

вой зависимости интенсивности (например, на Солнце путем измерения изменений центр — край), то следует изучить возможную роль зависимости процесса перераспределения от угловых переменных. Исследования этого вопроса, проведенные до сих пор [640], [641], [460], показывают, что по крайней мере для полубесконечных плоскопараллельных атмосфер, состоящих из однородных по горизонтали слоев, различиями между результатами, получающимися при использовании усредненных по углам функций перераспределения, и теми, которые дает применение функций перераспределения, полностью учитывающих угловую зависимость, можно пренебречь. С другой стороны, для оптически тонких сред или для мелкошабных структур (например, для элементов тонкой структуры хромосферы, спикул и т.п.) угловые эффекты часто очень существенны [186] и их следует детально учитывать. Однако эти вопросы выходят за рамки этой книги, и мы не будем их обсуждать, обратившись вместо этого сначала к выводу усредненных по углам функций перераспределения и затем к их использованию в расчетах переноса излучения.

### 13.3. Усредненные по углам функции перераспределения

Как отмечалось в § 2.1, если принять, что излучение в некоторой конкретной точке в атмосфере практически изотропно, то вклад в коэффициент излучения, обусловленный процессами рассеяния, можно записать в виде

$$\eta^s(\mathbf{r}, \nu) = \sigma(\mathbf{r}) \int_{-\infty}^{\infty} R(\nu', \nu) J_{\nu'} d\nu', \quad (13.38)$$

где  $J_{\nu'}$  — средняя интенсивность и  $R(\nu', \nu)$  — усредненная по углам функция перераспределения

$$R(\nu', \nu) \equiv (4\pi)^{-1} \oint R(\nu', \mathbf{n}'; \nu, \mathbf{n}) d\omega'. \quad (13.39)$$

Основание для такого подхода состоит, по существу, в следующем. Поле излучения на любой заданной частоте будет заметно отличаться от изотропного лишь в точках, оптическое расстояние которых от границы  $\tau_{\nu}$  порядка единицы или меньше. На глубинах  $\tau_{\nu} \geq 1$  поле излучения почти изотропно. Между тем основная особенность образования линий при отсутствии ЛТР, которая четко выявилась в гл. 11, состоит в том, что значение функции источни-

ков на поверхности определяется фотонами, поставляемыми *областью размером порядка длины термализации*, а в пределах практически всей этой области поле излучения будет почти изотропным. Следовательно, можно ожидать, что даже на поверхности, где  $I(\mu, \nu)$  имеет значительные отклонения от изотропии,  $S_\nu$  все же будет иметь значение, определяемое процессами, происходящими на тех глубинах, где анизотропия пренебрежимо мала. Поэтому значение  $I(\mu, \nu)$  при  $\tau_\nu = 0$ , рассчитанное по этой  $S_\nu$ , должно быть очень точным. С другой стороны, использование усредненных по углам функций  $R$  позволяет полностью учесть перераспределение рассеиваемых фотонов по частотам, которое, как было показано в гл. 11, решающим образом влияет на вероятность выхода фотона из среды, а тем самым — и на процесс термализации. Короче говоря, при таком подходе особенности процесса перераспределения, имеющие принципиальное значение, учитываются, а принесенной в жертву оказывается информация, относящаяся к области, которая имеет второстепенное значение.

Функции, определяемые формулой (13.39), нормированы следующим образом:

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\nu \int_{-\infty}^{\infty} d\nu' R(\nu', \nu) = 1. \quad (13.40)$$

Интегрирование по частотам излучаемых фотонов дает профиль поглощения

$$\int_{-\infty}^{\infty} R(\nu', \nu) d\nu = \phi(\nu'), \quad (13.41)$$

а интегрирование по частотам поглощаемых фотонов приводит к *профилю излучения при естественном возбуждении* [см. формулу (2.14)]

$$\psi^*(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\nu', \nu) d\nu'. \quad (13.42)$$

Если  $R(\nu', \nu) = R(\nu, \nu')$  (в дальнейшем будет показано, что для случаев I — III это так), то, очевидно,  $\psi^*(\nu) = \phi(\nu)$ . Следует, однако, подчеркнуть, что  $\psi^*(\nu)$ , вообще говоря, не дает истинного профиля коэффициента излучения в линии, если  $J_\nu$  изменяется в пределах профиля линии (обсуждение этого см. в § 13.4). Этот *действительный* профиль получается в конечном счете из уравнений статистического равновесия при использовании информации о частотной зависимости  $J_\nu$ .

