диаметры измерены для 32 звезд спектральных типов от O5 до F8. Ими можно воспользоваться для построения шкалы эффективных температур. Можно, например, вывести из наблюдений абсолютный поток от звезды на некоторой определенной дли-

не волны и для получения $T_{\text{эфф}}$ подобрать модель, дающую тот же поток. Сравнив полную излучаемую энергию с энергией, наблюдаемой в видимом участке спектра, оказывается возможным получить *болометрическую поправку*.

Однако такой метод обладает большими систематическими ошибками, если неточно учитывается покровный эффект [190]. При этом имеется тенденция приписывать звездам слишком высокие значения $T_{\text{эфф}}$ и слишком большие болометрические поправки. Характер покровного эффекта в ультрафиолете иллюстрируется рис. 7.7. В модели, построенной с учетом покровного эффекта [449], наличие сильных линий H, He, C, N, O, Si, Cl, Fe и т.д. в области $912 \text{ \AA} \leq \lambda \leq 1600 \text{ \AA}$ учитывается «прямым» методом. Влияние покровного эффекта оказывается колоссальным. Интегральный поток для этой модели, учитывающей покровный эффект, соответствует $T_{\text{эфф}} = 21\,900 \text{ K}$. Однако из ультрафиолета линии изымают и перераспределяют в область больших длин волн такой поток, что распределение энергии здесь лучше всего соответствует даваемой моделью, построенной без учета влияния линий, для которой $T_{\text{эфф}} = 24\,000 \text{ K}$. Если бы для представления наблюдаемого распределения энергии (будь то абсолютные значения потока или наклон пашеновского континуума) мы пользовались моделями, построенными без учета линий, то получающиеся эффективные температуры были бы систематически завышены на 2100 K ! На самом деле модели, при построении которых линии учитываются «прямым» методом, дают в лучшем случае нижнюю оценку величины покровного эффекта, надежные же оценки эффектов такого рода дали лишь недавние расчеты [381], в которых с помощью функций распределения непрозрачностей были учтены миллионы линий.

Имея в виду эти трудности, нужно избегать пользоваться моделями непосредственно. Вместо этого следует попытаться использовать известные угловые диаметры звезд, распределения энергии в видимой области спектра и полученные в последнее время заатмосферные наблюдения в ультрафиолете для *эмпирического* построения полного абсолютного распределения энергии [516], стр. 221; [169]. При таком подходе возникают нетривиальные проблемы, связанные с калибровкой в ультрафиолете и учетом межзвездного покраснения, но, уделяя им достаточное внимание, их можно преодолеть [96]. По интегральному потоку получается истинная эффективная температура. Ее величина практически *не зависит* от какой бы то ни было модели атмосферы. Сравнение эмпирического абсолютного распределения энергии с распределением, даваемым мо-

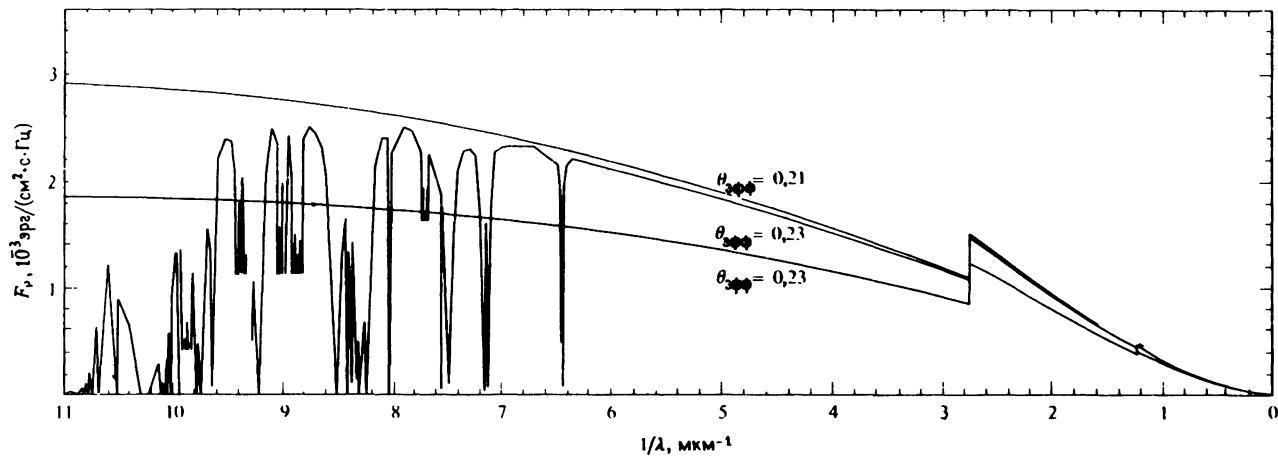


Рис. 7.7. Потоки по моделям, построенным с учетом и без учета покровного эффекта [449]. Модель, построенная с учетом покровного эффекта, дает полный поток, соответствующий $T_{\text{эфф}} = 21\,900\text{ К}$ ($\theta_{\text{эфф}} = 0,23$), но из-за того, что часть излучения из ультрафиолета перераспределяется в видимую область, поток в ней значительно выше, чем для модели без покровного эффекта, рассчитанной при той же температуре. Он соответствует потоку для модели без покровного эффекта с $T_{\text{эфф}} = 24\,000\text{ К}$ ($\theta_{\text{эфф}} = 0,21$). Абсцисса: $1/\lambda$, где λ — в мкм. Ордината: $F_{\nu} \cdot 10^3$ эрг/(см² · с · Гц). По [449], с разрешения.

делью, имеющей то же самое (т.е. эмпирическое) значение $T_{\text{эфф}}$, является поэтому крайне важным, так как позволяет проверить предсказываемые моделью потоки, как абсолютные, так и относительные. На рис. 7.8 для звезды α Leo типа B7 V [516], стр. 221, показано такое сопоставление с моделью [381], построенной с учетом покровного эффекта и соответствующей эффективной температуре, полученной по интегральному потоку. Согласие превосходное, и это служит сильным аргументом в пользу правильности новых моделей.

В качестве примера крайнего случая влияния покровного эффекта интересно рассмотреть распределения энергии в ультрафиолете у Ар-звезд, полученные из наблюдений на ОАО-2. Ар-звезды — это объекты, имеющие аномальное содержание определенных элементов (например, Si, Mn, Cr, Eu, Sr), которое выше нормального в $10^2 \div 10^3$ раз. Эти звезды обладают сильными магнитными полями и показывают изменения спектра со временем. Наблюдаемые изменения магнитного поля хорошо объясняются моделью *наклонного ротатора*, в которой магнитная ось наклонена к оси вращения звезды. Спектральные вариации указывают на то, что упомянутые выше элементы сконцентрированы в определенных зонах или пятнах на поверхности звезды (см., например, [522], [125],

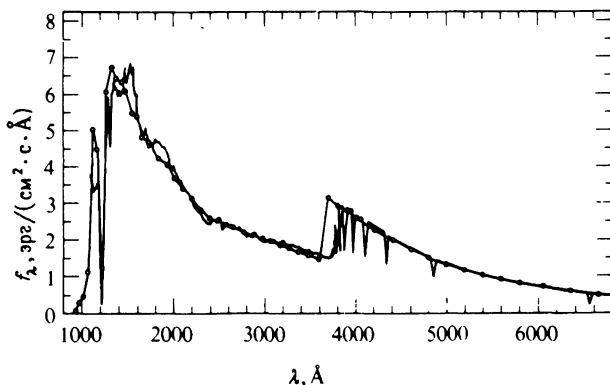


Рис. 7.8. Сравнение эмпирического абсолютного распределения энергии у α Leo (B7 V) [516], стр. 221, с распределением, рассчитанным по модели, построенной с учетом покровного эффекта [381] и имеющей эффективную температуру, которая дается полным наблюдаемым потоком (12 200 К). Согласие превосходное, и это служит сильным аргументом в пользу правильности метода моделей атмосфер. *Ордината*: абсолютный поток $10^9 f_\lambda$ в эрг/(см² · с · Å) у Земли. *Абсцисса*: длина волны λ в Å.

