вергнуто критике с различных позиций. 1) На самом деле рассеяние в линии не является когерентным. Этот недостаток будет устранен, если вместо уравнения (10.8) написать

$$\mu\frac{\partial I_\nu}{\partial\tau_\nu} = I_\nu - \lambda_\nu B_\nu - \frac{\rho J_\nu}{1+\beta_\nu} - \frac{(1-\varepsilon)\beta_\nu}{(1+\beta_\nu)\phi_\nu}\int R(\nu', \nu)J_{\nu'}d\nu', \tag{10.9}$$

где $R(\nu', \nu)$ — соответствующая функция перераспределения (см. § 2.1 и гл. 13). 2) Чтобы решить уравнения (10.8) или (10.9), нужно знать параметр ε и населенности уровней n_i и n_j. При классическом подходе часто принимается, что имеет место ЛТР, так что $\varepsilon = 1$ и $n_i = n_i^*$, $n_j = n_j^*$. Следует, однако, подчеркнуть, что это просто *предположение*, причем, как будет показано в гл. 11 и 12, предположение часто неоправданное, которое может приводить к большим ошибкам. Во многих работах для ε выбирается некоторое соответствующее случаю значение, а про населенности по-прежнему предполагается, что они равновесные. Такой подход *внутренне противоречив*, так как, когда в линии происходит рассеяние, населенности уровней через посредство уравнений статистического равновесия зависят от поля излучения. 3) Уравнение вида (10.8) было выведено Милном для строго двухуровенного атома, и его анализ дает для параметра ε вполне определенное (и правильное) значение [416], стр. 172 — 178]. Однако, как отмечалось выше, когерентное рассеяние *не является* хорошим приближением. Важнее другое: анализ уравнений статистического равновесия для общих (т.е. многоуровенных) моделей атома показывает (см. гл. 11 и 12), что в выражении для функции источников появляются члены *другой природы*. Они могут зависеть от полей излучения, обусловленных другими переходами (в континуумах и в линиях), и тем самым связывают воедино *все* линии спектра. Короче говоря, как уравнение (10.8), так и (10.9) с физической точки зрения существенно неполны, и это следет иметь в виду при чтении всего, что излагается далее в этой главе.

10.2. Модель Милна — Эддингтона

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Рассмотрим теперь уравнение Милна — Эддингтона [уравнение (10.8)] при следующих упрощающих предположениях: λ_ν, ε и ρ не изменяются с глубиной, а функция Планка B_ν является линейной функцией оптической глубины в континууме τ, т.е.

$$B_\nu = a + b\tau = a + b\tau_\nu/(1 + \beta_\nu) \equiv a + p_\nu \tau_\nu. \qquad (10.10)$$

При выполнении этих условий можно получить *точное* решение [158], но оно лишь незначительно отличается от получаемого ниже приближенного решения.

Взяв момент нулевого порядка по μ от уравнения (10.8), получим

$$\frac{dH_\nu}{d\tau_\nu} = J_\nu - (1 - \lambda_\nu)J_\nu - \lambda_\nu B_\nu = \lambda_\nu(J_\nu - B_\nu). \qquad (10.11)$$

С точностью до того, что понимается под λ_ν, уравнение (10.11) совпадает с уравнением (6.4). Анализ, проведенный в § 6.1, показал, что в приближении Эддингтона его решение имеет вид

$$J_\nu = a + p_\nu \tau_\nu + (p_\nu - \sqrt{3}a)\exp[-(3\lambda_\nu)^{1/2}\tau_\nu]/[\sqrt{3} + (3\lambda_\nu)^{1/2}], \qquad (10.12)$$

а выходящий поток равен

$$H_\nu(0) = 3^{-1/2}J_\nu(0) = \frac{1}{3}[p_\nu + (3\lambda_\nu)^{1/2}a]/(1 + \lambda_\nu)^{1/2}. \qquad (10.13)$$

Формула (10.13) показывает, что термализация ($J_\nu \to B_\nu$) происходит только на глубинах порядка $\lambda_\nu^{-1/2}$. Вспоминая определение λ_ν, видим, что эта глубина равна $(1 - \rho)^{-1/2}$ в континууме ($\beta_\nu = 0$) и $\varepsilon^{-1/2}$ в сильной линии ($\beta_\nu \to \infty$). В обоих случаях термализация происходит на глубине $p^{-1/2}$, где p — вероятность (в расчете на акт взаимодействия с веществом) того, что фотон погибнет, а энергия превратится в тепло. Эти результаты согласуются с приведенными в гл. 6 соображениями, основанными на рассмотрении случайных блужданий. Отметим, что они применимы лишь при когерентном рассеянии (см. гл. 11).

