

Глава 12

Перенос излучения в линии при отсутствии ЛТР: многоуровневый атом

Изложенная в предыдущей главе теория, основанная на использовании крайне упрощенной модели атома и идеализированной модели атмосферы, позволила далеко продвинуться в понимании физики проблемы образования спектральных линий. Но для анализа реальных звездных спектров необходимо сделать следующее. 1) Рассмотреть гораздо более близкие к реальности модели атома, обладающие множеством уровней (возможно, принадлежащих нескольким стадиям ионизации этого атома), при переходах между которыми образуется целый набор линий. 2) Научиться совместно решать уравнения переноса излучения и статистического равновесия для таких моделей атома применительно к достаточно сложным моделям атмосфер, которые должны с высокой степенью реализма описывать физическое строение звезды. Во всем последующем изложении будем предполагать, что имеем дело с атомами «примеси» (т.е. не с водородом), которые не влияют существенно на структуру атмосферы, и поэтому будем считать, что модель атмосферы задана и *фиксирована*. Ясно, что с ростом числа уровней число возможных переходов и взаимодействий сильно возрастает, и физическая сущность и математическое описание проблемы становятся более сложными. Более того, необходимо отдавать себе отчет в том, что этот рост сложности не сводится лишь к увеличению числа уравнений, которые должны рассматриваться. Появляются крайне важные новые *физические эффекты*. В частности, теперь оказывается, что *поле излучения в любой конкретной линии может влиять на поля излучения во всех других линиях атома* и что во многих случаях эти эффекты имеют определяющее значение. Далее, эти эффекты часто сказываются весьма тонким образом, поскольку они являются результатом крайне сложной последовательности взаимодействий. Это всеобщее взаимное влияние полей излучения в разных линиях (и взаимообусловленность функций источников) обычно называют *эффектами взаимосвязи*. Необходимость правильного учета эффектов взаимосвязи служит основным препятствием на пути решения многоуровневых задач переноса.

Самый прямой подход к многоуровневой задаче заключается в

непосредственном распространении методов решения, применявшихся в предыдущей главе к двухуровневому атому. При этом аналитические выражения для функций источников в каждой линии записываются так, чтобы явным образом выделить поле излучения в этой линии. Далее решаем соответствующее уравнение переноса, считая все другие члены известными. Это — метод *эквивалентных двухуровневых атомов*, в котором при решении уравнения переноса на каждом этапе рассматривается лишь одна линия, а взаимное влияние линий учитывается методом *последовательных приближений*. При этом молчаливо предполагается, что взаимосвязь между линиями является в некотором смысле достаточно слабой. Но часто это не так, и тогда метод эквивалентных двухуровневых атомов становится неприменимым. Например, отдельные компоненты *мультиплетов* обычно имеют в качестве соответствующих им верхних и/или нижних состояний очень мало различающиеся по энергии уровни, прямое физическое взаимодействие между которыми может быть очень сильным. В таких ситуациях фотоны могут *перемещаться* из одной линии мультиплета в другую, и поля излучения в таких линиях становятся сильно связанными друг с другом. В более общих случаях в цепочках переходов в составе сложных совокупностей переходов между многочисленными уровнями часто возникают условия, при которых фотоны одной линии, лежащей в определенном спектральном диапазоне, сравнительно легко преобразуются в фотоны совсем другой линии (*конверсия* фотонов). По существу, в такой ситуации данный фотон больше не принадлежит лишь одной *определенной* линии. До некоторой степени он принадлежит целому ансамблю *полей излучения, соответствующих полному набору переходов в атоме*. Чрезвычайная важность этого обстоятельства была осознана и всячески подчеркивалась Джеффрисом [334], гл. 8; [284], стр. 177. Он ввел наглядное описание, согласно которому фотоны следует считать взаимозаменяемыми членами некоего их *коллективного ансамбля*. В свете этого становится ясно, что все линии и их взаимодействие обязательно должны рассматриваться *одновременно* и в высшей степени взаимосогласованно. В некоторых специальных случаях это удается сделать прямо (например, в случае мультиплета с общим нижним уровнем). В общем случае строгой согласованности позволяет добиться *метод полной линеаризации*. В этом методе все эффекты взаимосвязи учитываются с самого начала. Его можно рассматривать как математическое выражение физического представления Джеффриса о коллективном ансамбле фотонов.

