Глава 13

Образование линий при частичном перераспределении по частотам

В процессе *рассеяния* при образовании спектральных линий атом возбуждается за счет поглощения фотона, переходя из одного связанного состояния в другое, и затем возвращается назад в первоначальное состояние, совершая радиативный переход вниз с излучением фотона. До сих пор, занимаясь переносом в линиях, мы предполагали, что рассеяние либо строго когерентно, либо фотоны полностью перераспределяются в пределах профиля линии. Ни один из этих предельных случаев в звездных атмосферах в точности не реализуется, и поэтому следует подробнее рассмотреть перераспределение фотонов по частотам и по углам и рассчитать *функции перераспределения*, которые точно описывают процесс рассеяния. Этот расчет производится в два этапа. Сначала отдельный атом рассматривается в покоящейся относительно него системе отсчета и рассчитываются все виды перераспределения, происходящего в пределах подуровней связанных состояний. Затем, приняв во внимание, что на самом деле в звездной атмосфере наблюдается целый ансамбль движущихся атомов, имеющих тепловое распределение скоростей, мы учитываем доплеровское перераспределение по частотам, вызываемое движением атомов. Доплеровское перераспределение появляется из-за того, что падающий и рассеянный фотоны движутся, вообще говоря, в различных направлениях. В этом случае проекции вектора скорости атома на направления распространения этих двух фотонов будут разными, и должен происходить дифференциальный доплеровский сдвиг. Окончательная функция перераспределения получается усреднением по всем возможным скоростям. Если функция перераспределения известна, уравнение переноса можно решить, полностью учитывая все корреляции между частотами падающего и рассеянного фотонов (или их отсутствие).

В этой главе используются обозначения и методы из работы Хаммера [313]. За дальнейшими деталями и другими результатами отсылаем читателя к этой статье. Интересное исследование задачи с существенно иных исходных позиций можно найти в [295] и [269].

13.1. Перераспределение в системе отсчета атома

Рассмотрим сначала характер перераспределения, происходящего *в системе отсчета, связанной с атомом.* Обозначим смещение частоты падающего фотона от центра линии, измеренное *в системе отсчета, связанной с атомом*, через ξ', а направление его полета — через $\mathbf{n}'$. Смещение частоты и направление полета рассеянного фотона обозначим соответственно через ξ и $\mathbf{n}$. Предположим, что на атомных масштабах в веществе выделенных направлений нет, так что атомный профиль поглощения $f(\xi')$ не зависит от направления. Функция f нормирована так, что $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(\xi')d\xi' = 1$. Введем, далее, *функцию перераспределения по частотам* $p(\xi', \xi)$, такую, что $p(\xi', \xi)d\xi$ есть вероятность того, что если поглощен фотон частоты ξ', то будет излучен фотон с частотой из интервала $(\xi, \xi + d\xi)$. *Индикатриса рассеяния* $g(\mathbf{n}', \mathbf{n})$ вводится так: $g(\mathbf{n}', \mathbf{n})d\omega$ есть вероятность того, что фотон, имевший направление распространения $\mathbf{n}'$, рассеивается в телесный угол $d\omega$ около направления $\mathbf{n}$. Эти функции нормированы таким образом, что

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} p(\xi', \xi)d\xi' = \int\limits_{-\infty}^{\infty} p(\xi', \xi)d\xi = 1 \qquad (13.1)$$

и

$$(4\pi)^{-1} \oint g(\mathbf{n}', \mathbf{n})d\omega' = (4\pi)^{-1} \oint g(\mathbf{n}', \mathbf{n})d\omega = 1, \qquad (13.2)$$

причем в (13.2) интегрирование идет по всем направлениям. Наиболее важными при описании рассеяния на атомах индикатрисами являются изотропная и дипольная [они даются формулами (2.17) и (2.18)].