Формулой (10.13) можно воспользоваться для расчета профиля линии в спектре звезды. В континууме $\beta_\nu = 0$. Поэтому $\lambda_\nu = 1 - \rho$, и *поток в континууме* равен

$$H_c(0) = \frac{1}{3}\left[b + a\sqrt{3(1 - \rho)}\right]\Big/(1 + \sqrt{1 - \rho}). \qquad (10.14)$$

Таким образом, *остаточный поток* в линии в силу формулы (8.2) есть

$$R_\nu = \frac{p_\nu + (3\lambda_\nu)^{1/2}a}{1 + \lambda_\nu^{1/2}} \; \frac{1 + \sqrt{1 - \rho}}{b + a\sqrt{3(1 - \rho)}}. \qquad (10.15)$$

Из этой классической теории можно получить четыре важных результата, которые легли в основу системы понятий, использовавшихся в большинстве ранних работ по образованию линий. Сейчас мы кратко их обсудим.

ЛИНИИ, ВОЗНИКАЮЩИЕ ЗА СЧЕТ РАССЕЯНИЯ

Рассмотрим случай, когда $\rho = 0$, так что рассеяния в континууме нет. Далее, предположим, что $\varepsilon = 0$, так что в линии происходит чистое рассеяние. Тогда $\lambda_\nu = (1 + \beta_\nu)^{-1}$, и остаточный поток в линии равен

$$R_\nu = 2\left[\frac{b}{1+\beta_\nu} + a\left(\frac{3}{1+\beta_\nu}\right)^{1/2}\right]\left[\left(1 + \sqrt{\frac{1}{1+\beta_\nu}}\right)(\sqrt{3}a + b)\right]^{-1}. \tag{10.16}$$

Если рассмотреть случай очень сильной линии и перейти к пределу $\beta_\nu \to \infty$, получим $R_\nu = H_\nu(0)/H_c(0) = 0$. Это показывает, что ядро очень сильной линии, возникающей за счет рассеяния, может быть совершенно темным. Как показывается ниже, этот результат противоположен тому, что имеет место для линии, возникающей за счет поглощения.

Упражнение 10.1. Положив $\beta_\nu = \beta_0 H(a, v)$, где через H обозначена обычная функция Фойгта, построить по формуле (10.16) графики профилей остаточного потока для линий, возникающих за счет рассеяния, при $\beta_0 = 1$; 10; 100; 1000; 10^4 и $b/a = 1$; 2 и 3, считая $a = 10^{-3}$.

Упражнение 10.2. В *модели Шварцшильда — Шустера* принимается, что линии образуются лишь в конечном слое (*обращающий слой*) толщины τ_ν, освещаемом снизу излучением интенсивности I_0. В обращающем слое коэффициент поглощения в континууме равен нулю, а в линии происходит чистое рассеяние. Пользуясь *двухпотоковым приближением* ($I = I^+$ при $0 \leqslant \mu \leqslant 1$, $I = I^-$ при $-1 \leqslant \mu \leqslant 0$ и $\mu = \pm 1/2$ в уравнении переноса), показать, что а) $H_\nu = \frac{1}{2}(I_\nu^+ - I_\nu^-) = \text{const} = \frac{1}{2} I_0/(1 + \tau_\nu)$ и б) $J_\nu(t_\nu) = H_\nu(1 + 2t_\nu)$, $0 \leqslant t_\nu \leqslant \tau_\nu$.