[194]). Сильно повышенное содержание тяжелых элементов создает большой дополнительный покровный эффект в ультрафиолете сверх того, который имеется у нормальных звезд. Этот эффект наглядно проявляется в пекулярной (Si 3995) звезде θ Aug (рис. 7.9), у которой распределение энергии в видимой области соответствует нормальной звезде того же цвета, тогда как в ультрафиолете [391] оно отвечает распределению для более холодной звезды. Влияние усиления поглощения в линиях на модели показано на рис. 7.10, который воспроизводит, по крайней мере полуколичественно, картину, которую можно видеть на рис. 7.9. Отметим, что эта пекулярная звезда имеет более низкую температуру $T_{\text{эфф}}$, чем нормальная звезда того же цвета (или звезда с тем же распределением энергии), в видимой области, а полное распределение энергии у нее отличается от распределения у нормальной звезды с той же $T_{\text{эфф}}$. В спектре переменной звезды α^2 C Vn типа Ap (Si — Cr — Eu) проявляется еще один эффект. Изменения блеска в видимой области показаны на

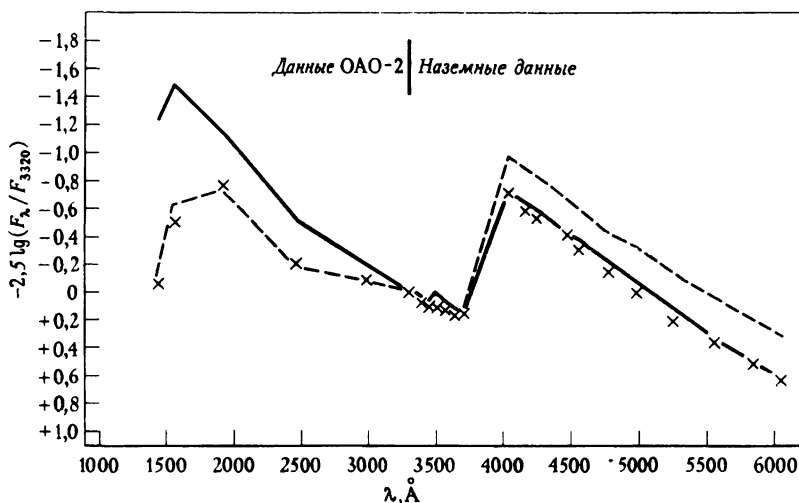


Рис. 7.9 Сравнение относительных распределений энергии у пекулярной (Si 3995) А-звезды θ Aug (A0p, $B - V = -0,08$, крестики) и γ звезд 134 Tau (B9,5 V, $B - V = -0,07$, сплошная линия) и γ UMa (A0V, $B - V = 0,00$, штриховая линия) [391]. Из-за более сильного покровного эффекта, обусловленного повышенным содержанием тяжелых элементов у пекулярной звезды, распределение энергии у θ Aug не похоже на распределение энергии у нормальных звезд. В ультрафиолете оно напоминает распределение энергии у более холодной звезды, а в видимой области — у более горячей. *Ордината*: относительный поток в звездных величинах. *Абсцисса*: длина волны в Å. По [391], с разрешения.

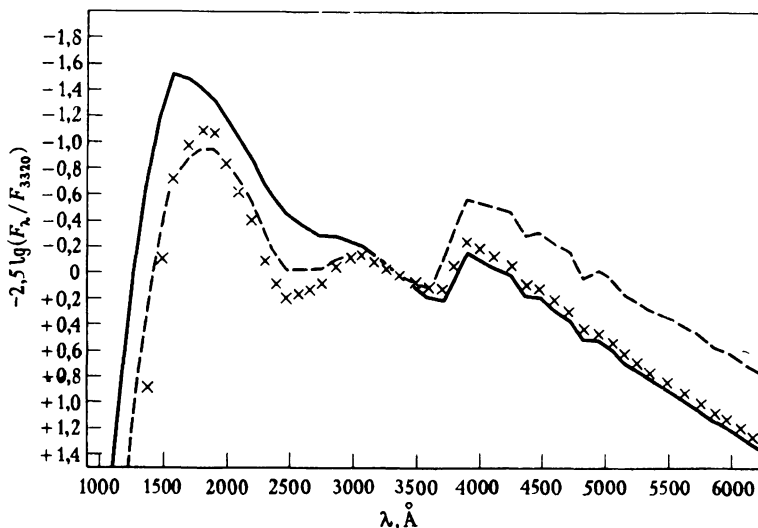


Рис. 7.10. Модели с покровным эффектом [391], иллюстрирующие влияние 100-кратного увеличения содержания тяжелых элементов. Обратите внимание на сильное сходство с эффектами, показанными на рис. 7.9. *Сплошная линия*: $T = 14000$ К, нормальный химический состав; *крестики*: $T = 13090$ К, содержание тяжелых элементов увеличено в 100 раз; *штриховая линия*: $T = 11000$ К, нормальный химический состав. По [391], с разрешения.

рис. 7.11. Там же приведены данные, относящиеся к близкому ультрафиолету, полученные на ОАО-2 [464]. Поведение звезды в далеком ультрафиолете показано на рис. 7.12. Здесь изменения происходят в *противофазе* с изменениями в видимой области. Эти результаты легко объяснить, приняв, что при фазе 0,0 покровный эффект в ультрафиолете значительно усилен. Это вызывает уменьшение потока в ультрафиолете и переизлучение этой энергии в области больших длин волн, что ведет к увеличению блеска в видимой области. Эта интерпретация согласуется с тем фактом, что линии редких земель достигают максимальной интенсивности при этой фазе. В противоположность этому при фазе 0,5 наблюдаются области атмосферы, где линии редких земель имеют минимальные интенсивности. Поэтому покровный эффект в ультрафиолете проявляется в это время меньше всего. При такой фазе поток более свободно выходит в ультрафиолете (вызывая там повышение блеска) и не перераспределяется по видимой области, в которой соответственно этому блеск уменьшается. Существование близ $\lambda 2960$ «нулевой длины волны», на которой вариации блеска отсутствуют, служит

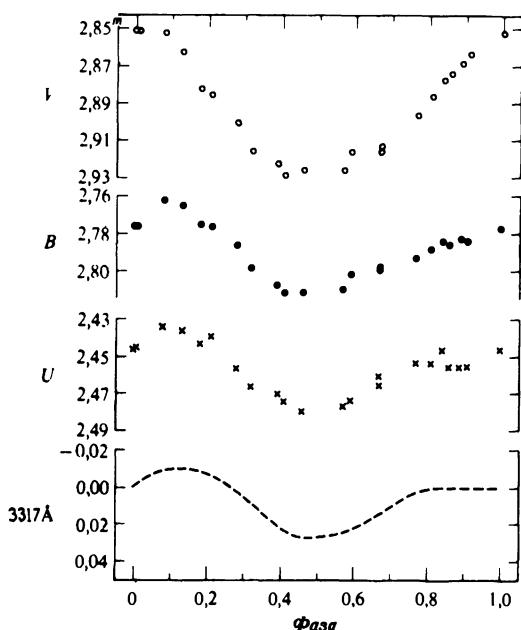


Рис. 7.11. Изменения блеска пекулярной (Si — G — Eu) A-звезды α^2 CVn в *UBV* и на λ 3317 Å (по измерениям на ОАО-2). По [464], с разрешения.