12.1. Метод эквивалентных двухуровневых атомов

ФОРМУЛИРОВКА МЕТОДА

При изучении двухуровневого атома мы использовали уравнения статистического равновесия, чтобы аналитически исключить отношение населенностей, входящее в формулу для функции источников, и таким путем получить для нее выражение следующего вида:

$$S_i = (\int \phi_\nu J_\nu d\nu + \alpha) / (1 + \beta), \quad (12.1)$$

где α и β описывают возможные пути возникновения и гибели фотонов. При написании (12.1) было явно использовано то, что у *строго* двухуровневого атома имеется лишь *одна* линия и, следовательно, нужно рассматривать поле излучения лишь в одной этой линии. Мы видели также, что если у атома есть еще и континуум, то величины α и β будут зависеть от интенсивностей излучения в двух имеющихся в этом случае связанно-свободных континуумах. Так как непрозрачность в линии обычно гораздо сильнее, чем в континуумах, часто (хотя и не всегда) на тех глубинах, где образуется линия, среда будет прозрачна в этих континуумах и скорости процессов, связанных с континуумом, можно считать *фиксированными*. Если включить в рассмотрение *другие* уровни и *другие* линии, то можно ожидать, что величины α и β станут зависеть от полей излучения в этих линиях и, кроме того, что эти величины станут переменными (т.е. их уже нельзя будет считать известными заранее) в пределах области образования данной линии. Тем не менее ясно, что как бы сильно ни была связана данная линия с другими, она во всех случаях должна как-то реагировать на скорость ударных переходов между ее верхним и нижним уровнями и на эффективность процессов, ведущих к переходам с этих уровней в континуум. Это соображение наводит на мысль, что в качестве вычислительной стратегии можно попытаться избрать следующую: записываем для функции источников такое математическое выражение, в котором члены, описывающие рассеяние в рассматриваемой линии, ударные переходы в ней, а также ударные и радиативные переходы в континуум с двух уровней, дающих линию, учитываются *прямо*, а все остальные переходы аналитически сгруппированы так, что входят не *прямо*, а через *число несбалансированных переходов*. Таким путем можно надеяться на каждой стадии вычислений свести эффект взаимосвязи к минимуму.

Рассмотрим линию, возникающую при переходах с верхнего

уровня u на нижний l . Уравнение стационарности для нижнего уровня имеет вид

$$\begin{aligned} n_l(B_{lu} \int \phi_\nu J_\nu d\nu + C_{lu} + \sum_{i<l} A_{li} Z_{li} + \sum_{l<j \neq u} C_{lj} Y_{lj} + R_{lk} + C_{lk}) - \\ - n_u(A_{ul} + B_{ul} \int \phi_\nu J_\nu d\nu + C_{ul}) = \\ = n_l^*(R_{kl} + C_{lk}) + \sum_{l<j \neq u} n_j A_{jl} Z_{jl} + \sum_{i<l} n_i C_{il} Y_{il}, \quad (12.2) \end{aligned}$$

для верхнего же уровня имеем

$$\begin{aligned} n_u(A_{ul} + B_{ul} \int \phi_\nu J_\nu d\nu + C_{ul} + \sum_{u>i \neq l} A_{ui} Z_{ui} + \sum_{u<j} C_{uj} Y_{uj} + R_{uk} + C_{uk}) - \\ - n_l(B_{lu} \int \phi_\nu J_\nu d\nu + C_{lu}) = \\ = n_u^*(R_{ku} + C_{uk}) + \sum_{u<j} n_j A_{ju} Z_{ju} + \sum_{u>i \neq l} n_i C_{iu} Y_{iu}. \quad (12.3) \end{aligned}$$

В уравнениях (12.2) и (12.3) использованы факторы радиационного разбаланса Z_{ji} и факторы ударного разбаланса Y_{ji} , определенные формулами (5.58) и (5.71), а также числа радиативных ионизаций R_{ik} и рекомбинаций R_{ki} , определяемые выражениями (5.66) и (5.67). Далее, n_i^* означает населенность i -го уровня при ЛТР, даваемую формулой (5.14) при реально имеющемся значении концентрации ионов.