Пользуясь только что введенными функциями, можно написать, что вероятность поглощения фотона $(\xi', \mathbf{n}')$ есть $f(\xi')d\xi'd\omega'/4\pi$, а вероятность того, что *если поглощен* фотон $(\xi', \mathbf{n}')$, то будет излучен фотон $(\xi, \mathbf{n})$, равна

$$p(\xi', \xi)g(\mathbf{n}', \mathbf{n})d\xi d\omega/4\pi.$$

Таким образом, *совместная вероятность* того, что поглотится фотон $(\xi', \mathbf{n}')$ и затем излучится фотон $(\xi, \mathbf{n})$, есть

$$f(\xi')\, p(\xi', \xi)\cdot d\xi' d\xi g(\mathbf{n}', \mathbf{n})(d\omega'/4\pi)(d\omega/4\pi).$$

Теперь нам надлежит получить функции $f(\xi')$ и $p(\xi', \xi)$. Следуя Хаммеру, рассмотрим следующие четыре случая: а) случай I: нулевая естественная ширина линии; б) случай II: верхний уровень конечной ширины за счет затухания излучения, когерентность в системе отсчета атома; в) случай III: полное перераспределение в системе отсчета атома; г) случай IV: перераспределение в субординатной линии, возникающей при переходе между двумя не бесконечно тонкими уровнями. Рассмотрим их по порядку.

а) *Случай* I. Здесь рассматривается идеализированный атом с двумя бесконечно тонкими уровнями. Тогда $f(\xi')d\xi' = \delta(\xi' - \xi_0)d\xi'$ и $p(\xi', \xi) = \delta(\xi' - \xi)$, где δ означает функцию Дирака, а ξ_0 — частота центра линии. Ясно, что в этом случае в системе отсчета атома перераспределения не происходит. Очевидно, что описанные только что условия ни к какой реальной линии неприменимы, так как один (или оба) уровня обычно уширены. Тем не менее этот предельный случай полезно исследовать, так как он в чистом виде демонстрирует те эффекты доплеровского перераспределения, которые видит покоящийся относительно лабораторной системы отсчета наблюдатель, изучающий ансамбль движущихся атомов.

б) *Случай* II. Здесь рассматривается идеализированный атом с бесконечно тонким нижним уровнем и с таким верхним уровнем, конечное время жизни атома на котором, обусловленное возможностью радиативного перехода вниз (на исходный нижний уровень), порождает лоренцевский профиль

$$f(\xi') = \frac{\delta}{\pi}\left[(\xi' - \xi_0)^2 + \delta^2\right]^{-1}, \tag{13.3}$$

где $\delta = \Gamma_R/4\pi$ и Γ_R — ширина верхнего уровня, обусловленная затуханием излучения. Предполагается, что пока атом находится на верхнем уровне, никаких дополнительных возмущений его не происходит. Тогда никакого перераспределения электронов по подуровням верхнего состояния не будет, и возвращение на нижний уровень даст фотон в точности той же частоты, что и у поглощенного фотона. Поэтому мы и здесь имеем $p(\xi', \xi) = \delta(\xi - \xi')$. Этот случай применим к резонансным линиям в средах столь низкой плотности, что ударным уширением верхнего уровня можно полностью пренебрегать (например, к линии L_α водорода в межзвездной среде).

в) *Случай III*. Основная физическая модель здесь такова: атом с бесконечно узким нижним уровнем и уширенным верхним, находящийся в среде, где столкновения настолько часты, что, прежде чем происходит излучение, *все* возбужденные электроны случайным образом перераспределяются по подуровням верхнего состояния. Профиль поглощения здесь также лоренцевский, даваемый формулой (13.3), где теперь δ представляет собой полную ширину верхнего состояния (радиативную плюс ударную). В этом крайнем предельном случае частота излучаемого фотона не будет иметь *никакой* корреляции с частотой поглощенного фотона. Вероятность излучения фотона любой конкретной частоты пропорциональна тогда числу подуровней, соответствующих этой частоте, а значит, и коэффициенту поглощения. Таким образом, когда в системе отсчета атома происходит полное перераспределение, мы имеем

$$p(\xi', \xi)d\xi = f(\xi)d\xi = (\delta/\pi)d\xi/[(\xi - \xi_0)^2 + \delta^2]. \tag{13.4}$$

Это выражение ясно показывает, что $p(\xi', \xi)$ не зависит от ξ' и что совместная вероятность поглощения на ξ' и излучения на ξ пропорциональна $f(\xi')f(\xi)$.

