пределение по подуровням. Детальный квантовомеханический расчет [489] также приводит к формуле [13.6], если нижний уровень предполагать бесконечно тонким. Если неупругие столкновения происходят достаточно часто, чтобы давать заметный вклад в полную ширину уровня, то $\delta = \delta_R + \delta_C + \delta_I$. В этом случае следует полагать $\gamma = (\delta_R + \delta_I)/(\delta_R + \delta_C + \delta_I)$, так как перераспределение атомов по подуровням возбужденного состояния производится только упругими столкновениями [489]. В уравнение переноса в этом случае нужно вводить дополнительный источниковый член, учитывающий ударное возбуждение верхнего уровня (см. § 13.4). Резюмируя, можно сказать, что функцию перераспределения в этом более общем случае можно выразить в виде линейной комбинации выражений, описывающих случаи II и III.

13.2. Доплеровское перераспределение в лабораторной системе отсчета

ОБЩИЕ ФОРМУЛЫ

Рассмотрим теперь влияние доплеровских смещений, появляющихся из-за движения рассеивающих атомов по отношению к лабораторной системе отсчета. В этом разделе будут выведены выражения, полностью описывающие *угловую и частотную зависимость перераспределения*, происходящего в процессе рассеяния. На практике лишь немногие расчеты переноса излучения, имеющие отношение к образованию линий в звездных атмосферах, были выполнены со столь детальным описанием процесса рассеяния (слишком велика размерность задачи!), и в приложениях гораздо полезнее те *усредненные по углам* функции перераспределения, которые будут выведены в § 13.3. Следуя рассмотрению Хаммера, мы сначала выводим общие выражения для функции перераспределения в системе отсчета наблюдателя, а затем уже находим явные формулы для введенных выше частных случаев. Как говорилось в § 2.1, функция перераспределения

$$R(\nu', \mathbf{n}'; \nu, \mathbf{n})\,d\nu'\,d\nu(d\omega'/4\pi)(d\omega/4\pi)$$

дает совместную вероятность рассеяния фотона, имевшего в лабораторной системе частоту $(\nu', \nu' + d\nu')$ и двигавшегося в телесном угле $d\omega'$ около направления $\mathbf{n}'$, в частотный интервал $(\nu, \nu + d\nu)$ и в телесный угол $d\omega$ около направления $\mathbf{n}$. Эта функция нормирована так, что (формула (2.7))

$$(4\pi)^{-2} \oint d\omega' \oint d\omega \int\limits_0^\infty d\nu' \int\limits_0^\infty d\nu R(\nu', \mathbf{n}'; \nu, \mathbf{n}) = 1. \tag{13.6}$$

Предположим, что атом, движущийся со скоростью $\mathbf{v}$, которая во время процесса рассеяния остается постоянной, поглощает фотон $(\nu', \mathbf{n}')$ и излучает фотон $(\nu, \mathbf{n})$ (при измерении в лабораторной системе). Если при переходе от системы отсчета атома к лабораторной системе пренебречь аберрацией, то в системе отсчета атома частоты этих фотонов при поглощении и излучении равны

$$\xi' = \nu' - \nu_0(\mathbf{v}\cdot\mathbf{n})/c \tag{13.7а}$$

и

$$\xi = \nu - \nu_0(\mathbf{v}\cdot\mathbf{n})/c. \tag{13.7б}$$

Как было показано в §13.1, совместная вероятность поглощения фотона $(\xi', \mathbf{n}')$ с последующим излучением фотона $(\xi, \mathbf{n})$ (при измерении в системе отсчета атома) равна

$$f(\xi')p(\xi', \xi)g(\mathbf{n}', \mathbf{n})d\xi' d\xi (d\omega'/4\pi)(d\omega/4\pi).$$