ЛИНИИ, ВОЗНИКАЮЩИЕ ЗА СЧЕТ ПОГЛОЩЕНИЯ

Предположим опять, что $\rho = 0$, но положим теперь $\varepsilon = 1$ (ЛТР в линии). Тогда $\lambda_\nu = 1$ и

$$R_\nu = [\sqrt{3}a + b(1 + \beta_\nu)^{-1}]/(\sqrt{3}a + b). \tag{10.17}$$

В этом случае при $\beta_\nu \to \infty$ поток в линии не стремится к нулю, а приближается к конечному значению

$$R_0 = R_\nu(\varepsilon = 1, \beta_\nu \to \infty) = (1 + b\sqrt{3}a)^{-1}. \tag{10.18}$$

Этого следовало ожидать, так как при $\beta_\nu \to \infty$ видны лишь поверхностные слои звезды. Выходящий поток определяется поэтому значением функции Планка на поверхности, которое отлично от нуля. В противоположность этому в случае, когда имеет место чистое рассеяние, фотоны все время выводятся из пучка излучения, и в пределе $\beta_\nu \to \infty$ таких фотонов, которые выжили бы и вышли через границу, не остается вовсе.

Упражнение 10.3. Повторить упражнение 10.1 для линии, возникающей за счет поглощения, пользуясь выражением (10.17).

Полезно переписать формулы (10.17) и (10.18) через функцию Планка и ее градиент. Предположим, что в шкале *средних* оптических глубин

$$B_\nu(\bar{\tau}) = B_\nu(T_0) + \left(\frac{\partial B_\nu}{\partial \bar{\tau}}\right)_0 \bar{\tau} \equiv B_0 + B_1\bar{\tau}. \tag{10.19}$$

Пользуясь полученным в приближении Эддингтона выражением для распределения температуры в сером случае, а именно $T^4 = T_0^4(1 + \frac{3}{2}\bar{\tau})$, легко показать, что

$$B_1 = \frac{3}{8} X_0 B_0, \tag{10.20}$$

где

$$X_0 = u_0/(1 - e^{-u_0}) \tag{10.21}$$

и $u_0 = h\nu/kT_0$ (k — постоянная Больцмана). Таким образом, параметры в выражении (10.10) таковы: $a \equiv B_0$,

$$b = \frac{3}{8} X_0 B_0 \bar{k}/k \tag{10.22}$$

и

$$p_\nu = \frac{3}{8} X_0 B_0 \left(\frac{\bar{k}}{k}\right) \Big/ (1 + \beta_\nu), \tag{10.23}$$

где $\bar{k}$ и k — средний коэффициент поглощения и монохроматический коэффициент поглощения в континууме соответственно. Поэтому формула (10.18) принимает вид

$$R_0 = [1 + \sqrt{3} X_0(\bar{k}/k)/8]^{-1}. \tag{10.24}$$

Упражнение 10.4. Получить формулы (10.20) — 10.23).

Для Солнца, согласно серой модели, $T \approx 4800$ К, и если выбрать $\lambda \approx 5000$ Å, то $u_0 \approx 6$, $X_0 \approx 6$ и $k \approx \bar{k}$, так что формула (10.24) дает

$$R_0 = (1 + \frac{3}{4}\sqrt{3})^{-1} = 0{,}44. \tag{10.25}$$

Это значение хорошо согласуется с глубинами многих сильных линий, наблюдающихся в этом участке солнечного спектра. Однако некоторые линии, в частности резонансные, такие, как D-линии натрия, гораздо глубже. Поэтому резонансные линии стали рассматриваться как линии, «возникающие за счет рассеяния», а субординатные линии (например, H_α) — как линии, «возннкающие за счет поглощения». Считалось, что центральные интенсивности линий второй группы дают информацию о поверхностной температуре атмосферы. Такое подразделение линий на две группы интуитивно кажется разумным, так как следует ожидать, что в резонансной линии самым вероятным способом ухода с верхнего уровня является, конечно, прямой переход на нижний уровень. Напротив, для субординатных линий, вообще говоря, будет существовать большое число возможностей, и фотоны могут эффективно уходить из линии и гибнуть. Следует, однако, подчеркнуть, что такая характеристика линий является лишь некоторой схемой, и часто она искажает истинную физическую картину их образования. Например, в гл. 11 будет найдено, что граничное значение функции источников в (субординатной) линии H_α фактически не имеет ничего общего с температурой наружных слоев атмосферы.