г) *Случай IV.* Здесь предполагается, что линия образуется при поглощении с уширенного уровня i на уширенный же верхний уровень j, вслед за чем происходит радиативный переход на уровень i. Эта картина годится для описания рассеяния в субординатных линиях. Так как электрон возвращается на тот же самый уровень, с которого произошло возбуждение, вся цепочка рассматривается как единый квантовомеханический процесс и получается выражение сразу для произведения $f(\xi')p(\xi', \xi)$. Выражение для такой совместной вероятности поглощения, сопровождающегося излучением, было выведено Вайскопфом [663] и Вулли [683]. Последующий анализ Гайтлера [293], стр. 198, дал другой результат, который широко цитировался в астрофизической литературе, но, как теперь известно, был ошибочным [489], стр. 195. Более ранняя формула Вайскопфа на самом деле правильна. Вывод ее нетрудный, но длинный, и поэтому здесь будет приведено только окончательное выражение, а именно

$$\begin{aligned} f(\xi')p(\xi', \xi) = {} & (\delta_i^2\delta_j/\pi^2)4(\delta_i + \Delta)/\{[(\xi' - \xi_0)^2 + \\ & + \Delta^2][(\xi - \xi_0)^2 + \Delta^2][(\xi' - \xi)^2 + 4\delta_i^2]\} + \\ & + (\delta_i\delta_j/\pi^2)/\{[(\xi - \xi_0)^2 + \Delta^2][(\xi - \xi')^2 + 4\delta_i^2]\} + \\ & + (\delta_i\delta_j/\pi^2)/\{[(\xi - \xi')^2 + 4\delta_i^2][(\xi' - \xi_0)^2 + \Delta^2]\} + \\ & + (\delta_i^2/\pi^2)/\{[(\xi' - \xi_0)^2 + \Delta^2][(\xi - \xi_0)^2 + \Delta^2]\}, \end{aligned} \tag{13.5}$$

где $\Delta = \delta_i + \delta_j$ (подробный вывод и обсуждение см. в [684], стр. 164 — 168).

Легко показать, что $f(\xi')p(\xi', \xi) = f(\xi)p(\xi, \xi')$, как и следует ожидать для симметричного процесса $i \to j \to i$. Далее, рассматривая знаменатели в формуле (13.5), легко установить, то для заданного значения ξ существуют два максимума, один при $\xi' = \xi$ и другой при $\xi' = \xi_0$. Физически это можно понять так. 1) Большинство поглощений будет происходить из центра нижнего уровня. При этом возбуждается некоторый конкретный подуровень верхнего состояния, и возвращение назад чаще всего происходит на середину нижнего уровня. Ясно, что тогда ξ будет равно ξ' и что этот процесс происходит со сравнительно большой вероятностью. 2) Другая возможность состоит в том, что с очень высокой вероятностью атом будет возбужден из центра нижнего состояния в центр верхнего фотонами с $\xi' = \xi_0$. Верхнее состояние может затем распасться с переходом на произвольный подуровень нижнего состояния, в частности порождая фотоны частоты ξ. Происходит и обратное: при переходе с произвольного подуровня нижнего состояния имеется высокая вероятность возбуждения центрального подуровня верхнего состояния, и наиболее вероятный путь возврата — на середину нижнего уровня. Поэтому излучение будет иметь максимум в центре линии (т.е. при $\xi = \xi_0$). И действительно, мы видим, что, согласно формуле (13.5), такой максимум в самом деле существует.