Переходя в этом выражении с помощью формул (13.7) к лабораторной системе, можем написать

$$R_v(\nu', \mathbf{n}'; \nu, \mathbf{n}) =$$
$$= f(\nu' - \nu_0(\mathbf{v}\cdot\mathbf{n}')/c)p(\nu' - \nu_0(\mathbf{v}\cdot\mathbf{n}')/c,\ \nu - \nu_0(\mathbf{v}\cdot\mathbf{n})/c)g(\mathbf{n}', \mathbf{n}), \tag{13.8}$$

где индекс v означает, что перераспределение производится атомом, имеющим скорость $\mathbf{v}$. Чтобы найти, что получится в результате для ансамбля атомов, следует произвести усреднение по распределению скоростей, которое считается максвелловским. Чтобы выполнить это усреднение, введем тройку взаимно перпендикулярных осей $(\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \mathbf{n}_3)$, причем $\mathbf{n}_1$ и $\mathbf{n}_2$ выбираются компланарными $\mathbf{n}'$ и $\mathbf{n}$, а $\mathbf{n}_1$ берется так, что он делит пополам угол Θ между ними (см. рис. 13.1). Тогда можно написать

$$\mathbf{n}' = (\cos\frac{1}{2}\Theta)n_1 + (\sin\frac{1}{2}\Theta)\mathbf{n}_2 = \alpha\mathbf{n}_1 + \beta\mathbf{n}_2 \tag{13.9}$$

и

$$\mathbf{n} = (\cos\frac{1}{2}\Theta)n_1 - (\sin\frac{1}{2}\Theta)\mathbf{n}_2 = \alpha\mathbf{n}_1 - \beta\mathbf{n}_2. \tag{13.10}$$

Разложим $\mathbf{v}$ по этим осям и обозначим $v_i = \mathbf{v}\cdot\mathbf{n}_i$. Для удобства будем выражать скорости в безразмерных тепловых единицах

$$\mathbf{u} = \mathbf{v}/v_{\text{тепл}} = (m_A/2kT)^{1/2}\mathbf{v}, \tag{13.11}$$

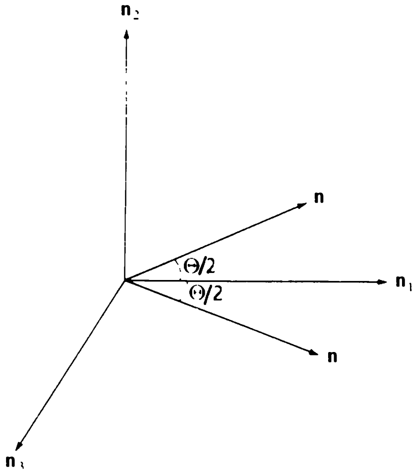

Рис. 13.1. Координатные оси, используемые при вычислении функций перераспределения. Векторы $\mathbf{n}_1$, $\mathbf{n}_2$, $\mathbf{n}$ и $\mathbf{n}'$ лежат в одной плоскости. Вектор $\mathbf{n}_1$ делит пополам угол Θ $(0 \leqslant \Theta \leqslant \pi)$ между $\mathbf{n}'$ и $\mathbf{n}$.

где m_A — масса атома, и введем доплеровскую ширину

$$w = (\nu_0/c)(2kT/m_A)^{1/2} = \nu_0(v_{\text{тепл}}/c). \tag{13.12}$$

Тогда максвелловское распределение скоростей [формула (5.1)] примет вид

$$P(u_1, u_2, u_3)du_1du_2du_3 = \\ = \pi^{-3/2}\exp[-(u_1^2 + u_2^2 + u_3^2)]du_1du_2du_3. \tag{13.13}$$

Усредним теперь выражение (13.8) по распределению скоростей, даваемому формулой (13.13). Получим

$$R(\nu', \mathbf{n}'; \nu, \mathbf{n}) = \int_{-\infty}^{\infty} du_1 \int_{-\infty}^{\infty} du_2 \int_{-\infty}^{\infty} du_3 P(u_1, u_2, u_3) R_u(\nu', \mathbf{n}'; \nu, \mathbf{n}) =$$

$$= \pi^{-1} g(\mathbf{n}', \mathbf{n}) \int_{-\infty}^{\infty} du_1 e^{-u_1^2} \int_{-\infty}^{\infty} du_2 e^{-u_2^2} \times$$

$$\times f[\nu' - w(\alpha u_1 + \beta u_2)] p[\nu' - w(\alpha u_1 + \beta u_2), \nu - w(\alpha u_1 - \beta u_2)],$$