Если разрешить уравнение (12.2) и (12.3) относительно $n_l g_u / n_u g_l$, подставить результат в формулу $S_{lu} = (2h\nu^3/c^2)[n_l g_u / n_u g_l - 1]^{-1}$ и воспользоваться соотношениями между энштейновскими коэффициентами вероятностей переходов, то получим

$$S_{lu} = [\int \phi_\nu J_\nu d\nu + (\varepsilon' + \theta)B_\nu(T_l)] / (1 + \varepsilon' + \eta), \quad (12.4)$$

где ε' определяется так же, как в (11.7), а

$$\eta = [a_2 a_3 - (g_l/g_u)a_1 a_4] / A_{ul}(a_2 + a_4), \quad (12.5)$$

$$\theta = n_l^* a_1 a_4 [1 - \exp(-h\nu/kT)] / n_u^* A_{ul}(a_2 + a_4), \quad (12.6)$$

где в свою очередь

$$a_1 = R_{lk} + C_{lk} + \sum_{i<l} A_{li} Z_{li} + \sum_{l<j \neq u} C_{lj} Y_{lj}, \quad (12.7)$$

$$a_2 = n_l^*(R_{kl} + C_{lk}) + \sum_{l<j \neq u} n_j A_{jl} Z_{jl} + \sum_{i<l} n_i C_{il} Y_{il}, \quad (12.8)$$

$$a_3 = R_{uk} + C_{uk} + \sum_{u>i \neq l} A_{ui} Z_{ui} + \sum_{u<j} C_{uj} Y_{uj}, \quad (12.9)$$

$$a_4 = n_u^* (R_{ku} + C_{uk}) + \sum_{u<j} n_j A_{ju} Z_{ju} + \sum_{u>i \neq l} n_i C_{iu} Y_{iu}. \quad (12.10)$$

Упражнение 12.1. Проверить формулы (12.4) — (12.10).

Ясно, что величины a_1 и a_2 представляют собой соответственно скорость опустошения уровня l за счет переходов на все другие уровни, кроме u , и число электронов, приходящих на уровень l со всех других уровней, не считая u ; через a_3 и a_4 обозначены аналогичные величины для уровня u .

Сходство (12.4) с выражением для S_{lu} в двухуровневом случае очевидно. Заметим, что в величины a_2 и a_4 входят населенности *всех других уровней*. Так получилось потому, что мы использовали лишь *два* из всей совокупности уравнений стационарности и поэтому смогли исключить только n_l и n_u . В принципе можно получить выражение для функции источников S_{lu} , которое в *явном виде* вовсе не содержит населенностей каких-либо уровней. Для этого из полной системы уравнений статистического равновесия $\mathcal{A} \mathbf{n} = \mathcal{B}$ путем преобразований надо получить явные выражения величин α и β , входящих в формулу (12.1), через коэффициенты матрицы \mathcal{A} (см. [333]; [284], стр. 187). Однако при такой процедуре выкладки очень быстро становятся безнадежно громоздкими и практически невыполнимыми, и, что более существенно, вовсе не очевидно, что при этом мы что-либо выигрываем, так как получающееся выражение для функции источников *нелинейно* по интенсивностям излучения во всех других линиях. Более того, эти интенсивности излучения зависят от населенностей соответствующих уровней, и поэтому S_{lu} все же будет зависеть от всех $n_i (i \neq l, i \neq u)$ *неявно*.