аргументом в пользу интерпретации, согласно которой вариации блеска обусловлены дифференциальным покровным эффектом, и свидетельствует против других объяснений, предполагающих, например, общие деформации поверхности звезды.

Для большинства звезд детальных распределений энергии нет, а имеется только гораздо более ограниченная информация, например их показатели цвета, измеренные в какой-нибудь фотометрической системе. Путем соответствующего подбора комбинации фильтров можно получить такие показатели цвета, которые чувствительны к эффективной температуре, ускорению силы тяжести и содержанию металлов и позволяют определить величину межзвездного покраснения. Например, в стремгеновской системе *uvby*, скажем для звезд типов A — G, показатель цвета $b - y$ является хорошим индикатором температуры, величина $c_1 = (u - v) - (v - b)$ чувствительна к ускорению силы тяжести, а $m_1 = (v - b) - (b - y)$ — к содержанию металлов. Чтобы извлечь информацию, содержащуюся в этих величинах, систему следует прокалибровать с помощью моделей атмосфер. Первый шаг при этом состоит в нормировке

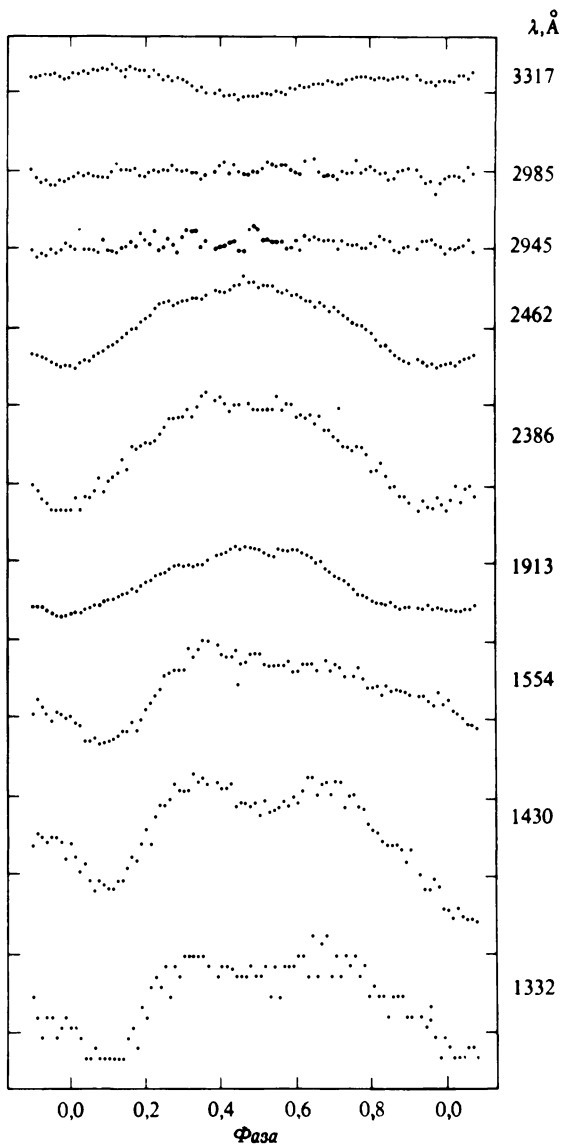


Рис. 7.12. Изменения блеска $\alpha^2\text{CVn}$ в ультрафиолете по измерениям на ОАО-2. Ордината: скорость счета фотонов относительно фазы 0,0 (деление соответствует 10 %). Числа справа — эффективные длины волн фильтров (Å). Обратите внимание на то, что изменения потока в ультрафиолете происходят в *противофазе* относительно изменений в видимой области. По [464], с разрешения.

наблюдаемых показателей цвета по тем, которые рассчитываются по известным кривым пропускания фильтров. Если $T_i(\lambda)$ — пропускание фильтра в полосе i , то мы имеем

$$(i - j)_{\text{набл}} = -2,5 \lg \left[\int_0^{\infty} T_i(\lambda) F(\lambda) d\lambda / \int_0^{\infty} T_j(\lambda) F(\lambda) d\lambda \right] + k_{ij}, \quad (7.82)$$

где постоянная k_{ij} учитывает неизвестную зависимость от λ пропускания системы телескоп — фотометр и кривую чувствительности фотоумножителя. Стандартный метод определения k_{ij} состоит в том, что в (7.82) используют *наблюдаемые* распределения энергии $F(\lambda)$ у реальных звезд с известными цветами $(i - j)_{\text{набл}}$ и добиваются того, чтобы рассчитанные и наблюдаемые цвета согласовались между собой (см., например, [411], [488], [516], стр. 31, [516],

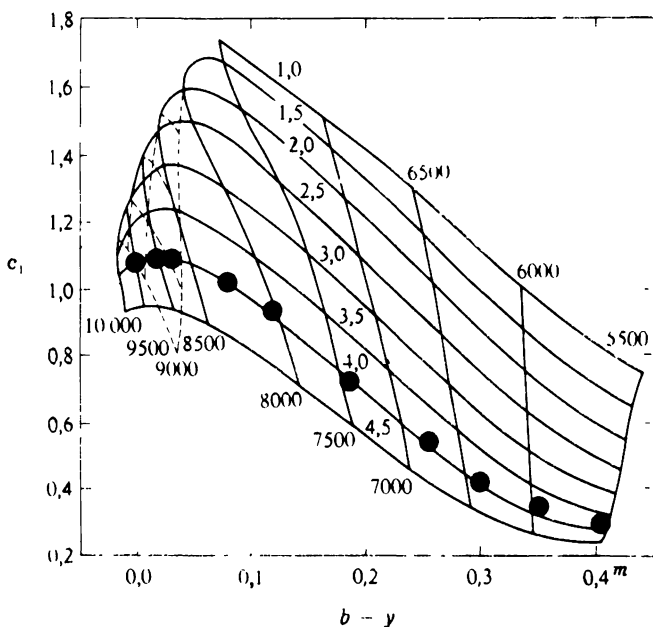


Рис. 7.13. Сравнение наблюдаемых (точки) стремгеновских показателей цвета (c_1 , $b - y$) для звезд главной последовательности, имеющих $\lg g \approx 4$ ([516], стр. 17; [516], стр. 45), с вычисленными по моделям атмосфер, построенным с учетом покровного эффекта ([381], [516], стр. 271). Обратите внимание, что согласие в $\lg g$ хорошее. Это позволяет считать, что эффективная температура $T_{\text{эфф}}$ должна получаться в высокой точности.

стр. 45). Второй шаг состоит в применении формулы (7.82) с известными значениями k_{ij} для расчета «наблюдаемых» показателей цвета по зависимости потока от λ , даваемой моделью. После этого сравнение показателей цвета, наблюдаемых у звезд и рассчитанных по моделям, позволяет оценить параметры звезды (см. рис. 7.13).

Покровный эффект здесь также играет важную роль а) из-за эффектов блокирования излучения, приходящего в полосе пропускания того или иного фильтра, и б) из-за того, что значение $T_{\text{эфф}}$ у модели зависит от эффектов, обусловленных влиянием линий. В случае звезд поздних типов для оценки эффектов блокирования часто оказывается необходимым проводить очень детальный синтез спектра (см., например, [80], [81], [82], [83], [516], стр. 319). Для нахождения $T_{\text{эфф}}$ чрезвычайно ценными оказываются модели, построенные с использованием весьма полных функций распределения непрозрачностей [381]. В настоящее время значительные усилия направлены на нахождение функций распределения непрозрачностей, обусловленных поглощением на молекулах. Когда такие функции появятся, станет возможным надежный анализ распределения энергии у звезд поздних типов.