Иногда рассматривают два гипотетических предельных случая — строгую когерентность и полное перераспределение *в лабораторной системе*. В первом случае мы имели бы

$$R(\nu', \nu) = \phi(\nu')\delta(\nu - \nu'), \quad (13.43)$$

а во втором —

$$R(\nu', \nu) = \phi(\nu')\phi(\nu). \quad (13.44)$$

Ни тот ни другой из этих предельных случаев на самом деле никогда не могут достигаться. Как мы уже видели, даже если рассеяние строго когерентно в системе отсчета атома, то в лабораторной системе оно таковым не является, если только скорости атомов не равны нулю, что невозможно. Далее, как мы увидим ниже, полное перераспределение в системе отсчета атома не приводит в точности к полному перераспределению в лабораторной системе. Однако тем не менее оказывается, что в последнем случае формула (13.44) все же в большинстве случаев обеспечивает очень хорошее приближение к действительности и потому для описания этого предельного случая ею обычно можно пользоваться. Заметим мимоходом, что поскольку, согласно формуле (13.44), переменные  $\nu'$  и  $\nu$  в  $R$  *разделяются*, истинный профиль коэффициента излучения  $\psi_\nu = \psi_\nu^* = \phi_\nu$ , *независимо от вида  $J_\nu$* , что оправдывает использование этого соотношения, делавшееся нами ранее (но только если формула (13.44) в самом деле достаточно точна!).

#### ОБЩИЕ ФОРМУЛЫ

Интеграл в формуле (13.39) в принципе можно было бы вычислить непосредственно, пользуясь явными выражениями для различных функций перераспределения, полученными в § 13.2. Оказывается, однако, что сделать это довольно трудно. Проще сначала вывести общую формулу, произведя усреднение по углам при произвольных  $f(\xi')$  и  $p(\xi', \xi)$ , а затем уже получать ее специальные формы для различных представляющих интерес частных случаев. Начнем с того, что перепишем выражение (13.8), введя доплеровские переменные, определяемые формулами (13.11) и (13.12):

$$\begin{aligned} R_\nu(\nu', \mathbf{n}'; \nu, \mathbf{n}) &= \\ &= f(\nu' - \mathbf{w}\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}')p(\nu' - \mathbf{w}\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}', \nu - \mathbf{w}\mathbf{u} \cdot \mathbf{n})g(\mathbf{n}', \mathbf{n}). \end{aligned} \quad (13.45)$$

Зафиксируем теперь  $\nu'$  и  $\nu$  и произведем интегрирование по всем направлениям. Выберем тройку взаимно-ортогональных ортов  $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2,$

$\mathbf{n}_3$  таким образом, чтобы  $\mathbf{u} = u\mathbf{n}_3$ . Тогда  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = \mu u$  и  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}' = \mu' u$ , где  $\mu = \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}_3$  и  $\mu' = \mathbf{n}' \cdot \mathbf{n}_3$ . Элемент телесного угла можно записать в виде  $d\omega = d\mu d\phi$ , где  $\phi$  — азимут, когда полярной осью является  $\mathbf{n}_3$ . Индикатрису рассеяния  $g(\mathbf{n}', \mathbf{n})$  можно записать, вообще говоря, как  $g(\mu', \mu, \phi)$ . Поэтому, усредняя по углам выражение (13.45), имеем

$$R_u(\nu', \nu) = \frac{1}{16\pi^2} \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-1}^1 d\mu' f(\nu' - w\mu' u) \times \\ \times \int_{-1}^1 d\mu p(\nu' - w\mu' u, \nu - w\mu u) \int_0^{2\pi} d\phi' g(\mu', \mu, \phi'). \quad (13.46)$$

Обозначим

$$g(\mu, \mu') = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} g(\mu', \mu, \phi') d\phi'. \quad (13.47)$$

Тогда, заметив, что интеграл по  $\phi$  в выражении (13.46) вычисляется тривиально, имеем

$$R_u(\nu', \nu) = \\ = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 d\mu' f(\nu' - w\mu' u) \int_{-1}^1 d\mu g(\mu', \mu) p(\nu' - w\mu' u, \nu - w\mu u). \quad (13.48)$$

Для простоты в дальнейшем будет рассматриваться только изотропное рассеяние (в системе, связанной с атомом). (Формулы для дипольной индикатрисы даются в [313].) Ограничиваясь этим случаем, будем иметь

$$R_{A,u}(\nu', \nu) = \frac{1}{4} \int_{-1}^1 d\mu' f(\nu' - w\mu' u) \int_{-1}^1 d\mu p(\nu' - w\mu' u, \nu - w\mu u). \quad (13.49)$$

Хотя формула (13.49) совершенно общая, в том случае, когда рассеяние в системе отсчета атома когерентно, она неудобна из-за сложности определения пределов интегрирования. Получим поэтому для этого случая формулу более частного вида.