Если коэффициент поглощения в континууме обозначить через χ_c , а полный коэффициент поглощения в линии — через χ_{lu} :

$$\chi_{lu} = (B_{lu} h\nu / 4\pi) (n_l - g_l n_u / g_u),$$

то уравнение переноса излучения для произвольной частоты в линии можно записать в виде

$$\mu dI_\nu / dz = - (\chi_c + \chi_{lu} \phi_\nu) I_\nu + \chi_c S_c + \chi_{lu} \phi_\nu S_{lu}, \quad (12.11)$$

где S_c — функция источников в континууме (она не обязательно

совпадает с функцией Планка). Обозначив $d\tau_\nu = -(\chi_c + \chi_{lu}\phi_\nu)dz$ и подставив вместо S_{lu} выражение (12.4), уравнение (12.11) можно переписать в виде

$$\mu dI_\nu/d\tau_\nu = I_\nu - a_\nu \int \phi_\nu J_\nu d\nu - b_\nu. \quad (12.12)$$

Из этого уравнения можно получить некоторое уравнение второго порядка, которое решается стандартным методом Фотриэ или методом Райбики, описанными в гл. 6. Расчет подобного рода выполняется для *каждой линии* рассматриваемой совокупности переходов. Заметим, что для того, чтобы рассчитать χ_{lu} , а тем самым и τ_ν , a_ν и b_ν , входящие в уравнение (12.12), необходимо знать истинные значения n_l и n_u . Поскольку на каждой стадии вычислений эти величины известны лишь приближенно, ясно, что требуется итерационная процедура, в которой последовательно используются все более точные значения населенностей уровней. Каждая такая итерация может выполняться одновременно с более важной итерацией, требующейся для получения приближенных значений чисел радиативных переходов во всех линиях.

При расчетах, предназначенных для моделирования условий в реальной атмосфере, вообще говоря, необходимо учитывать изменение состояния ионизации рассматриваемого химического элемента (возможно, при этом потребуются учет целой последовательности из нескольких стадий ионизации). Континуумы возбужденных состояний «примесных» элементов будут, как правило, гораздо прозрачнее континуумов основных источников поглощения — H и He, так что поля излучения в них можно считать *известными*. Однако для континуумов основных состояний это обычно уже будет не так, поскольку в них атмосфера, как правило, достаточно непрозрачна, чтобы процессы в самих этих континуумах определяли интенсивность излучения в них.

Поэтому уравнения переноса в линиях (12.12) необходимо дополнить соответствующими уравнениями для континуумов, как это было описано в § 7.5 при рассмотрении образования лаймановского континуума [см. уравнения (7.127), (7.131) и (7.135) — (7.144)]. В полной совокупности уравнений стационарности для конкретного вида примесных атомов будет насчитываться столько уравнений, сколько имеется связанных уровней (у всех учитываемых стадий ионизации), плюс еще одно уравнение, в котором сумма всех населенностей приравнивается полной концентрации атомов и ионов этого элемента $n_{\text{атом}}$. Если содержание элемента по отношению к водороду задано, то величина $n_{\text{атом}}$ является известной функцией глубины.

По своей общей форме эти уравнения подобны первым M_{He} строчкам матрицы, приведенной в § 5.4 между формулами (5.91) и (5.92).