ТЕМПЕРАТУРНАЯ СТРУКТУРА

Помимо выходящего потока в функции длины волны, модели атмосфер дают изменение физических параметров атмосферы с глубиной. В частности, модель дает распределение температуры в атмосфере. Как указывалось в § 7.2, для моделей с ЛТР оно играет ключевую роль. Обсудим теперь, как температурная структура серой атмосферы отличается от найденного в гл. 3 распределения температуры в сером случае. Мы сосредоточим внимание на двух характеристиках: а) отношении поверхностной температуры к эффективной $T_0/T_{\text{эфф}}$, которое для серой атмосферы равно 0,811, и б) на так называемых эффектах самообогрева (back-warming). Чтобы разобраться в физике дела, рассмотрим две идеализированные задачи: 1) атмосферу со скачком непрозрачности в континууме и 2) модель «частокола» для учета линий. Прежде всего представим качественно, каковы должны быть эффекты, вызываемые скачком в коэффициенте поглощения или сильными линиями.

Если коэффициент поглощения не зависит от частоты: $\chi_\nu = k_c + \sigma$, а коэффициент излучения дается выражением $\eta_\nu = k_c B_\nu + \sigma J_\nu$, то условие лучистого равновесия имеет вид

$$k_c \int_0^\infty B_\nu(T_0) d\nu = k_c \int_0^\infty J_\nu^0 d\nu. \quad (7.83)$$

Члены в левой и в правой части, описывающие рассеяние, взаимно сокращаются. Согласно соотношению Эддингтона — Барбье, следует ожидать, что вблизи поверхности (т.е. при $\tau_\nu \ll 1$) $I_\nu^0 \approx B_\nu(\tau_\nu \approx 1)$, и поэтому $J_\nu^0 \approx \frac{1}{2} B_\nu(T_{\text{эфф}})$. Подстановка этого выражения в формулу (7.83) дает обычный для случая серой атмосферы результат $T'_0 \approx \frac{1}{2} T_{\text{эфф}}^4$. Предположим теперь, что на некоторой критической частоте (например, у лаймановского предела) имеется большой скачок непрозрачности, так что $k = k_c$ при $\nu \leq \nu_0$ и $k = \gamma k_c$ при $\nu > \nu_0$. Тогда равновесное состояние атмосферы будет характеризоваться некоторой новой поверхностной температурой T'_0 , определяемой соотношением

$$k_c \int_0^{\nu_0} B_\nu(T'_0) d\nu + \gamma k_c \int_{\nu_0}^{\infty} B_\nu(T'_0) d\nu = k_c \int_0^{\nu_0} J_\nu d\nu + \gamma k_c \int_{\nu_0}^{\infty} J_\nu d\nu. \quad (7.84)$$

Принимая, что при $\nu \leq \nu_0$ будет $J_\nu \approx J_\nu^0$, т.е. пренебрегая влиянием самообогрева и замечая, что при $\nu > \nu_0$ поверхностное значение J_ν есть $J_\nu \approx \frac{1}{2} B_\nu$, можем переписать соотношение (7.84) в виде

$$\begin{aligned} k_c \int_0^{\infty} B_\nu(T'_0) d\nu &\approx k_c \int_0^{\infty} J_\nu^0 d\nu - \\ &- k_c [(\gamma - 1) \int_{\nu_0}^{\infty} B_\nu(T'_0) d\nu + \int_{\nu_0}^{\infty} J_\nu^0 d\nu - \gamma \int_{\nu_0}^{\infty} J_\nu d\nu] \approx \\ &\approx k_c \int_0^{\infty} J_\nu^0 d\nu - k_c \left\{ \frac{\gamma}{2} \int_{\nu_0}^{\infty} B_\nu(T'_0) d\nu + \right. \\ &\left. + \int_{\nu_0}^{\infty} \left[\frac{1}{2} B_\nu(T_{\text{эфф}}) - B_\nu(T'_0) \right] d\nu \right\}. \end{aligned} \quad (7.85)$$

Оба члена в фигурных скобках положительны. Поэтому приходим к выводу, что $T'_0 < T_0$ и снижение температуры по сравнению со случаем серой атмосферы тем больше, чем больше значение γ . Этот результат не является строгим, так как следует ожидать, что в действительности J_ν при $\nu \leq \nu_0$ будет больше T_ν^0 . Однако в дальнейшем будет показано, что строгий анализ подтверждает правильность сделанного заключения. Предположим, что ищется $T'(\tau_\nu)$ в некоторой точке в атмосфере, где $\tau_\nu \gg 1$ при $\nu > \nu_0$, но $\tau_\nu < 1$ при

$\nu < \nu_0$. Тогда средние интенсивности, входящие в величину, стоящую в квадратных скобках в промежуточном выражении равенства (7.85), близки к локальному значению функции Планка. Поэтому эта скобка обращается в нуль, так что $T'(\tau_\nu)$ равно T_0 для случая серой атмосферы. Иначе говоря, *температура вблизи поверхности оказывается меньше, чем в случае серой атмосферы, только в тех слоях, которые уже прозрачны у скачка.*

Предположим теперь, что на частотах $\{\nu_i\}$ имеются спектральные линии, дающие дополнительный вклад как в непрозрачность (поэтому $\chi_\nu = k_c + \sigma + \sum_i l_i \phi_i$), так и в слагаемые коэффициента

излучения, обусловленные тепловым излучением и рассеянием, так что $\eta_\nu = k_c B_\nu + \sigma J_\nu + \sum_i l_i \phi_i [\varepsilon_i B_\nu + (1 - \varepsilon_i) J_\nu]$. Тогда условие

лучистого равновесия приводится к виду

$$k_c \int_0^\infty B_\nu(T'_0) d\nu = k_c \int_0^\infty J_\nu^0 d\nu - \left\{ \sum_i l_i \varepsilon_i [B_{\nu_i}(T'_0) - \bar{J}_i] + k_c \sum_i \int_{\Delta_i} (J_\nu^0 - J_\nu) d\nu \right\}, \quad (7.86)$$

где через \bar{J}_i обозначена величина $\int \phi_i J_\nu d\nu$ для i -й линии и Δ_i — интервал частот, охватывающий эту линию. Здесь оба члена в фигурных скобках также положительны, так что T'_0 должно быть меньше T_0 . В данном случае имеется дополнительная особенность, состоящая в том, что влияние линий зависит от коэффициентов их взаимосвязи с континуумом ε_i . При ЛТР ($\varepsilon_i = 1$) имеем $\bar{J}_i \approx \frac{1}{2} B_{\nu_i}(T'_0)$, и в результате при $l_i \gg k_c$ член, описывающий охлаждение, становится большим. Поэтому при ЛТР покровный эффект должен чрезвычайно сильно снижать поверхностную температуру. Если же в линиях происходит чистое рассеяние (т.е. $\varepsilon_i \rightarrow 0$), то точно так же как и в случае рассеяния в континууме, линии не оказывают влияния на энергетический баланс и поверхностная температура заметно не изменяется. Мы убедимся, что это заключение подтверждается также детальным анализом, к которому мы теперь и обратимся.