Если рассеяние в системе отсчета атома когерентно, то

$$p(\nu' - w\mu' u, \nu - w\mu u) = \delta[\nu' - \nu - wu(\mu' - \mu)]. \quad (13.50)$$

Так как область интегрирования по  $\mu'$  и  $\mu$  — это промежуток  $[-1,$

1]), ясно, что при заданном значении  $u$  и достаточно больших значениях  $|\nu' - \nu|$  сингулярность  $\delta$ -функции будет расположена вне области интегрирования и поэтому  $R_{A,u}(\nu', \nu)$  будет равна нулю. Физически это соответствует тому, что атом, движущийся со скоростью  $u$ , может изменить частоту фотона *не более чем на  $2u/w$* . Этот максимальный сдвиг происходит тогда, когда направления распространения приходящего и уходящего фотонов противоположны и параллельны направлению вектора скорости атома. Подставим формулу (13.50) в (13.49) и рассмотрим сначала интегрирование по  $\mu$ . Положим  $y = w\mu u$  и обозначим

$$I = (wu)^{-1} \int_{-wu}^{wu} \delta[y - (\nu - \nu' + w\mu u)] dy. \quad (13.51)$$

Если  $-wu \leq \nu - \nu' + w\mu u \leq wu$ , то этот интеграл будет равен  $1/wu$ , в противном случае он равен нулю. Введем  $\Lambda(x)$  так, что  $\Lambda = 1$ , если  $-1 \leq x \leq 1$ , и  $\Lambda = 0$  в остальных случаях. Тогда выражение (13.49) можно, воспользовавшись (13.51), переписать в виде

$$R_{A,u}(\nu', \nu) = (4wu)^{-1} \int_{-1}^1 f(\nu' - w\mu u) \Lambda[\mu' + (wu)^{-1}(\nu - \nu')] d\mu'. \quad (13.52)$$

Если  $u$  достаточно мало, то  $|(\nu - \nu')/wu| > 1$ , и  $\Lambda$  будет равно нулю при всех значениях  $\mu'$ . Таким образом, существует некоторая минимальная скорость  $u_{\min}$ , начиная с которой может происходить рассеяние из  $\nu'$  в  $\nu$ , и нам нужно ее определить. Положим  $\bar{\nu} = \max(\nu', \nu)$  и  $\underline{\nu} = \min(\nu', \nu)$ . Предположим сначала, что  $\nu > \nu'$ . Тогда требование, чтобы аргумент функции  $\Lambda$  попадал в промежуток  $(-1, 1)$ , означает, что  $[(\nu - \nu')/(wu)] - 1 = (\bar{\nu} - \underline{\nu})/(wu) - 1 \leq 1$ .

Это неравенство дает

$$u_{\min} = (\bar{\nu} - \underline{\nu})/2w = |\nu - \nu'|/2w. \quad (13.53)$$

Тот же самый результат получается из аналогичных рассуждений, если принять, что  $\nu' > \nu$ . Следовательно, формулой (13.53) охватываются все случаи. При  $u \leq u_{\min}$  функция  $R_u$  будет равна нулю. При  $u > u_{\min}$  вклад в  $R_u$  будет давать только некоторая часть области интегрирования по  $\mu'$ . Чтобы найти ее, предположим для определенности, что  $\nu > \nu'$ . Тогда вклад в интеграл будет ненулевым, когда

$$-1 \leq \mu' \leq 1 - (\nu - \nu')/wu = (\bar{\nu} - \underline{\nu})/wu,$$

что влечет неравенства  $\nu - wu \leq \underline{\nu} - wu\mu' \leq \underline{\nu} + wu$ . Учтя, что по предположению  $\underline{\nu} = \nu'$ , можем переписать только что сформулированный результат так:

$$\bar{\nu} - wu \leq \nu' - wu\mu' \leq \underline{\nu} + wu. \quad (13.54)$$

Если, далее, предположить, что  $\nu' > \nu$ , мы опять придем к неравенствам (13.54), которые, следовательно, справедливы во всех случаях.