Итерационная процедура, которую надо осуществить, чтобы получить решение (оно дает изменение населенностей всех уровней в зависимости от глубины), в принципе достаточно проста, хотя на практике часто оказывается громоздкой. Если принять какую-нибудь начальную оценку $n_i(z)$ для всех атомных уровней i , скажем взять значения n_i , соответствующие ЛТР, то можно построить начальные шкалы оптических глубин. Считая χ_ν и η_ν известными [определяемыми (7.1) и (7.2)], приближенные значения интенсивностей излучения на частотах каждого перехода можно получить путем *формального решения* уравнения переноса излучения (т.е. считая S_{lu} заданной). Эти приближенные значения можно использовать для расчета чисел фотоионизаций и фоторекомбинаций. Затем последовательно решаются уравнения переноса вида (12.12) для каждой линии (и каждого континуума, в котором атмосфера непрозрачна). При этом считается сначала, что все факторы разбаланса Z_{ji} и Y_{ij} , входящие в уравнения (12.7) — (12.10), и их аналоги для континуумов можно положить тождественно равными нулю. В результате проделанных вычислений будут найдены числа радиативных процессов R_{ij} во всех линиях и континуумах, в которых атмосфера непрозрачна. Затем для каждого значения глубины заново решаются уравнения статистического равновесия $\mathcal{A}n = \bar{\mathcal{B}}$, что дает улучшенные оценки населенностей всех уровней n . Теперь по формулам (12.5) — (12.10) можно вычислить все Z_{ji} и Y_{ij} , а поэтому и η и θ для каждой линии, так как все необходимые для этого скорости переходов и населенности уровней известны. Используя новые значения τ_ν , η и θ , решаем еще раз уравнения (12.12) и получаем тем самым новые оценки \bar{J}_{lu} и S_{lu} для каждой линии (и каждого континуума). Снова решаем уравнения стационарности, и процесс повторяется до достижения сходимости. Когда он сошелся к определенному решению, все функции источников становятся известными и для каждой линии можно рассчитывать ее профиль.

Как отмечалось выше, практически осуществить успешно действующую итерационную процедуру, основанную на формализме эквивалентных двухуровневых атомов, часто довольно сложно, так как скорость сходимости (или само ее наличие!) может в сильной степени определяться техническими деталями, такими, как способ вычисления чисел нескомпенсированных переходов, способ расчета функций источников, и многими другими. обстоятельное обсуждение этих вопросов можно найти в [18], гл. 4; [23], стр. 27 — 63;

[23], стр. 113 — 132; [187], а также в литературе, указанной в этих работах. Более существенная трудность, связанная с этим подходом как таковым, заключается в том, что вместо того, чтобы сходить к настоящему решению, итерации могут *стабилизироваться* на решении, которое *не является самосогласованным* (обсуждение этого вопроса см. в [18], § 4.2, и [23], стр. 27 — 63). Этот недостаток, который проявляется не очень часто и который иногда удается преодолеть с помощью специальных приемов, сам по себе не является какой-то неожиданностью. Как будет показано в следующем разделе, существует множество физических ситуаций, при которых поля излучения в разных линиях очень сильно зависят друг от друга вопреки основному предположению метода эквивалентных двухуровневых атомов. Непоследовательность применения метода эквивалентных двухуровневых атомов в этих случаях полностью устраняется, если перейти к методу полной линеаризации, излагаемому в § 12.3.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Метод эквивалентных двухуровневых атомов широко применяется при расчетах самых различных спектров, в частности, применительно к атмосферам Солнца и звезд солнечного типа. Например, для Солнца был выполнен анализ линий H и K CaII [400], [401], [569]; линий OI и CII [168]; b-линий MgI; D-линий NaI [21]; линий FeI [22], причем использовались весьма сложные многоуровневые модели атомов и очень хорошие модели атмосферы. Весьма полный синтез спектра, осуществленный на основе этого общего подхода как для континуума, так и для линий, позволил построить чрезвычайно точные модели фотосферы и хромосферы Солнца [645], [646]. Кроме того, аналогичный анализ был выполнен и для линий H и K CaII у звезд солнечного типа [56], [58].