Полученным выше качественным результатам можно придать количественную форму, если ввести в рассмотрение модель *частоты-кола*, предложенную Чандрасекаром [150] и получившую дальнейшее развитие у Мюнча [474]. Она позволяет многое понять в по-

кровном эффекте. В этой модели принимается, что а) непрозрачность в континууме не зависит от частоты (т.е. $k_\nu = k$); б) линии имеют прямоугольные профили постоянной ширины и характеризуются одним и тем же для всех линий отношением непрозрачностей в линии и в континууме $\beta = l/k$ и в) линии распределены по спектру случайным образом, но в среднем равномерно, так что в пределах заданной полосы частот долю w_1 занимает чистый континуум, а доля $w_2 = 1 - w_1$ содержит континуум с наложенными на него линиями. (Иначе можно сказать, что *вероятность* найти линию на любой фиксированной частоте равна w_2 .) Наглядное представление этой модели дает рис. 7.14, из которого становится понятным, почему эту модель назвали «частоколом». (Если величинам w_1 и w_2 придать слегка иной смысл, то с помощью этой модели можно рассмотреть и тот случай, когда коэффициент поглощения имеет скачок; см. ниже.) Если в качестве стандартной выбрать оптическую глубину в континууме, то для частот континуума будем иметь

$$\mu dI_\nu^{(1)}/d\tau = I_\nu^{(1)} - B_\nu, \quad (7.87a)$$

а в линии

$$\mu dI_\nu^{(2)}/d\tau = (1 + \beta)I_\nu^{(2)} - (1 - \varepsilon)\beta J_\nu^{(2)} - (1 + \varepsilon\beta)B_\nu. \quad (7.87b)$$

Проинтегрируем эти уравнения по всем частотам. Условившись, что величины, описывающие поле излучения, которые не снабжены индексом ν , представляют собой величины, проинтегрированные по

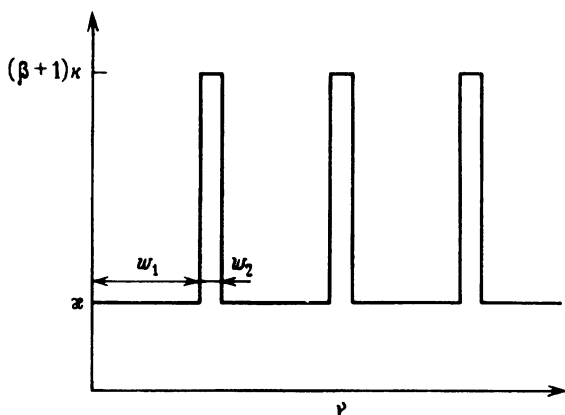


Рис. 7.14. Модель частокола. Считается, что в линиях коэффициент поглощения в β раз больше, чем в континууме. Предполагается также, что вероятность обнаружить линию на произвольной фиксированной частоте равна $w_2 = 1 - w_1$.

частотам, и учитывая относительные вероятности того, что данный участок занят линией или континуумом, находим

$$\mu dI^{(1)}/d\tau = I^{(1)} - w_1 B, \quad (7.88a)$$

$$\mu dI^{(2)}/d\tau = (1 + \beta)I^{(2)} - (1 - \varepsilon)\beta J^{(2)} - (1 + \varepsilon\beta)w_2 B. \quad (7.88b)$$

Эти уравнения следует решать совместно с уравнением лучистого равновесия. Оно получается путем интегрирования (7.88) по углам, если потребовать, чтобы $F^{(1)} + F^{(2)} = \text{const}$, и имеет вид

$$J^{(1)} + (1 + \varepsilon\beta)J^{(2)} = [w_1 + w_2(1 + \varepsilon\beta)]B. \quad (7.89)$$

Рассмотрим сначала случай ЛТР (т.е. $\varepsilon = 1$). Пусть $\gamma_1 = 1$ и $\gamma_2 = 1 + \beta$. Тогда уравнения (7.88) принимают вид

$$\mu dI^{(l)}/d\tau = \gamma_l (I^{(l)} - w_l B), \quad l = 1, 2, \quad (7.90)$$

где, согласно уравнению (7.89),

$$B = \frac{\sum_{l=1}^2 \gamma_l J^{(l)}}{\sum_{l=1}^2 w_l \gamma_l}. \quad (7.91)$$

Для решения этой системы воспользуемся методом дискретных ординат, выбрав дискретизацию $\{\mu_i\}$, $i = \pm 1, \dots, \pm n$, такую, что

$$J^{(l)} = \frac{1}{2} \sum_{j=-n}^n a_j I_j^{(l)}. \quad (7.92)$$

Тогда, подставляя выражения (7.91) и (7.92) в (7.90), будем иметь

$$\frac{\mu_i}{\gamma_l} \frac{dI_i^{(l)}}{d\tau} = I_i^{(l)} - \frac{w_l}{2 \sum_m w_m \gamma_m} \sum_{m=1}^2 \gamma_m \sum_{j=-n}^n a_j I_j^{(m)},$$

$$l = 1, 2; j = \pm 1, \dots, \pm n. \quad (7.93)$$

Если решение искать в виде

$$I_i^{(l)} = C w_l e^{-k\tau} / (1 + k\mu_i/\gamma_l), \quad (7.94)$$

то найдем, что k удовлетворяет характеристическому уравнению

$$\sum_{m=1}^2 w_m \gamma_m = \sum_{m=1}^2 w_m \gamma_m \sum_{j=1}^n a_j / (1 - k^2 \mu_j^2 / \gamma_m^2). \quad (7.95)$$

Это уравнение имеет $2n - 1$ ненулевых корней k^2 (расположенных между полюсами $1/\mu_1^2, \dots, 1/\mu_n^2$ и $\gamma^2/\mu_1^2, \dots, \gamma^2/\mu_n^2$), а значит, $4n - 2$ значения k вида $\pm k_i$. Кроме того, непосредственно видно, что характеристическое уравнение имеет также корень $k^2 = 0$. Этому корню отвечает частное решение

$$I_i^{(0)} = bw_i(\tau + Q + \mu_i/\gamma_i), \quad (7.96)$$

в чем можно убедиться непосредственной подстановкой его в уравнение (7.93). Общее решение (7.93) имеет, таким образом, вид

$$I_i^{(0)}(\tau) = w_i b \left(\tau + Q + \frac{\mu_i}{\gamma_i} + \sum_{\alpha=1}^{2n-1} \frac{L_{\alpha} e^{-k_{\alpha}\tau}}{1 + k_{\alpha}\mu_i/\gamma_i} + \sum_{\alpha=1}^{2n-1} \frac{L_{-\alpha} e^{k_{\alpha}\tau}}{1 - k_{\alpha}\mu_i/\gamma_i} \right), \quad l = 1, 2; i = \pm 1, \dots, \pm n. \quad (7.97)$$

Если потребовать, чтобы решение не возрастало экспоненциально при $\tau \rightarrow \infty$, то нужно положить $L_{-\alpha} = 0$ при всех α . Условие, чтобы полный поток равнялся F , т.е.

$$F = 2 \sum_{l=1}^2 \sum_{j=-n}^n a_j \mu_j I_j^{(0)}, \quad (7.98)$$

позволяет получить

$$b = \frac{3}{4} F / \sum_{l=1}^2 w_l \gamma_l^{-1}. \quad (7.99)$$

Постоянная Q и постоянные L_{α} определяются из граничного условия на наружной поверхности $I_{-i}^{(0)}(0) = 0$, которое приводит к линейной системе $2n$ уравнений для $2n$ неизвестных:

$$Q - \mu_i/\gamma_i + \sum_{\alpha=1}^{2n-1} L_{\alpha}/(1 - k_{\alpha}\mu_i/\gamma_i) = 0, \quad l = 1, 2; i = 1, \dots, n. \quad (7.100)$$

Пользуясь формулами (7.99), (7.97) и (7.92), находим

$$J^{(l)}(\tau) = \frac{\frac{3}{4} F w_l}{\sum w_m \gamma_m^{-1}} \left(\tau + Q + \sum_{\alpha=1}^{2n-1} L_{\alpha} e^{-k_{\alpha} \tau} \times \right. \\ \left. \times \sum_{j=1}^n \frac{a_j}{1 - k_{\alpha}^2 \mu_j^2 / \gamma_l^2} \right), \quad (7.101)$$

а из формулы (7.91) получаем

$$B(\tau) = \frac{3}{4} F \left(\tau + Q + \sum_{\alpha=1}^{2n-1} L_{\alpha} e^{-k_{\alpha} \tau} \right) / \sum_{m=1}^2 w_m \gamma_m^{-1}. \quad (7.102)$$

В дальнейшем будет показано, что для модели частотокола $k/\bar{k}_R = \sum w_m \gamma_m^{-1}$, так что из выражения (7.102) видно, что асимптотическое выражение для $B(\tau)$, как и следовало ожидать, имеет вид $\frac{3}{4} F \tau_R$. Росселандовы оптические глубины τ_R превосходят τ . В предельном случае бесконечно сильных линий ($\gamma_2 \rightarrow \infty$) имеем $\tau_R(\tau) = \tau/w_1$, и из формулы (7.102) следует, что на больших глубинах температуры должны быть выше. Это есть эффект самообогрева. Очевидно, что он зависит главным образом от того, в какой доле всего спектра может происходить перенос потока в континууме.