ИЗМЕНЕНИЕ ОТ ЦЕНТРА К КРАЮ

Интенсивность излучения, выходящего на частоте ν из точки диска, находящейся на угловом расстоянии $\theta = \arccos\mu$ от его центра, дается выражением

$$I_\nu(0, \mu) = \int_0^\infty S_\nu(\tau_\nu) e^{-\tau_\nu/\mu} d\tau_\nu/\mu =$$

$$= \int_0^\infty [B_\nu + (1 - \lambda_\nu)(J_\nu - B_\nu)] \exp(-\tau_\nu/\mu)\mu^{-1} d\tau_\nu. \tag{10.26}$$

Здесь использована функция источников S_ν, определяемая формулой

(10.8). Подставляя J_ν из (10.12), находим

$$I_\nu(0, \mu) = a + p_\nu\mu + \frac{(p_\nu - \sqrt{3}a)(1 - \lambda_\nu)}{\sqrt{3}(1 + \sqrt{\lambda_\nu})(1 + \sqrt{3\lambda_\nu}\mu)}. \tag{10.27}$$

В континууме $\beta_\nu = 0$, и если опять взять $\rho = 0$, то

$$I_c(0, \mu) = a + b\mu. \tag{10.28}$$

Выражения (10.27) и (10.28) позволяют непосредственно получить остаточную интенсивность $r_\nu(\mu) = I_\nu(0, \mu)/I_c(0, \mu)$ и глубину линии $a_\nu(\mu) = 1 - r_\nu(\mu)$.

Рассмотрим сначала линию, возникающую за счет чистого поглощения. Для нее $\varepsilon = 1$ и $\lambda_\nu = 1$. Поэтому

$$r_\nu(\mu) = [1 + (b/a)\mu/(1 + \beta_\nu)]/[1 + (b/a)\mu]. \tag{10.29}$$

Отсюда видно, что при приближении к краю (т.е. при $\mu \to 0$) $I_\nu \to I_c$, и *линия исчезает*. Это согласуется с описанной выше физической картиной, поскольку когда мы достигаем края диска, на любой частоте можно видеть только самый поверхностный слой. При $\varepsilon = 1$ в пределах всей линии функция источников, которую мы «видим», одна и та же (поверхностное значение функции Планка), и контраст между линией и континуумом исчезает. С другой стороны, если $\varepsilon = 0$ (линия, возникающая за счет чистого рассеяния), то $\lambda_\nu = (1 + \beta_\nu)^{-1}$, и в пределе $\beta_\nu \to \infty$ формула (10.27) дает $I_\nu(0, \mu) = 0$ при всех μ. Таким образом, ядра линий, возникающих за счет чистого рассеяния, остаются темными всегда, даже на краю, так что существует четкое различие в поведении при переходе от центра к краю между линиями, возникающими за счет поглощения и рассеяния. Несколько типичных примеров изменений глубины линий в зависимости от положения на диске даны в табл. 10.1 для ряда значений ε и β_ν. При расчетах бралось $b/a = 3$. Отрицательные значения означают эмиссию. Они нереальны и являются следствием приближений, сделанных при решении уравнения переноса.

В солнечном спектре некоторые линии действительно ослабевают с приближением к краю, тогда как другие нет или ослабляются очень мало. Это наблюдаемое поведение также породило классификацию линий на линии, образующиеся «за счет поглощения» и «за счет рассеяния», хотя в некоторых случаях отнесение линии к тому или другому из этих типов по данным о потемнении к краю находилось в противоречии с тем, что получается на основе центральных интенсивностей. Более того, ряд исследований (например, исследование Хаутгаста, его обзор см. в [596]) показал, что *ни один*