Недостаток места не позволяет обсудить все эти результаты; для этого читателю следует обратиться к изучению указанных только что работ. Но все же некоторые результаты работы [401], относящиеся к солнечным линиям CaII, играющим центральную роль при исследовании хромосферы, заслуживают упоминания. Линии H и K возникают при переходах $4s\ 2S_{1/2} - 4p\ 2P_{1/2, 3/2}$ (см. рис. 12.1). Между двумя верхними уровнями могут происходить переходы под действием столкновений. Возможны и радиативные переходы с них на метастабильные уровни $3d\ 2D_{3/2, 5/2}$, ведущие к излучению в инфракрасном триплете $\lambda\lambda$ 8498, 8542, 8662. Поскольку расположенные выше уровни лежат довольно далеко от

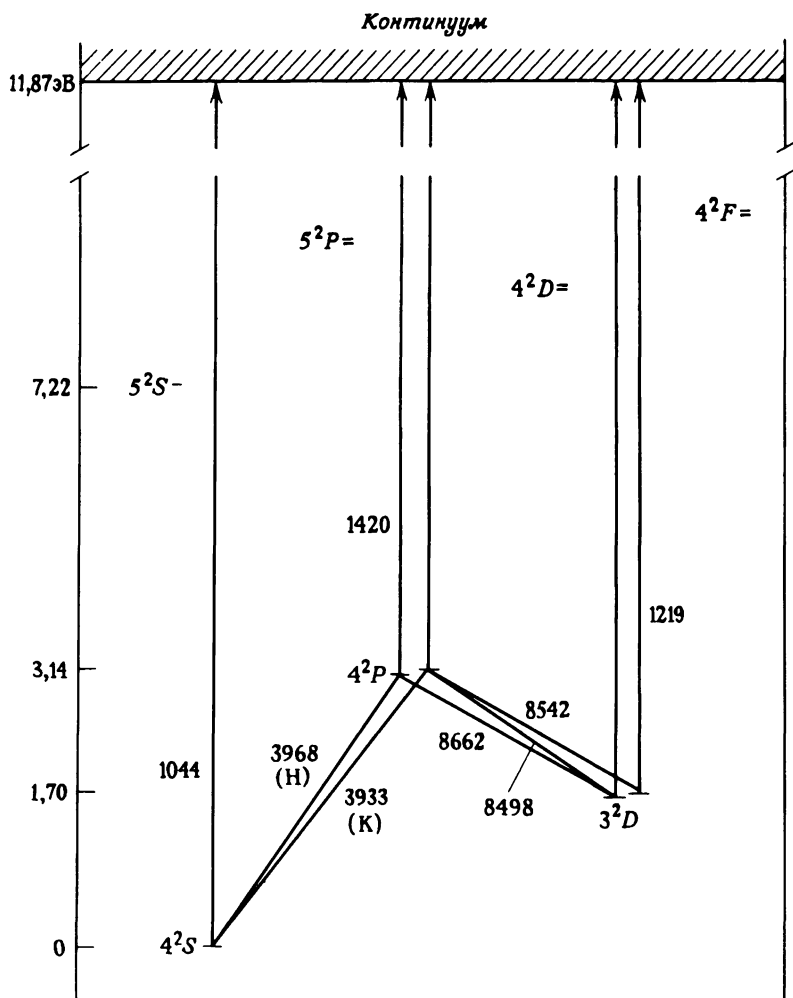


Рис. 12.1. Схема энергетических уровней нижних состояний Ca^+ . Учета пяти уровней $4s^2S_{1/2}$, $4p^2P_{1/2, 3/2}$ и $3d^2D_{3/2, 5/2}$ достаточно для описания процесса образования линий H и K Ca II $\lambda\lambda$ 3968 и 3933 и инфракрасного триплета $\lambda\lambda$ 8498, 8542, 8662. Заметим, что следующие уровни по энергии расположены значительно выше и поэтому ими можно пренебречь, хотя переходы в континуум все же учитываются. (По [401], с любезного разрешения редакции журнала PASP.)