Введем теперь функцию Хевисайда  $\Phi(x, x_0)$ , определенную так:  $\Phi = 1$  при  $x > x_0$  и  $\Phi = 0$  при  $x < x_0$ . Сделав подстановку  $y = \nu' - wu\mu'$  и воспользовавшись формулами (13.53) и (13.54), можем окончательно записать выражение (13.52) в виде

$$R_{A,u}(\nu', \nu) = (4w^2u^2)^{-1} \Phi(u - |\nu - \nu'|/2w, 0) \int_{\bar{\nu} - wu}^{\nu + wu} f(y) dy. \quad (13.55)$$

Наконец, функцию  $R_{A,u}$ , фигурирующую в (13.49) и (13.55), следует усреднить по максвелловскому распределению скоростей

$$P(u) du = \pi^{-1/2} e^{-u^2} 4\pi u^2 du. \quad (13.56)$$

Поэтому из формулы (13.55) при наличии когерентности в системе отсчета атома (случаи I и II) имеем

$$R_A(\nu', \nu) = (\pi^{1/2} w^2)^{-1} \int_{u_{\min}}^{\infty} du e^{-u^2} \int_{\bar{\nu} - wu}^{\nu + wu} f(y) dy. \quad (13.57)$$

Из формулы (13.49) при некогерентности в системе отсчета атома (например, в случае III) имеем

$$R_A(\nu', \nu) = \pi^{-1/2} \int_0^{\infty} du u^2 e^{-u^2} \int_{-1}^1 d\mu' f(\nu' - w\mu' u) \times \\ \times \int_{-1}^1 d\mu \rho(\nu' - w\mu' u, \nu - w\mu u). \quad (13.58)$$

Наконец, удобно перейти к доплеровским единицам [см. формулы (13.12), (13.20) и (13.21)], положив

$$R_A(x', x) = R_A(\nu', \nu) (d\nu' / dx') (d\nu / dx) = w^2 R_A(\nu', \nu). \quad (13.59)$$

#### РЕЗУЛЬТАТЫ ДЛЯ ЧАСТНЫХ СЛУЧАЕВ

а) *Случай I.* Здесь  $f(y) = \delta(y - \nu_0)$ . Поэтому интеграл по  $y$  в формуле (13.57) отличен от нуля, только если

$\nu + wu \geq \nu_0 \geq \bar{\nu} - wu$ . Это приводит к тому, что  $u_{\min}$  теперь фактически становится равно  $u'_{\min} = \max(|x'|, |x|)$ , причем очевидно, что неравенство  $u'_{\min} \geq u_{\min}$ , в котором  $u_{\min}$  дается (13.53), при этом удовлетворяется. Тогда из формул (13.57) и (13.59) имеем

$$R_{1,A}(x', x) = \pi^{-1/2} \int_{u_{\min}}^{\infty} e^{-u^2} du = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(u'_{\min}), \quad (13.60)$$

где

$$\operatorname{erfc}(x) = 2\pi^{-1/2} \int_x^{\infty} e^{-z^2} dz. \quad (13.61)$$

Подставляя выражение для  $u'_{\min}$ , находим

$$R_{1,A}(x', x) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}[\max(|x'|, |x|)]. \quad (13.62)$$

Эта функция перераспределения легко рассчитывается по известным приближенным выражениям для  $\operatorname{erfc}(x)$  ([4], стр. 299). Асимптотические формулы, а также результаты для дипольного рассеяния даются в [313].

Графики  $R_{1,A}(x', x)/\phi(x')$  приведены на рис. 13.2. Кривые относятся к разным значениям частоты падающего фотона  $x'$  и дают вероятность излучения на частоте  $x$  (в расчете на один акт поглощения) как функцию  $x$ . Мы видим, что фотон, поглощенный на частоте  $x'$ , при всех таких  $x$ , что  $-|x'| \leq x \leq |x'|$ , будет излучать-