Упражнение 7.11. а) Убедиться, что выражение (7.96) является частным решением уравнения переноса. б) Проверить формулы (7.99), (7.101) и (7.102).

Как и в случае серой атмосферы, значение $B(0)$ можно получить в явном виде. Введем функцию

$$S(x) = Q - x + \sum_{\alpha=1}^{2n-1} L_{\alpha} / (1 - k_{\alpha} x). \quad (7.103)$$

Граничные условия (7.100) показывают, что $S(x) = 0$ в $2n$ точках $x = \mu_i / \gamma_i$. Если далее в (7.103) привести все дроби к общему знаменателю, умножив обе части этого равенства на произведение $2n - 1$ знаменателей, входящих в (7.103) дробей (т.е. на

$R(x) = \prod_{\alpha=1}^{2n-1} (1 - k_{\alpha}x)$, то произведение $R(x)S(x)$ будет очевидно,

многочленом по x порядка $2n$. Но нам известны $2n$ корней $S(x)$. Поэтому этот многочлен должен иметь вид $R(x)S(x) = C(x - \mu_1)\dots(x - \mu_n)(x - \mu_1/\gamma)\dots(x - \mu_n/\gamma)$. Если приравнять коэффициенты при x^n в левой и в правой части полученного выражения, можно получить C . Оказывается, что $C = k_1 k_2 \dots k_{2n-1}$, и окончательно получаем

$$S(x) = k_1 \dots k_{2n-1} \prod_{l=1}^2 \prod_{i=1}^n (x - \mu_i/\gamma_l) / \prod_{\alpha=1}^{2n-1} (1 - k_{\alpha}x), \quad (7.104)$$

откуда следует, что

$$S(0) = k_1 \dots k_{2n-1} \mu_1^2 \dots \mu_n^2 / \gamma^n. \quad (7.105)$$

Рассмотрим теперь характеристическую функцию

$$\begin{aligned} T(X) &= \sum_{m=1}^2 w_m \gamma_m [1 - \sum_{j=1}^n a_j / 1 - \mu_j^2 / \gamma_m^2 X] = \\ &= \sum_{m=1}^2 w_m \gamma_m [1 - X \sum_{j=1}^n a_j / (X - \mu_j^2 / \gamma_m^2)] = \\ &= \sum_{m=1}^2 w_m \gamma_m^{-1} \sum_{j=1}^n a_j \mu_j^2 [\mu_j^2 / \gamma_m^2 - X]^{-1}, \end{aligned} \quad (7.106)$$

где обозначено $X = 1/k^2$. Приведем правую часть (7.106) к общему знаменателю, умножив обе части (7.106) на произведение знаменателей $2n$ дробей, стоящих в правой части. Получающаяся в результате функция есть многочлен по X порядка $2n - 1$. Но нам известно, что $T(X)$ имеет $2n - 1$ ненулевой корень $X_m = 1/k_m^2$, так что этот многочлен должен иметь вид $C(X - X_1)\dots(X - X_{2n-1})$. Чтобы получить C , следует приравнять коэффициенты при X^{2n-1} , что дает

$$C = (-1)^{2n-1} \sum w_m \gamma_m^{-1} \sum a_j \mu_j^2 = (-1)^{2n-1} \frac{1}{3} \sum w_m \gamma_m^{-1}.$$

Поэтому имеем

$$T(X) = \frac{1}{3} \sum_{m=1}^2 w_m \gamma_m^{-1} \prod_{k=1}^{2n-1} (X_k - X) / \prod_{m=1}^2 \prod_{j=1}^n [\mu_j^2 / \gamma_m^2 - X]. \quad (7.107)$$

Пользуясь вторым из равенств (7.106), получаем $T(0) = \sum w_m \gamma_m$, а из формулы (7.107) имеем

$$T(0) = \frac{1}{3} \sum w_m \gamma_m^{-1} / [\mu_1^2 \dots \mu_n^2 \cdot k_1 \dots k_{2n-1} / \gamma^n]^2.$$

Комбинируя эти два выражения, находим теперь из формулы (7.105)

$$S(0) = \left(\sum_{m=1}^L w_m \gamma_m^{-1} \right)^{1/2} \left(3 \sum_{m=1}^2 w_m \gamma_m \right)^{-1/2}. \quad (7.108)$$

Сравнение выражений (7.102) и (7.103) показывает, что

$$B(0) = \frac{3}{4} F S(0) / \sum w_m \gamma_m^{-1}. \quad (7.109)$$

Поэтому приходим к заключению, что

$$B(0)/F = (\sqrt{3}/4) \left[\left(\sum w_m \gamma_m \right) \left(\sum w_m \gamma_m^{-1} \right) \right]^{-1/2}. \quad (7.110)$$

Этот результат можно представить в другой форме, что позволяет понять его физический смысл. Планковский средний коэффициент поглощения равен

$$\bar{k}_p = B^{-1} \int k_\nu B_\nu d\nu = B^{-1} k (w_1 B + w_2 \gamma B) = k (w_1 + w_2 \gamma), \quad (7.111)$$

а для Росселандовой средней непрозрачности имеем

$$\begin{aligned} \bar{k}_R^{-1} &= (dB/dT)^{-1} \int_0^\infty k_\nu^{-1} (dB_\nu/dT) d\nu = \\ &= (dB/dT)^{-1} k^{-1} (w_1 + w_2/\gamma) dB/dT, \end{aligned} \quad (7.112)$$

или

$$\bar{k}_R = k (w_1 + w_2/\gamma)^{-1}. \quad (7.113)$$

Поэтому формула (7.110) приводится к виду

$$B(0)/F = (\sqrt{3}/4) (\bar{k}_R / \bar{k}_p)^{1/2} \quad (7.114)$$

или

$$T_0/T_{\text{эфф}} = (\sqrt{3}/4)^{1/4} (\bar{k}_R / \bar{k}_p)^{1/8}. \quad (7.115)$$

Далее, в пределе при $\gamma \rightarrow \infty$ росселандово среднее (представляющее собой гармоническое среднее) стремится к предельному значению k/w_1 (что, по сути дела, отражает уменьшение эффективной ширины той спектральной полосы, в пределах которой переносится поток), тогда как планковское среднее неограниченно возрастает. Таким образом, при ЛТР влияние непрозрачных линий приводит к снижению температуры на границе (в принципе до очень низких значений). Пример показан на рис. 7.15, где приведены графики $B(\tau)/F$ для серой атмосферы и одного из решений Мюнча с $\epsilon = 1$, $w_1 = 0,8$, $w_2 = 0,2$ и $\gamma = 10$. В данном случае $B(0)/F$ уменьшается от значения 0,4330, соответствующего серой атмосфере, до 0,286, т.е. $T_0/T_{\text{эфф}}$ спадает от 0,811 до 0,721.