причем интегрирование по u_3 уже выполнено. Другую форму записи R, которая также окажется полезной, можно получить, если выбрать $\mathbf{n}_1$ параллельным $\mathbf{n}'$. Тогда $v \cdot \mathbf{n}' = \mathbf{v}_1$, а

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = v_1 \cos\Theta + v_2 \sin\Theta = \alpha' v_1 + \beta' v_2. \tag{13.15}$$

Поэтому получаем

$$R(\nu', \mathbf{n}'; \nu, \mathbf{n}) = \pi^{-1}g(\mathbf{n}', \mathbf{n}) \int_{-\infty}^{\infty} du_1 e^{-u_1^2} f(\nu' - wu_1) \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} du_2 e^{-u_2^2} p[\nu' - wu_1, \nu - w(\alpha' u_1 + \beta' u_2)]. \quad (13.16)$$

С помощью этих общих формул теперь можно получить функции перераспределения для различных случаев, введенных в § 13.1. Заметим прежде всего, что в случаях I и II рассеяние в системе отсчета атома когерентно, так что

$$p(\xi', \xi) = \delta(\xi' - \xi) = \delta(\nu - \nu' + 2w\beta u_2). \quad (13.17)$$

В обоих этих случаях выражение для p не содержит u_1 в явном виде. Если выражение (13.17) подставить в (13.14), то интегрирование по u_2 можно выполнить непосредственно (перейдя к переменной $z = 2w\beta u_2$ для сохранения нормировки δ-функции Дирака). В результате при $\beta \neq 0$ получим

$$R_c(\nu', \mathbf{n}'; \nu, \mathbf{n}) =$$

$$= \frac{g(\mathbf{n}, \mathbf{n}')}{2\pi\beta w} \exp\left[-\frac{(\nu - \nu')^2}{2\beta^2 w^2}\right] \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-u^2} f[\frac{1}{2}(\nu + \nu') - w\alpha u] du, \quad (13.18)$$

а при $\beta = 0$ находим

$$R_c(\nu', \mathbf{n}'; \nu, \mathbf{n}) = \pi^{1/2} g(\mathbf{n}', \mathbf{n}) \delta(\nu' - \nu) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-u^2} f(\nu' - wu) du. \quad (13.19)$$

Индекс c означает когерентность в системе отсчета атома.

Упражнение 13.1. Проверить справедливость формул (13.18) и (13.19).

Наконец, отметим, что эти результаты можно записать в удобной и компактной форме, если смещения частоты относительно центра линии выражать в доплеровских единицах:

$$x = (\nu - \nu_0)/w \quad (13.20)$$

$$x' = (\nu' - \nu_0)/w \quad (13.21)$$

и положить

$$R(x', \mathbf{n}'; x, \mathbf{n}) = R(\nu', \mathbf{n}'; \nu, \mathbf{n})(d\nu'/dx')(d\nu/dx) =$$

$$= w^2 R(\nu', \mathbf{n}', \nu, \mathbf{n}), \quad (13.22)$$

что обеспечивает нормировку к единице $R(x', \mathbf{n}'; \mathbf{x}, \mathbf{n})$ при интегрировании по x' и x.

ОКОНЧАТЕЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДЛЯ ЧАСТНЫХ СЛУЧАЕВ

а) *Случай I.* Если в формулу (13.18) подставить $f(\xi') = \delta(\xi' - \nu_0)$, сразу же получим

$$R_{\mathrm{I}}(\nu', \mathbf{n}'; \nu, \mathbf{n}) =$$

$$= \frac{g(\mathbf{n}', \mathbf{n})}{2\pi\alpha\beta w^2} \exp\left[-\frac{(\nu-\nu')^2}{2p^2w^2}\right] \exp\left[-\frac{(\nu+\nu'-2\nu_0)^2}{4\alpha^2w^2}\right]. \qquad (13.23)$$

Заметив, далее, что $2\alpha\beta = 2\sin(\frac{1}{2}\Theta)\cos(\frac{1}{2}\Theta) = \sin\Theta$ и $\alpha^2 + \beta^2 = 1$, и перейдя по формулам (13.20) — (13.22) к безразмерным единицам, найдем, что

$$R_{\mathrm{I}}(x', \mathbf{n}'; x, \mathbf{n}) = [g(\mathbf{n}', \mathbf{n})/\pi\sin\Theta]\exp[-x^2 - (x' - x\cos\Theta)^2 \csc^2\Theta]. \qquad (13.24)$$

Упражнение 13.2. Проделать промежуточные выкладки, необходимые для получения формулы (13.24).

Из этой формулы непосредственно следует, что, *даже если рассеяние строго когерентно в системе отсчета атома, в лабораторной системе происходит существенное перераспределение.* Это обстоятельство, как было подчеркнуто Томасом [622], имеет очень большое физическое значение. Он изучил частотную зависимость рассеянного излучения [см. формулу (2.9)], взяв несколько простых аналитических выражений для интенсивности падающего излучения, и показал, что в доплеровском ядре ($x \lesssim 3$), в пределах которого коэффициент поглощения изменяется в 10^4 раз, отношение частотных профилей коэффициентов излучения и поглощения не превосходит 4. Поэтому *в пределах доплеровского ядра предположение о полном перераспределении рассеянного излучения по частотам служит превосходным приближением* (в этом будет легко убедиться, воспользовавшись получаемыми в § 13.2 усредненными по углам функциями перераспределения; см. также рис. 13.2). Этот результат служит главным основанием для принятия предположения о полной некогерентности при рассмотрении образования линий, как это было сделано нами в гл. 11 и 12. Вне пределов ядра линии предположение о полном перераспределении не дает столь высокой точности, и здесь следует использовать точную функцию перераспределения. Например, как показывают простые физические соображения [597], в рассматриваемом сейчас случае переизлучение в далеких крыльях линии примерно на две трети некогерентно и на одну треть — когерентно. С другой стороны, вне доплеровского ядра крылья линии часто оказываются залиты континуумом (если только профиль не характеризуется большой постоянной затухания), а в этом случае детали перераспределения становятся менее существенными.

б) *Случай II*. Здесь подстановка выражения (13.3) в (13.18) дает

$$R_{\text{II}}(\nu', \mathbf{n}'; \nu, \mathbf{n}) = \frac{g(\mathbf{n}', \mathbf{n})}{2\pi\alpha\beta w^2}\exp\left[\frac{-(\nu - \nu')^2}{4\beta^2 w^2}\right] \times$$

$$\times \frac{\delta}{\pi\alpha w}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-u^2}\left[\left(\frac{\nu' + \nu - 2\nu_0}{2\alpha w} - u\right)^2 + \left(\frac{\delta}{\alpha w}\right)^2\right]^{-1} du. \qquad (13.25)$$

Переходя с помощью формул (13.20) — (13.22) к безразмерным частотам и вспоминая определение функции Фойгта $H(a, v)$ [см. формулу (9.34)], окончательно получаем

$$R_{\text{II}}(x', \mathbf{n}'; x, \mathbf{n}) = \frac{g(\mathbf{n}', \mathbf{n})}{\pi\sin\Theta}\exp\left[-\frac{1}{2}(x - x')^2\csc^2\frac{\Theta}{2}\right] \times$$

$$\times H\left[a\sec\frac{\Theta}{2}, \frac{1}{2}(x + x')\sec\frac{\Theta}{2}\right], \qquad (13.26)$$

где $a = \delta/w$. Хотя это выражение сравнительно сложно, существуют эффективные методы вычисления $H(a, v)$ и поэтому R_{II} можно рассчитать довольно просто. Как будет выяснено в § 13.3, R_{II} приводит к почти полному перераспределению в ядре линии ($x \lesssim 2{,}5$), в крыльях же линии дает почти строгую когерентность.