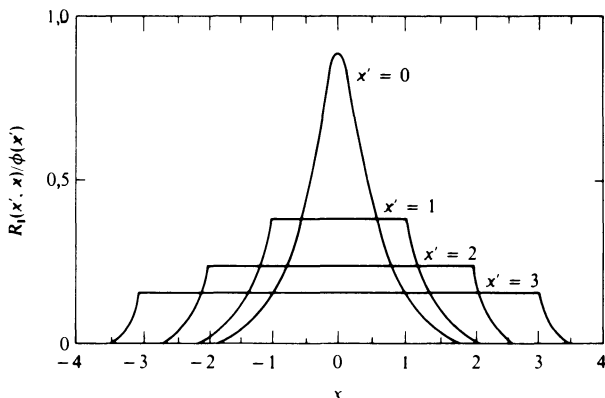


Рис. 13.2. Вероятность излучения на частоте  $x$  в расчете на акт поглощения на частоте  $x'$  при чисто доплеровском уширении. Ордината —  $R_{1,A}(x', x)/\phi(x')$ ; абсцисса — частота излучаемого фотона  $x$ . Около кривых указана частота поглощающего фотона  $x'$ .

ся с одной и той же вероятностью, а вне этого промежутка вероятность излучения экспоненциально убывает с ростом  $x$ . Этот результат легко понять. Поглощение может произойти, только когда  $\xi' = 0$  в системе отсчета атома. Следовательно, атомы, поглощающие на частоте  $x'$ , имеют в лабораторной системе скорость не менее  $|x'|$  (в доплеровских единицах). Поскольку излучение во всех направлениях происходит с одной и той же вероятностью, фотоны могут перераспределяться по всей области от  $-|x'|$  до  $+|x'|$  с равной вероятностью.

б) *Случай II.* Подставляя (13.3) в (13.57), имеем

$$R_{II,A}(\nu', \nu) = (\omega^2 \pi^{3/2})^{-1} \delta \int_{u_{\min}}^{\infty} du e^{-u^2} \int_{\frac{\nu}{\bar{\nu}} - u}^{\frac{\nu}{\bar{\nu}} + u} dy [(y - \nu_0)^2 + \delta^2]^{-1}. \quad (13.63)$$

Переходя к доплеровским единицам, обозначая  $z = (y - \nu_0)/\delta = x/a$  и полагая по (13.53)  $u_{\min} = \frac{1}{2}|x - x'|$ , находим

$$\begin{aligned} R_{II,A}(x', x) &= \pi^{-3/2} \int_{|x' - x|/2}^{\infty} du e^{-u^2} \int_{(\bar{x} - u)/a}^{(x + u)/a} dz (1 + z^2)^{-1} = \\ &= \pi^{-3/2} \int_{|x' - x|/2}^{\infty} e^{-u^2} \left[ \arctg \frac{x + u}{a} - \arctg \frac{\bar{x} - u}{a} \right] du, \quad (13.64) \end{aligned}$$

где  $\bar{x} = \max(|x|, |x'|)$  и  $\underline{x} = \min(|x|, |x'|)$ . Асимптотическое поведение  $R_{II}$  и результаты, относящиеся к дипольному рассеянию, см. в [313]. Метод расчета  $R_{II}$ , обеспечивающий высокую точность, дается в [6].

Функция перераспределения  $R_{II}$  представляет большой интерес, так как она описывает важный случай рассеяния в резонансной линии, уширение которой обусловлено затуханием излучения. Она подробно изучена. Графики  $R_{II,A}(x', x)/\phi(x')$  при  $a = 10^{-3}$  показаны на рис. 13.3. Кривые на нем также относятся к различным значениям частоты падающего фотона  $x'$  и дают вероятность (в расчете на акт поглощения) того, что следующее за ним излучение произойдет на частоте  $x$ . Видно, что при небольших  $x'$  ( $x' \leq 3$ ) эти кривые напоминают соответствующие кривые для  $R_I$ , так как большая часть актов излучения обусловлена атомами, поглощающими в центре линии и движущимися со скоростями, близкими к  $x'$ . При больших  $x'$  атомов, движущихся с достаточно большими скоростями-



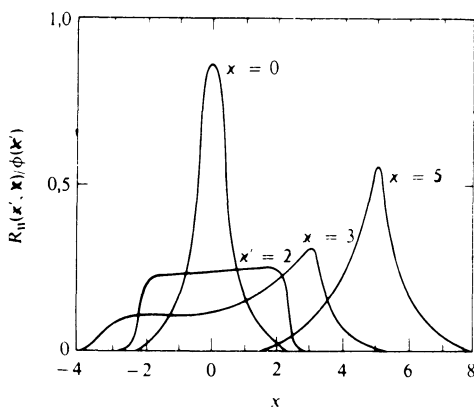


Рис. 13.3. Вероятность излучения на частоте  $x$  в расчете на акт поглощения на частоте  $x'$  при доплеровском уширении в случае когерентного (в системе атома) рассеяния с лоренцевским профилем с  $a = 10^{-3}$ . Ордината —  $R_{II}(x', x)/\phi(x')$ ; абсцисса — частота излучаемого фотона  $x$ . Около кривых указана частота поглощаемого фотона  $x'$ .