уровня $4p$ (напомним, что в солнечной атмосфере $kT \approx 0,5$ эВ), упомянутых выше пяти уровней и континуума достаточно, чтобы обеспечить аккуратное описание физических процессов, ответственных за образование линий H и K. Решение уравнений переноса и

статистического равновесия для пятиуровневой модели иона Ca^+ позволяет рассчитать функции источников для всех пяти линий. Не зависящая от частоты функция источников линии К (полученная в предположении полного перераспределения по частоте) представлена на рис. 12.2 вместе с функцией Планка, значения которой рассчитаны для принятого распределения температуры с высотой $T_e(h)$. Профили линий Н и К и линий инфракрасного триплета при $\mu = 1$ сравниваются с наблюдениями на рис. 12.3 и 12.4 соответственно. Согласие между теорией и наблюдениями вполне удовлетворительное. Однако если сравнивать с наблюдениями изменения от центра к краю теоретических профилей линий Н и К, то обнаруживаются существенные расхождения. Как будет показано в § 13.4, расхождения исчезают, если учесть частичную когерентность процесса рассеяния и обусловленную этим зависимость функций источников от

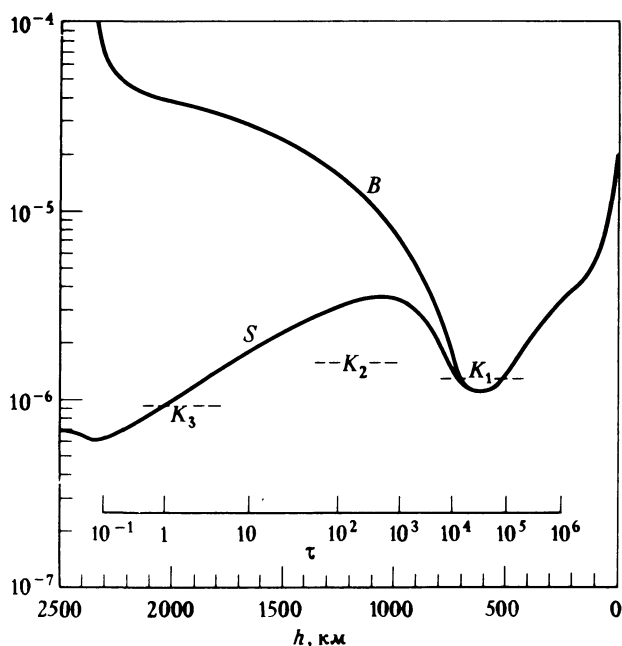


Рис. 12.2. Функция источников S линии К Ca II и соответствующая функция Планка B согласно одной из моделей атмосферы Солнца. Значения функции источников даны в абсолютных единицах эрг/(см² · с · Гц · стер). Шкала оптических глубин рассчитана для центра линии. Пунктиром показаны теоретические интенсивности компонентов K_1 , K_2 , K_3 (см. рис. 12.3.). (По [401], с любезного разрешения редакции PASP.)

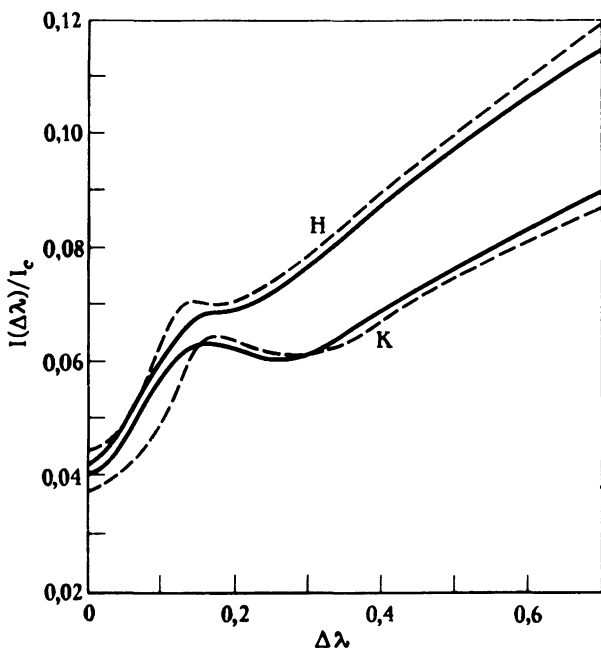


Рис. 12.3. Сравнение теоретических профилей линий Н и К при $\mu = 1$ (пунктир) с наблюдаемыми профилями (сплошные кривые). (По [401], с любезного разрешения редакции PASP.)