Только что описанный анализ можно применить также к атмосфере, у которой имеется скачок коэффициента поглощения на некоторой критической частоте ν_0 , за которым непрозрачность возрастает в γ раз. Применим для этого уравнение (7.90) при $l = 1$ и $l = 2$ к областям $\nu \leq \nu_0$ и $\nu \geq \nu_0$ и обозначим $w_1 B = \int_0^{\nu_0} B_\nu d\nu$ и $w_2 B = \int_{\nu_0}^{\infty} B_\nu d\nu$. Мы должны далее предположить, что w_1 и w_2 не зависят от глуби-

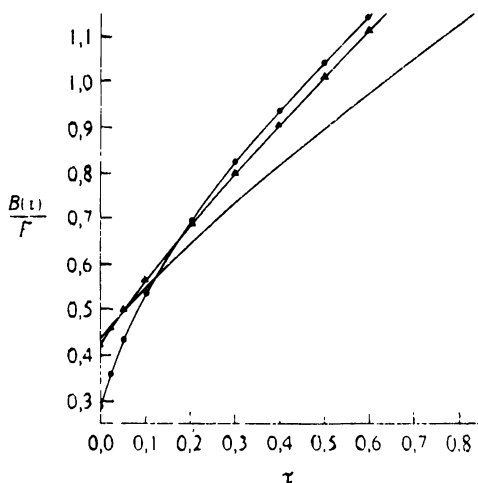


Рис. 7.15. Изменение с глубиной проинтегрированной по частотам функции Планка при принятии модели частотного скачка. Сплошная кривая: серая атмосфера ($\beta = 1$); точки: $\gamma = 10$, $w_1 = 0,8$, $w_2 = 0,2$, $\epsilon = 1$ (ЛТР); треугольники: $\gamma = 1$, $w_1 = 0,8$, $w_2 = 0,2$, $\epsilon = 0$ (чистое рассеяние). Обратите внимание на эффект самообогрева у обеих моделей, учитывающих покровный эффект, на большое падение температуры у поверхности в модели с ЛТР и на отсутствие поверхностного эффекта для модели с рассеянием. По [474], с разрешения.

ны. Например, можно взять значения, соответствующие $T = T_{\text{эфф}}$. Как было указано Мюнчем [261], стр. 38, это предположение является грубым. Однако мы будем его использовать, так как оно упрощает анализ, описывая в то же время основные физические особенности явления. Рассмотрим результаты, показанные на рис. 7.16. На нем приведены значения отношения $T_0/T_{\text{эфф}}$, даваемые расчетами несерых атмосфер с ЛТР. При всех $\theta_{\text{эфф}} \geq 0,25$ лаймановский континуум не учитывался. Для самых холодных моделей величина отношения $T_0/T_{\text{эфф}}$ близка к его значению для серой атмосферы. Это неудивительно, так как основным источником непрозрачности является H^- , у которого зависимость коэффициента поглощения от частоты слабая. При более высоких температурах влияние бальмеровского скачка делается существенным и T_0 становится меньше, чем в случае серой атмосферы. При $\theta_{\text{эфф}} = 0,23$ на кривой имеется разрыв, обусловленный влиянием лаймановского континуума, который учитывался, начиная с этой температуры. При достаточно высоких значениях $T_{\text{эфф}}$ водород становится сильно ионизованным. Величина лаймановского скачка поэтому уменьшается, одновременно максимум потока сдвигается за сачок. Поэтому отношение $T_0/T_{\text{эфф}}$ возрастает и опять приближается к своему значению для случая серой атмосферы. При еще более высоких температурах $T_0/T_{\text{эфф}}$ снова падает из-за влияния скачков у HeI на $\lambda 504 \text{ \AA}$ и у HeII на $\lambda 226 \text{ \AA}$.

Уменьшение поверхностной температуры, обусловленное лайма-

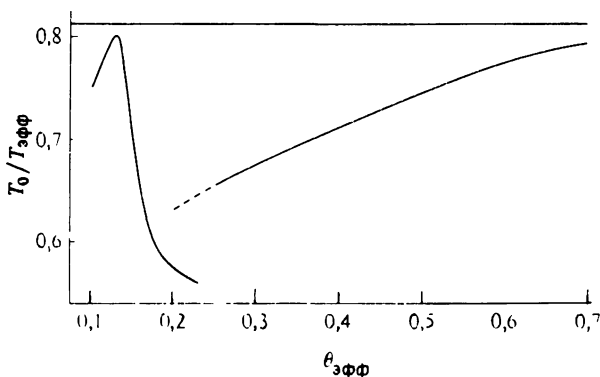


Рис. 7.16. Отношение поверхностной температуры T_0 к эффективной температуре $T_{\text{эфф}}$ в функции $\theta_{\text{эфф}} = 5040/T_{\text{эфф}}$. Разрыв около $\theta_{\text{эфф}} = 0,25$ вызван учетом лаймановского континуума в моделях с высокой температурой. Верхняя прямая дает значение $T_0/T_{\text{эфф}}$ для серой атмосферы.

новским скачком, можно оценить с помощью формулы (7.115). Допустим, что единственными источниками непрозрачности являются связанно-свободное и свободно-свободное поглощения на водороде. Для получения вклада от свободно-свободных переходов воспользуемся формулой (4.124), просуммировав $n^2 \chi_{v,i}(b-f)$ по всем связанным уровням с $u_n = n^2 \chi_{\text{ион}}/kT \leq u = h\nu/kT$. Если учесть формулы (4.114) и (5.14), ввести поправку на вынужденное излучение и положить гаунтовские множители равными единице, можно представить коэффициент поглощения в виде

$$k_v^* = C u^{-3} (1 - e^{-u}) \left[1 + \sum_n 2u_1 n^{-3} \exp(u_1/n^2) \right], \quad (7.116)$$

причем первый член в квадратной скобке учитывает свободно-свободное, а второй — свободно-связанное излучение. Так как росселандово среднее является гармоническим средним, от добавления лаймановского континуума оно практически не изменяется. Поэтому достаточно рассчитать планковское среднее с учетом и без учета лаймановского континуума и использовать полученные значения для нахождения T_0 для этих двух случаев. Возьмем пределы интегрирования в интеграле, входящем в (7.111), равными 0 и u_0 , где $u_0 = u_1$, когда лаймановский континуум отбрасывается, и $u_0 = \infty$, когда он учитывается. Поскольку $B_v = C' u^3 e^{-u} (1 - e^{-u})^{-1}$, будем иметь

$$\bar{k}_p(u_0) = C'' \left\{ 1 - e^{-u_0} + \sum_n 2u_1 n^{-3} [1 - \exp(-u_0 + n^2 u_1)] \right\}. \quad (7.117)$$

Далее при $\theta_{\text{эфф}} = 0,23$ имеем $u_1 = 2,3 \cdot 0,23 \cdot 13,6 = 7,2$. Если $u_0 = \infty$, то экспоненциальные члены равны нулю тождественно, если же $u_0 = u_1$, ими можно пренебречь, если только $n \neq 1$, так как $u_1 \gg 1$. Поэтому

$$\begin{aligned} \bar{k}_p(\infty)/\bar{k}_p(u_1) &= (1 + 2u_1 \sum_{n=1}^{\infty} n^{-3}) / (1 + \\ &+ 2u_1 \sum_{n=2}^{\infty} n^{-3}) = (1 + 2,4u_1)(1 + 0,4u_1). \end{aligned} \quad (7.118)$$

При $u_1 = 7,2$ находим, таким образом, что $\bar{k}_p(\infty)/\bar{k}_p(u_1) = 4,7$, откуда

$$T_0(\text{с учетом } L_c)/T_0(\text{без учета } L_c) = (4,7)^{-1/8} = 0,825. \quad (7.119)$$

Экстраполируя до $\theta_{\text{эфф}} = 0,23$ результаты, приведенные на рис. 7.16 и относящиеся к случаю, когда лаймановский континуум не учитывается, находим $T_0/T_{\text{эфф}} \approx 0,65$, а при учете лаймановского континуума $T_0/T_{\text{эфф}} \approx 0,56$. Этому соответствует отношение поверхностных температур, равное 0,865, что хорошо согласуется с (7.119) (если принять во внимание все те приближения, которые были сделаны). Следует отметить, что этот спад температуры происходит лишь в самых поверхностных слоях, которые прозрачны в лаймановском континууме. Уже на оптической глубине в видимой части спектра, равной 10^{-4} , лаймановский континуум непрозрачен, и температуры по моделям, построенным с учетом и без учета лаймановского континуума, практически одинаковы.