ми, чтобы поглощать в центре линии, будет мало, и большая часть актов излучения обусловлена тогда атомами, движущимися с низкими скоростями и поглощающими в крыле линии. Поскольку процесс рассеяния в системе отсчета атома является когерентным и эти атомы почти покоятся в лабораторной системе, рассеяние будет почти когерентным и в лабораторной системе. Таким образом, в ядре линии происходит доплеровское перераспределение и имеется сильная некогерентность, в в крыле рассеяние является более когерентным. Как мы увидим в § 13.4, это оказывается важным для задачи о переносе в линии.

В ранней работе Джеффриса и Уайта [338] было высказано предположение, что простой аппроксимацией функции  $R_{II}$  может служить выражение

$$R_{II, A}(x', x) \approx (1 - a(x))\phi(x')\phi(x) + a(x)\phi(x)\delta(x - x'), \quad (13.65)$$

где  $a(x)$  близко к нулю при  $x \leq 3$  и почти равно единице при  $x \geq 3$ . Предложенное ими первоначально для  $a(x)$  выражение, однако, не годится, так как оно нарушает нормировку, симметрию и требование когерентности рассеяния в крыле линии. Тем не менее легко построить подходящую функцию [358], и подход такого рода в самом деле несколько упрощает вычисления, хотя при самых аккуратных расчетах для  $R_{II}$  следует использовать точное выражение [формула (13.64)].

в) *Случай III.* В этом случае когерентности в системе отсчета

атома нет, и поэтому можно без каких-либо осложнений использовать формулу (10.55), что дает

$$\begin{aligned}
 R_{A,u}(\nu', \nu) &= \frac{1}{4} \int_{-1}^1 \frac{(\delta/\pi)d\mu'}{(\nu' - w\mu'u - \nu_0)^2 + \delta^2} \int_{-1}^1 \frac{(\delta/\pi)d\mu}{(\nu - w\mu u - \nu_0)^2 + \delta^2} = \\
 &= \frac{1}{4\pi^2 w^2 u^2} \left[ \operatorname{arctg} \frac{x' + u}{a} + \operatorname{arctg} \frac{x' - u}{a} \right] \times \\
 &\times \left[ \operatorname{arctg} \frac{x + u}{a} - \operatorname{arctg} \frac{x - u}{a} \right]. \quad (13.66)
 \end{aligned}$$

Усредняя по максвелловскому распределению скоростей и переходя к доплеровским единицам, находим

$$\begin{aligned}
 R_{III,A}(x', x) &= \pi^{-1/2} \int_0^{\infty} e^{-u^2} \left[ \operatorname{arctg} \frac{x' + u}{a} - \operatorname{arctg} \frac{x' - u}{a} \right] \times \\
 &\times \left[ \operatorname{arctg} \frac{x + u}{a} - \operatorname{arctg} \frac{x - u}{a} \right] du. \quad (13.67)
 \end{aligned}$$

Асимптотические формулы, а также результаты для дипольного рассеяния и методы численного расчета  $R_{III}$  даются в [313], [212] и [529].

Графики  $R_{III}(x', x)/\phi(x')$  при  $a = 10^{-3}$  показаны на рис. 13.4. При небольших  $x'$  акты поглощения происходят преимущественно близ центра линии и обусловлены атомами, движущимися со скоростями, близкими к  $x'$ , а поэтому перераспределение происходит с равной вероятностью по всему промежутку  $-x' \leq x \leq x'$ , как это имело место для  $R_I$  и  $R_{II}$ . При больших  $x'$  здесь также большая часть актов поглощения происходит в крыльях линии и обусловлена почти неподвижными атомами. Но теперь излучаемые фотоны в системе отсчета атома полностью перераспределяются по профилю линии, и поэтому  $R_{III}(x', x)/\phi(x') \rightarrow \phi(x)$  при  $x' \gg 1$ . Иногда можно встретить основанное на интуитивных соображениях утверждение, что если процесс рассеяния в системе отсчета атома является полностью некогерентным, то в комбинации со случайными доплеровскими смещениями из-за теплового движения атомов перераспределение должно оставаться полным и в системе наблюдателя. Это заключение, однако, ошибочно, как это ясно показывает рис. 13.5. На самом деле тепловые движения приводят к появлению близ центра линии корреляции между частотами падающего и рас-