Упражнение 13.3. Воспроизвести выкладки, опущенные выше при выводе формулы (13.26).

в) *Случай III*. Здесь, как было отмечено выше [формула (13.4)], $p(\xi', \xi)$ не зависит от ξ'. В этом случае целесообразно воспользоваться выражением (13.16). Подставив в него (13.3) и (13.4), найдем

$$R_{\text{III}}(\nu', \mathbf{n}'; \nu, \mathbf{n}) =$$

$$= \frac{g(\mathbf{n}', \mathbf{n})}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} du_1 e^{-u_1^2} \left(\frac{\delta}{\pi}\right) \left[(\nu' - \nu_0 - wu_1)^2 + \delta^2 \right]^{-1} \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} du_2 e^{-u_2^2} \left(\frac{\delta}{\pi}\right) \left\{ [\nu - w(u_1 \cos\Theta + u_2 \sin\Theta) - \nu_0]^2 + \delta^2 \right\}^{-1}. \quad (13.27)$$

Переходя к безразмерным переменным и пользуясь и здесь определением функции Фойгта, находим

$$R_{\mathrm{III}}(x', \mathbf{n}'; x, \mathbf{n}) = \frac{g(\mathbf{n}', \mathbf{n})}{\pi^2} \sigma \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-u^2} H(\sigma, x\csc\Theta - u\operatorname{ctg}\Theta)}{(x' - u)^2 + a^2} du, \quad (13.28)$$

где $\sigma = a\csc\Theta$ и $a = \delta/w$. Этот интеграл уже не выражается через простые функции, и его следует находить численным интегрированием [529].

Упражнение 13.4. Воспроизвести выкладки, необходимые для получения формулы (13.28).

Упражнение 13.5. В пределе, когда можно пренебречь комптоновскими эффектами (т.е. при $h\nu/mc^2 \ll 1$, где m — масса электрона), рассеяние излучения электронами является когерентным: $p(\xi', \xi) = \delta(\xi' - \xi)$, и серым: $f(\xi) = \sigma_e = 8\pi e^4/3m^2c^4$. а) Показать, что функция перераспределения для электронного рассеяния есть (см. [196], [475], [161], § 86):

$$R_e(\nu', \mathbf{n}'; \nu, \mathbf{n}) =$$
$$g(\mathbf{n}', \mathbf{n}) \left[\frac{mc^2}{4\pi kT(1 - \cos\Theta)\nu^2} \right]^{1/2} \exp\left[-\frac{mc^2(\nu - \nu')^2}{4kT(1 - \cos\Theta)\,\nu^2} \right].$$

б) Показать, что при $T = 10^4$ К, $\lambda = 4000$ Å, $\Theta = \pi/2$ характерная ширина перераспределения около 10 Å. Этот результат свидетельствует о том, что у звезд ранних типов спектральные линии могут быть существенно расширены из-за электронного рассеяния [159], [475], [161], § 86; [318], [319].

СВОЙСТВА СИММЕТРИИ

Полученные выше функции перераспределения обладают некоторыми свойствами симметрии, которые часто можно использовать для упрощения вида уравнения переноса. Чтобы получить их, удобно переписать общее выражение (13.14) в переменных x и x'. Положим $\bar{f}(\nu-\nu_0)=f(\nu)$ и $\tilde{p}(\nu-\nu_0,\nu'-\nu_0)=p(\nu,\nu')$. Тогда из формул (13.14) и (13.20) — (13.22) имеем

$$R(x',\mathbf{n}';x,\mathbf{n})=w^2\pi^{-1}g(\mathbf{n}',n)\times$$

$$\times\int_{-\infty}^{\infty}du_1e^{-u_1^2}\int_{-\infty}^{\infty}du_2e^{-u_2^2}\bar{f}[w(x'-\alpha u_1-\beta u_2)]\times$$

$$\times\tilde{p}[w(x'-\alpha u_1-\beta u_2),\,w(x-\alpha u_1+\beta u_2)]. \tag{13.29}$$