ТАБЛИЦА 10 1

Изменение центр — край по модели Милна — Эддингтона

ε	β_ν	$a_\nu(\mu)$				A_ν (поток)
		$\mu = 1$	0,5	0,3	0	
	0,01	0,007	0,006	0,005	0,000	0,006
	0,1	0,068	0,055	0,043	0,000	0,058
1,0	1,0	0,375	0,300	0,237	0,000	0,317
	10,0	0,682	0,545	0,431	0,000	0,576
	100,0	0,743	0,594	0,469	0,000	0,628
	∞	0,750	0,600	0,474	0,000	0,634
	0,01	0,007	0,005	0,004	−0,002	0,006
	0,1	0,666	0,051	0,037	−0,019	0,054
	1,0	0,378	0,306	0,246	0,026	0,322
0,3	10,0	0,723	0,633	0,565	0,334	0,653
	100,0	0,798	0,713	0,648	0,438	0,731
	∞	0,808	0,723	0,659	0,452	0,741
	0,01	0,007	0,005	0,004	−0,003	0,006
	0,1	0,066	0,049	0,035	−0,024	0,053
	1,0	0,379	0,308	0,250	0,035	0,324
0,1	10,0	0,751	0,687	0,639	0,483	0,700
	100,0	0,847	0,799	0,765	0,658	0,809
	∞	0,860	0,815	0,783	0,684	0,824
	0,01	0,007	0,005	0,003	−0,004	0,006
	0,1	0,066	0,049	0,034	−0,027	0,053
	1,0	0,379	0,310	0,252	0,039	0,325
0,0	10,0	0,778	0,732	0,698	0,589	0,742
	100,0	0,931	0,920	0,912	0,885	0,922
	∞	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

из этих двух типов не адекватен наблюдениям, потому что у некоторых линий определяющую роль играют эффекты некогерентного рассеяния. Короче, описанный здесь подход крайне схематичен. Следует ясно осознавать, что он просто не содержит в себе многих существенных физических моментов.

МЕХАНИЗМ ШУСТЕРА

В обсуждении, которое было дано выше, континуум считался чисто тепловым. Если учесть рассеяние в континууме, появляется несколько интересных эффектов. Они впервые были рассмотрены Шустером в одной из основополагающих статей по теории переноса излучения [562]. Чтобы подчеркнуть роль рассеяния в континууме, положим $\rho = 1$ (для звезд типа O и близких к ним это реалистичное значение). Тогда $\lambda_\nu = \varepsilon\beta_\nu / (1 + \beta_\nu)$, и формула (10.15) принимает вид

$$R_\nu = \left[\frac{1}{1+\beta_\nu} + \frac{a}{b}\left(\frac{3\varepsilon\beta_\nu}{1+\beta_\nu}\right)^{1/2}\right]\left[1 + \left(\frac{\varepsilon\beta_\nu}{1+\beta_\nu}\right)^{1/2}\right]^{-1}. \qquad (10.30)$$

Прежде всего рассмотрим случай, когда $\varepsilon = 0$. Тогда $R_\nu = 1/(1 + \beta_\nu)$, и линия является чисто абсорбционной. Это объясняется тем, что и линии, и континуум образуются за счет рассеяния, причем фотон линии проходит в атмосфере больший путь, чем фотон континуума. Пусть теперь $\varepsilon = 1$. Тогда из формулы (10.30) очевидно, что в ядре линии при $\beta_\nu \to \infty$ имеем $R_\nu \to \sqrt{3}a/2b$. Таким образом, линия может быть видна как в поглощении, *так и в излучении* в зависимости от величины отношения a/b. Чем меньше градиент температуры (т.е. чем меньше значение b), тем линия ярче по сравнению с континуумом. Причина этого в том, что поскольку $\varepsilon = 1$, то функция источников в линии всюду равна функции Планка при локальной температуре, в континууме же рассеяние ведет к тому, что J_ν (а значит, и S_ν) будет меньше B_ν.

Если a/b превышает критическое значение $a/b = 2/\sqrt{3}$, линия видна в излучении при любых значениях β_ν (т.е. на всех частотах в пределах линии). Если a/b в точности равно критическому значению, то далекие крылья ($\beta_\nu = 0$) и само ядро линии ($\beta_\nu \to \infty$) лежат на уровне континуума, а все остальные точки в пределах линии видны в излучении. Если a/b меньше критического значения, у линии могут быть слабые эмиссионные крылья и центральное обращение в виде абсорбционного ядра. Если $a/b < 1/\sqrt{3}$, вся линия видна в поглощении.

Такое совместное действие рассеяния и поглощения, порождающее в зависимости от градиента температуры и абсорбционные, и эмиссионные линии, известно под названием *механизма Шустера*. Тщательное рассмотрение различных возможных случаев было дано самим Шустером [562]. Время от времени высказывалось мнение, что этот механизм мог бы объяснять эмиссионные линии, наблюдающиеся в некоторых спектрах звезд ранних типов, но в свете выполненного недавно критического рассмотрения вопроса [238], [280] это представляется маловероятным.