Еще одна иллюстрация эффектов выхолаживания при ЛТР за счет континуумов и линий приведена на рис. 7.17. На нем показано распределение температуры в модели атмосферы с $T_{\text{эфф}} = 15000$ К, $\lg g = 4$, состоящей из водорода, моделируемого атомом с двумя уровнями и континуумом [40]. Такой атом может излучать в линии L_α , в лаймановском и бальмеровском континуумах и в свободно-свободном континууме. Температурное плато на $T \approx 10300$ К при $-4 \leq \lg \tau \leq -2$ расположено там, где оптическая глубина в бальмеровском континууме еще мала, а в лаймановском континууме уже велика. Этой температуре « T_0 » соответствует отношение « T_0 »/ $T_{\text{эфф}} \approx 0,68$. Это неплохо согласуется с тем, что дает рис.

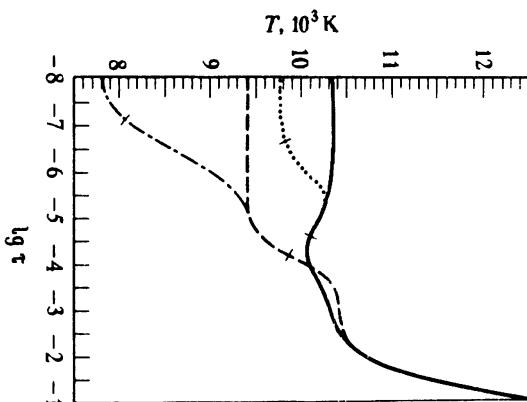


Рис. 7.17. Распределение температуры для моделей с ЛТР и без ЛТР, имеющих $T_{\text{эфф}} = 15000$ К и $\lg g = 4$. Атмосфера состоит из водорода, который представляется схематической моделью атома с двумя дискретными уровнями и континуумом. Этой моделью атома учитываются лаймановский, бальмеровский и свободно-свободный континуумы и линия L_α . (Сплошная линия: ЛТР нет, линий нет; штриховая: ЛТР, линий нет; пунктирная: ЛТР нет, L_α ; штрих-пунктирная: ЛТР, L_α .) По [40], с разрешения.

7.16 для случая, когда лаймановский континуум не учитывается. Учет лаймановского континуума снижает T_0 до 9400 К. Добавление одной только линии L_α вызывает дальнейшее уменьшение поверхностной температуры до 7800 К. Учет других линий привел бы к еще большему выхолаживанию. Результаты, относящиеся к атмосферам без ЛТР, будут обсуждаться в §7.5.

Если теперь рассмотреть линии, образующиеся за счет рассеяния ($\varepsilon \neq 1$), то полученные выше результаты радикально изменяются. Обозначим $\lambda = 1 + \varepsilon\beta$ и $\sigma = (w_1 + \lambda w_2)^{-1}$. Тогда формула (7.89) принимает вид $B = \sigma(J^{(1)} + \lambda J^{(2)})$, а уравнения (7.88) переписываются в форме

$$\mu dI^{(1)}/d\tau = I^{(1)} - w_1\sigma(J^{(1)} + \lambda J^{(2)}), \quad (7.88a')$$

$$\mu dI^{(2)}/d\tau = \gamma I^{(2)} - (\gamma - w_1\sigma\lambda)J^{(2)} - w_2\sigma\lambda J^{(1)}. \quad (7.88b')$$

Применение метода дискретных ординат приводит к характеристическому уравнению [474]

$$1 - w_1\sigma G - (1 - w_1\sigma\lambda\gamma^{-1})H + w_1\sigma(1 - \lambda\gamma^{-1})GH = 0, \quad (7.120)$$

где

$$G = \frac{1}{2} \sum_{i=-n}^n a_i/(1 + k\mu_i), \quad (7.121a)$$

$$H = \frac{1}{2} \sum_{i=-n}^n a_i/(1 + k\mu_i/\gamma). \quad (7.121b)$$

Уравнение (7.120) имеет $2n - 1$ положительных корней k_α . Для $B(\tau)$ получается следующее выражение:

$$B(\tau) = \frac{3}{4} F(\tau + Q + \sum_{\alpha=1}^{2n-1} M_\alpha e^{-k_\alpha \tau}) / \sum_m w_m \gamma_m^{-1}, \quad (7.122)$$

где $M_\alpha = \sigma L_\alpha [G_\alpha(1 - G_\alpha)^{-1} + (\lambda/\gamma)H_\alpha(H_\alpha - 1)^{-1}]$. Здесь постоянные L_α и константа Q определяются из граничных условий $I_i^{(m)}(0) = 0$, что дает

$$Q + w_1^{-1} \sum_{\alpha=1}^{2n-1} L_\alpha(1 - G_\alpha)^{-1}(1 + k_\alpha \mu_i)^{-1} = \mu_i, \quad i = 1, \dots, n. \quad (7.123a)$$

$$Q + (\gamma w_2)^{-1} \sum_{\alpha=1}^{2n-1} L_\alpha(H_\alpha - 1)^{-1} (1 - k_\alpha \mu_i/\gamma)^{-1} = \mu_i/\gamma,$$

$$i = 1, \dots, n \quad (7.123b)$$

Упражнение 7.12. Убедиться в справедливости формул (7.120) — (7.123).

Решение, полученное Мюнчем при $w_1 = 0,8$, $w_2 = 0,2$, $\gamma = 10$ и $\varepsilon = 0$, показано на рис. 7.15. Оказывается, что в этом случае поверхностная температура лишь ненамного ниже ее значения для серой атмосферы: $B(0)/F = 0,4308$, тогда как для серой атмосферы 0,4330. Итак, *если линии образуются за счет рассеяния, то они почти не оказывают влияния на поверхностную температуру.* Таким образом, *влияние линий на поверхностную температуру оказывается чувствительным к механизму формирования линии.* Эффект самообогрева, конечно, имеется и здесь, так как из-за присутствия линий ширина полосы, в которой излучение может свободно распространяться, уменьшается. Более того, этот эффект в обоих случаях почти один и тот же, откуда следует, что *самообогрев определяется главным образом тем, какая доля спектра оказывается заблокированной линиями*, детали же процесса образования линий сказываются мало. Важно понимать, что при наличии ЛТР покровный эффект выхолаживает поверхностные слои (и делает линии более темными). Однако линии, возникающие за счет рассеяния, также являются темными (см. § 10.2), даже когда такого спада температуры у границы и нет. Поэтому было бы *неверно* утверждать, что значения T_0 у звездной атмосферы малы, только на том основании, что у линий наблюдаются темные ядра. Вообще говоря, линии могут и не быть непосредственно связаны с локальным распределением температуры, а тогда их центральные глубины не имеют никакого отношения к T_0 . Мы еще вернемся к этому вопросу, когда будет обсуждаться образование линий. Наконец, интересно отметить, что при определенных условиях введение скачка непрозрачности может вызывать локальный *нагрев* атмосферы (см. [198]).

7.5. Звезды ранних спектральных типов: модели с лучистым равновесием, но без ЛТР

Методы и результаты, которые описывались до сих пор в этой главе, основывались на упрощающем предположении о существовании ЛТР. Обратимся теперь к более общей задаче построения таких моделей, в которых населенности уровней атомов и поле излу-