Функции, описывающей перераспределение в лабораторной системе отсчета, которая соответствовала бы формуле (13.5), в литературе нет (из-за того, что использовался ошибочный результат Гайтлера), хотя ее и можно было бы получить непосредственно (однако потребовались бы утомительные выкладки). Кроме того, строго сформулировать уравнение переноса для случая перераспределения в частотах субординатной линии очень непросто. Поэтому в последующем изложении случай IV более не рассматривается.

Из четырех введенных выше случаев для астрофизики важнее всего случаи II и III. На самом деле ни тот, ни другой из этих крайних случаев не реализуется. Для задачи об образовании резонансных линий наиболее интересна та типичная ситуация, когда верхний уровень уширяется за счет совместного действия затухания излучения и упругих столкновений (соответствующие ширины δ_R и δ_C). В этом случае можно ожидать, что профиль линии будет даваться формулой (13.3) с $\delta = \delta_R + \delta_C$. Можно также ожидать, что из всех атомов, попадающих на верхний уровень, доля $\gamma = \delta_R/(\delta_R + \delta_C)$ будет возвращаться назад с излучением и потому излучать когерентно в системе атома (напомним, что нижний уровень бесконечно тонок). Остальная доля $1 - \gamma = \delta_C/(\delta_R + \delta_C)$ испытывает столкновения и, как следует ожидать, претерпевает полное перераспределение по подуровням. Детальный квантовомеханический расчет [489] также приводит к формуле [13.6], если нижний уровень предполагать бесконечно тонким. Если неупругие столкновения происходят достаточно часто, чтобы давать заметный вклад в полную ширину уровня, то $\delta = \delta_R + \delta_C + \delta_I$. В этом случае следует полагать $\gamma = (\delta_R + \delta_I)/(\delta_R + \delta_C + \delta_I)$, так как перераспределение атомов по подуровням возбужденного состояния производится только упругими столкновениями [489]. В уравнение переноса в этом случае нужно вводить дополнительный источниковый член, учитывающий ударное возбуждение верхнего уровня (см. § 13.4). Резюмируя, можно сказать, что функцию перераспределения в этом более общем случае можно выразить в виде линейной комбинации выражений, описывающих случаи II и III.

13.2. Доплеровское перераспределение в лабораторной системе отсчета

ОБЩИЕ ФОРМУЛЫ

Рассмотрим теперь влияние доплеровских смещений, появляющихся из-за движения рассеивающих атомов по отношению к лабораторной системе отсчета. В этом разделе будут выведены выражения, полностью описывающие *угловую и частотную зависимость перераспределения*, происходящего в процессе рассеяния. На практике лишь немногие расчеты переноса излучения, имеющие отношение к образованию линий в звездных атмосферах, были выполнены со столь детальным описанием процесса рассеяния (слишком велика размерность задачи!), и в приложениях гораздо полезнее те *усредненные по углам* функции перераспределения, которые будут выведены в § 13.3. Следуя рассмотрению Хаммера, мы сначала выводим общие выражения для функции перераспределения в системе отсчета наблюдателя, а затем уже находим явные формулы для введенных выше частных случаев. Как говорилось в § 2.1, функция перераспределения

$$R(\nu', \mathbf{n}'; \nu, \mathbf{n})d\nu' d\nu(d\omega'/4\pi)(d\omega/4\pi)$$

дает совместную вероятность рассеяния фотона, имевшего в лабораторной системе частоту $(\nu', \nu' + d\nu')$ и двигавшегося в телесном угле $d\omega'$ около направления $\mathbf{n}'$, в частотный интервал $(\nu, \nu + d\nu)$ и в телесный угол $d\omega$ около направления $\mathbf{n}$. Эта функция нормирова-