Для всех четырех случаев, введенных в § 13.1, в системе отсчета атома рассеяние симметрично, т.е.

$$\bar{f}(\xi')\tilde{p}(\xi',\xi)=\bar{f}(-\xi')\tilde{p}(-\xi',-\xi). \tag{13.30}$$

Предположим, что в формуле (13.29) мы сделали замену $x'\to -x'$ и $x\to -x$. Если одновременно изменить знаки u_1 и u_2 [что можно сделать, поскольку интегрирование идет по полному промежутку $(-\infty,\infty)$], из формулы (13.30) непосредственно видно, что

$$R(-x',\mathbf{n}';-x,\mathbf{n})=R(x',\mathbf{n}';x,\mathbf{n}). \tag{13.31}$$

Далее, заметим, что замена $\mathbf{n}'\to -\mathbf{n}'$, $\mathbf{n}\to -\mathbf{n}$ изменяет знаки α и β на обратные, и вспомним, что $g(\mathbf{n}',\mathbf{n})$ зависит только от $\mathbf{n}'\cdot\mathbf{n}$. Тогда из формул (13.29) и (13.30) ясно, что

$$R(-x',-\mathbf{n}';-x,-\mathbf{n})=R(x',\mathbf{n}';x,\mathbf{n}), \tag{13.32}$$

а из (13.31) и (13.32) следует, что

$$R(x',-\mathbf{n}';x,-\mathbf{n})=R(x',\mathbf{n}';x,\mathbf{n}). \tag{13.33}$$

Для справедливости формул (13.31) — (13.33) достаточно, чтобы выполнялось соотношение (13.30). Поэтому они являются довольно общими. Далее, поскольку R зависит лишь от угла между $\mathbf{n}'$ и $\mathbf{n}$, эти переменные можно поменять местами, и R не должна при этом изменяться:

$$R(x',\mathbf{n};x,\mathbf{n}')=R(x',\mathbf{n}';x,\mathbf{n}). \tag{13.34}$$

Заметим теперь, что если в системе отсчета атома рассеяние когерентно (случаи I и II), то функции перераспределения зависят только от $x+x'$ и $|x-x'|$ [см. формулы (13.23) и (13.26)]. Поэтому, если x и x' поменять местами, R не изменится, т.е.

$$R_i(x,\mathbf{n}';x',\mathbf{n})=R_i(x',\mathbf{n}';x,\mathbf{n}),\quad i=\mathrm{I},\mathrm{II}. \tag{13.35}$$

Наконец, замена $\mathbf{n}' \to -\mathbf{n}'$ изменяет знаки α и β в выражении для падающих фотонов на противоположные. Поэтому если $g(\mathbf{n}', \mathbf{n})$ — четная функция $\mathbf{n}' \cdot \mathbf{n}$, то

$$R(-x', -\mathbf{n}'; x, \mathbf{n}) = w^2\pi^{-1}g(\mathbf{n}', \mathbf{n}) \times$$
$$\times \int_{-\infty}^{\infty} du_1 e^{-u_1^2} \int_{-\infty}^{\infty} du_2 e^{-u_2^2} \bar{f}[w(-x' + \alpha u_1 + \beta u_2)] \times$$
$$\times \bar{p}[w(-x' + \alpha u_1 + \beta u_2), w(x - \alpha u_1 + \beta u_2)]. \quad (13.36)$$

В некоторых случаях это выражение приводится к виду (13.29). В частности, интегралы в (13.36) и (13.29) будут равны, если $\bar{f}(\xi') = \delta(\xi')$ или если $\bar{f}(\xi')\bar{p}(\xi', \xi) = \bar{f}(-\xi')\bar{p}(-\xi', \xi)$. Первый вариант имеет место в случае I, второй — в случае III, для которого $\bar{f}(\xi') = \bar{f}(-\xi')$ и $\bar{p}(\xi', \xi) = \bar{f}(\xi)$. Поэтому приходим к заключению, что

$$R_i(-x', -\mathbf{n}'; x, \mathbf{n}) = R_i(-x', \mathbf{n}'; x, -\mathbf{n}) = R_i(x', \mathbf{n}'; x, \mathbf{n}),$$
$$i = \mathrm{I}, \mathrm{III}, \quad (13.37)$$

причем второе равенство следует из формулы (13.33).