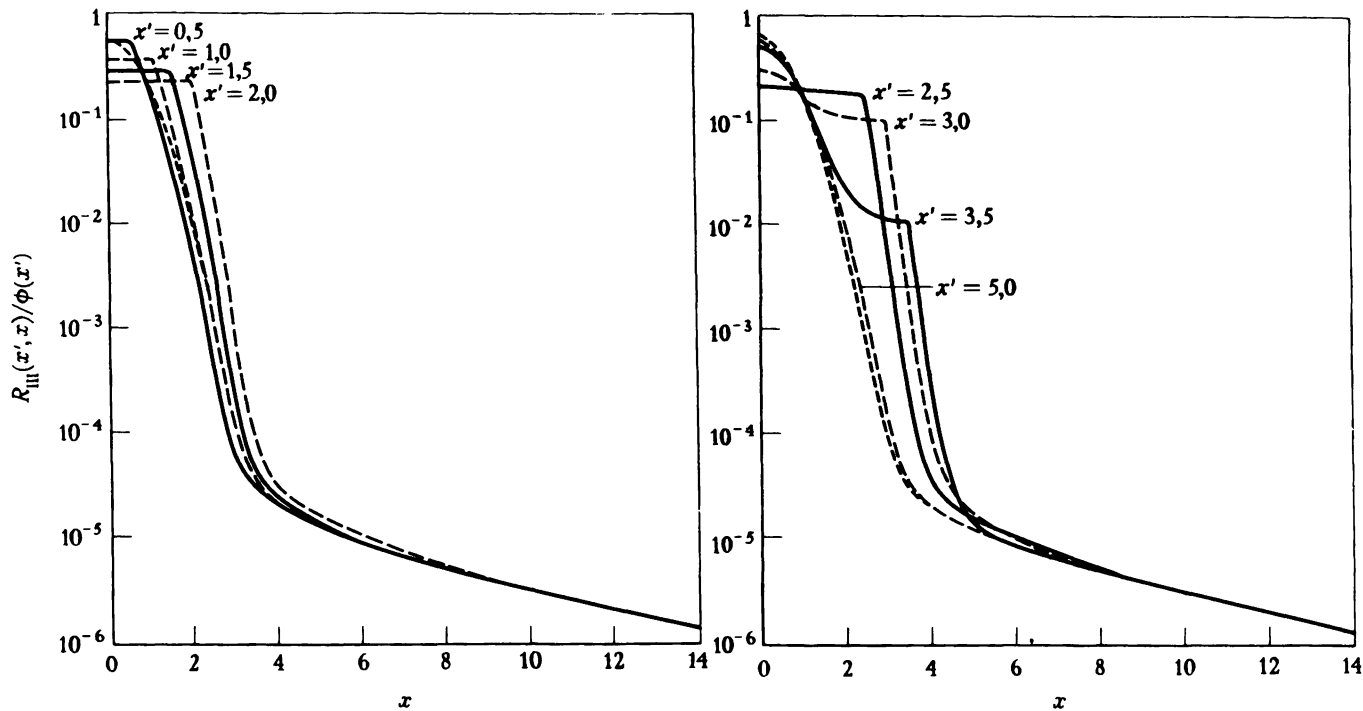


Рис. 13.4. Вероятность излучения на частоте  $x$  в расчете на акт поглощения на частоте  $x'$  при полном перераспределении по лоренцевскому профилю в системе атома и доплеровском перераспределении в лабораторной системе при  $a = \delta/w = 10^{-3}$ . Ордината —  $R_{III}(x', x)/\phi(x')$ ; отметим, что шкала логарифмическая. Пунктирная кривая — профиль излучения при естественном возбуждении  $\phi(x)$ . Абсцисса — частота излучаемого фотона. Около кривых указана частота поглощаемого фотона  $x'$ . (По [212], с разрешения.)