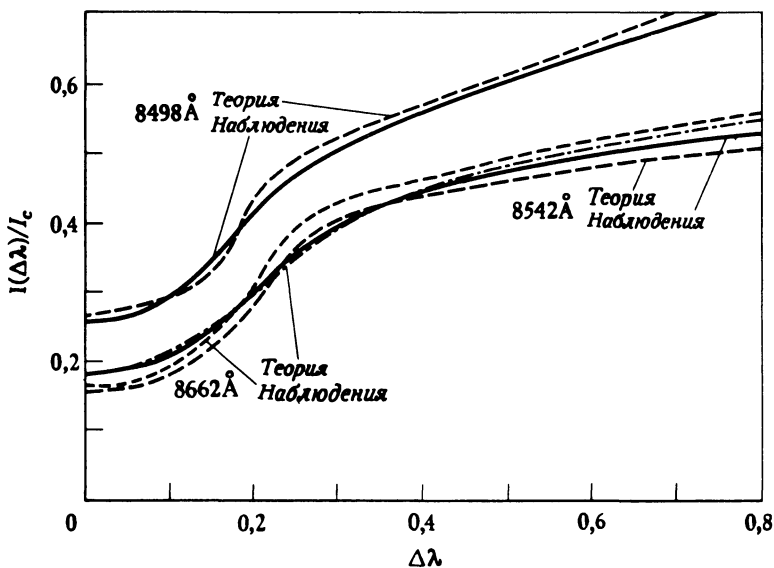


Рис. 12.4. Сравнение теоретических профилей линий инфракрасного триплета Ca II при $\mu = 1$ с наблюдаемыми. (По [401], с любезного разрешения редакции PASP.)

частоты. Кроме того, расчеты, результаты которых показаны на рис 12.3 и 12.4, представляют лишь среднюю спокойную хромосферу. Чтобы добиться согласия с наблюдениями профилей в спектрах активных областей [569], требуется другая модель атмосферы, а чтобы согласовать с наблюдениями *детальные* изменения теоретического профиля линии К при переходе от одной точки диска к другой, необходим полный учет трехмерной тонкой структуры хромосферы и макроскопических движений в ней. Такие расчеты аккуратно еще не сделаны, хотя они необходимы как для выяснения деталей строения хромосферы, так и для ответа на вопрос, в какой мере возможно (и возможно ли вообще) заменять сложную многомерную структуру хромосферы усредненной по горизонтальным плоскостям «средней хромосферой».

12.2. Эффекты взаимосвязи уровней.

Равенство функций источников в мультиплетах

Как подчеркивалось в предыдущем параграфе, метод эквивалентных двухуровневых атомов работает лучше всего тогда, когда члены уравнений статистического равновесия, описывающие переходы между двумя уровнями, дающими изучаемую линию, и всеми остальными уровнями, малы по сравнению с членами, описывающими переходы между самими этими двумя уровнями, а также между этими уровнями и континуумом. Существует, однако, множество физических ситуаций, когда это *не так*, и важно разобраться в том, к каким эффектам может приводить сильная взаимосвязь между несколькими уровнями. Эти эффекты порождают ряд важных следствий, которые сказываются и на наших общих представлениях о процессе образования линий, и на выборе численных методов решения многоуровневых задач теории переноса. Большинство основных физических понятий было введено Джеффрисом [333]; [334], гл. 8, и значительная часть последующих теоретических работ (например, [567]) была основана на его идеях. Были выполнены многочисленные методические расчеты, при которых использовались идеализированные модели многоуровневых атомов и параметризованные модели атмосфер: см., например, [54]; [18], гл. 4; [187], [213], [217], [218]. Вместо того, чтобы пытаться суммировать здесь результаты этих сильно различающихся между собой исследований, мы сосредоточим внимание на двух конкретных примерах, которые особенно ярко иллюстрируют природу эффектов взаимосвязи.