ПРИМЕНЕНИЯ

Решение уравнения переноса, точно учитывающего перераспределение по частотам и по углам, получить довольно трудно. Для этого требуются более сильные методы, чем те, которые обсуждаются в этой книге. Для рассмотрения этой задачи привлекались метод Монте-Карло [31], [50] и сведе́ние к разностным уравнениям [460]. Существует ряд ситуаций, когда могут оказаться существенными и угловые, и частотные эффекты. Например, выход L_α-фотонов из очень толстой туманности чувствителен к деталям процесса рассеяния, и здесь требуется полное и тщательное рассмотрение [31]. Кроме того, если вещество движется с некоторой макроскопической скоростью, коэффициенты поглощения и излучения в системе отсчета наблюдателя приобретают угловую зависимость (см. § 2.1). Поэтому при рассмотрении переноса излучения угловая и частотная зависимости оказываются неотъемлемо связанными друг с другом (см. § 14.1), и детали процесса перераспределения могут поэтому иметь значение. Однако в этой книге для движущихся сред рассматривается только случай полного перераспределения, и поэтому дальше обсуждать это мы не будем. Наконец, если есть возможность получить из наблюдений сведения о частотной и угловой зависимости интенсивности (например, на Солнце путем измерения изменений центр — край), то следует изучить возможную роль зависимости процесса перераспределения от угловых переменных. Исследования этого вопроса, проведенные до сих пор [640], [641], [460], показывают, что по крайней мере для полубесконечных плоскопараллельных атмосфер, состоящих из однородных по горизонтали слоев, различиями между результатами, получающимися при использовании усредненных по углам функций перераспределения, и теми, которые дает применение функций перераспределения, полностью учитывающих угловую зависимость, можно пренебречь. С другой стороны, для оптически тонких сред или для мелкомасштабных структур (например, для элементов тонкой структуры хромосферы, спикул и т.п.) угловые эффекты часто очень существенны [186] и их следует детально учитывать. Однако эти вопросы выходят за рамки этой книги, и мы не будем их обсуждать, обратившись вместо этого сначала к выводу усредненных по углам функций перераспределения и затем к их использованию в расчетах переноса излучения.

13.3. Усредненные по углам функции перераспределения

Как отмечалось в § 2.1, если принять, что излучение в некоторой конкретной точке в атмосфере практически изотропно, то вклад в коэффициент излучения, обусловленный процессами рассеяния, можно записать в виде

$$\eta^s(\mathbf{r}, \nu) = \sigma(\mathbf{r}) \int_{-\infty}^{\infty} R(\nu', \nu) J_{\nu'} d\nu', \tag{13.38}$$

где $J_{\nu'}$ — средняя интенсивность и $R(\nu', \nu)$ — *усредненная по углам функция перераспределения*

$$R(\nu', \nu) \equiv (4\pi)^{-1} \oint R(\nu', \mathbf{n}'; \nu, \mathbf{n}) d\omega'. \tag{13.39}$$

Основание для такого подхода состоит, по существу, в следующем. Поле излучения на любой заданной частоте будет заметно отличаться от изотропного лишь в точках, оптическое расстояние которых от границы τ_ν порядка единицы или меньше. На глубинах $\tau_\nu \gtrsim 1$ поле излучения почти изотропно. Между тем основная особенность образования линий при отсутствии ЛТР, которая четко выявились в гл. 11, состоит в том, что значение функции источни-