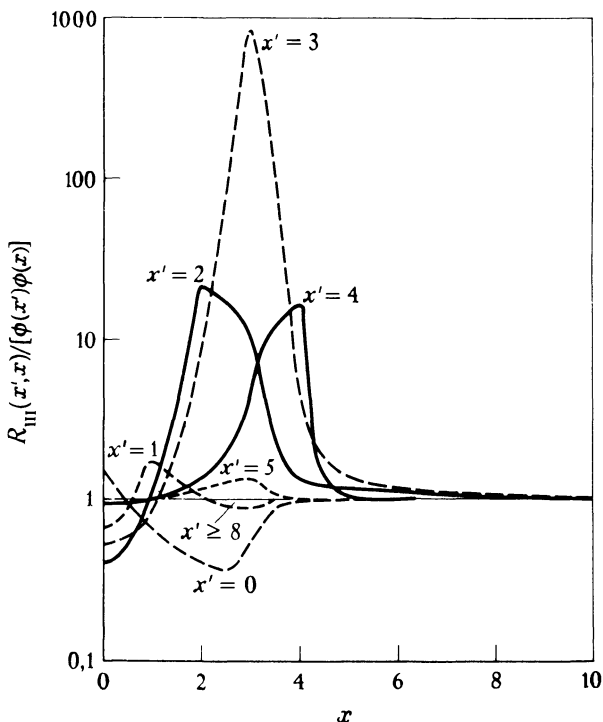


Рис. 13.5. Отношение истинной функции перераспределения при полном перераспределении в системе атома и доплеровском перераспределении в лабораторной системе  $R_{III}(x', x)$  к функции перераспределения в предельном случае полного перераспределения в лабораторной системе  $\phi(x')\phi(x)$ . Профиль поглощения  $\phi(x)$  фойгтовский с  $a = 10^{-3}$ . (По [212], с разрешения.)

сеянного фотонов, и отклонения от полного перераспределения в лабораторной системе могут быть большими. Несмотря на эти отклонения, оказывается (см. § 13.4), что предположение  $R(x', x) = \phi(x')\phi(x)$  приводит к профилям линий, вполне подобным тем, которые получаются по точной функции  $R_{III}(x', x)$ , и случай полного перераспределения в системе атома практически можно рассматривать, как случай полной некогерентности в лабораторной системе, не вводя этим существенных погрешностей.

**Упражнение 13.6.** Показать, что усредненная по углам функция перераспределения для рассеяния на электронах (при тех же предположениях, которые использовались в упражнении 13.5) есть

$$R_{e,A}(\nu', \nu) = w^{-1} \operatorname{ierfc}(|(\nu' - \nu)/2w|),$$

где

$$\text{ierfc}(x) = \int_x^{\infty} \text{erfc}(z) dz = \pi^{-1/2} e^{-x^2} - x \text{erfc}(x)$$

и  $w$  — электронная доплеровская ширина:  $w = v_0(2kT/m_e)^{1/2}/c$ , которая примерно в  $43 A^{1/2}$  раза больше доплеровской ширины для атома с атомным весом  $A$ . См. также [318] и [39].

#### СВОЙСТВА СИММЕТРИИ

Из формулы (13.31) видно, что после усреднения по углам мы должны получить

$$R(-x', -x) = R(x', x). \quad (13.68)$$

Этот результат имеет общий характер и справедлив всегда, когда имеет место соотношение (13.30). Далее, путем прямого обобщения тех соображений, которые привели к соотношению (13.35), находим

$$R_i(x', x) = R_i(x, x'), \quad i = I, II, III. \quad (13.69)$$

В справедливости этого результата можно убедиться и непосредственно из формул (13.62), (13.64) и (13.67). Из соотношения (13.69) следует, что профиль излучения при естественном возбуждении (см. формулу (13.42)) есть

$$\psi_i^*(x) = \phi_i(x), \quad i = I, II, III. \quad (13.70)$$

*Упражнение 13.7.* Для случая I проверить результат, выражаемый формулой (13.70), путем непосредственного интегрирования  $R_{I,A}(x', x)$  по  $x'$ .

### 13.4. Перенос излучения при частичном перераспределении

Рассмотрим теперь вопрос об учете эффектов усредненного по углам частичного перераспределения по частотам в проблеме образования спектральных линий. Для простоты ограничимся случаем двухуровневого атома с континуумом. Будет развит общий метод, дающий строгое решение задачи. (Этот метод можно легко распространить и на более сложные модели атома.) Затем будет развит несколько более простой, но менее общий подход, в котором член, описывающий вынужденное излучение — он вызывает некоторые трудности, — все же учитывается правильным образом.