

где

$$\text{ierfc}(x) = \int_x^{\infty} \text{erfc}(z) dz = \pi^{-1/2} e^{-x^2} - x \text{erfc}(x)$$

и w — электронная доплеровская ширина: $w = v_0(2kT/m_e)^{1/2}/c$, которая примерно в $43 A^{1/2}$ раза больше доплеровской ширины для атома с атомным весом A . См. также [318] и [39].

СВОЙСТВА СИММЕТРИИ

Из формулы (13.31) видно, что после усреднения по углам мы должны получить

$$R(-x', -x) = R(x', x). \quad (13.68)$$

Этот результат имеет общий характер и справедлив всегда, когда имеет место соотношение (13.30). Далее, путем прямого обобщения тех соображений, которые привели к соотношению (13.35), находим

$$R_i(x', x) = R_i(x, x'), \quad i = \text{I, II, III}. \quad (13.69)$$

В справедливости этого результата можно убедиться и непосредственно из формул (13.62), (13.64) и (13.67). Из соотношения (13.69) следует, что профиль излучения при естественном возбуждении (см. формулу (13.42)) есть

$$\psi_i^*(x) = \phi_i(x), \quad i = \text{I, II, III}. \quad (13.70)$$

Упражнение 13.7. Для случая I проверить результат, выражаемый формулой (13.70), путем непосредственного интегрирования $R_{I,A}(x', x)$ по x' .

13.4. Перенос излучения при частичном перераспределении

Рассмотрим теперь вопрос об учете эффектов усредненного по углам частичного перераспределения по частотам в проблеме образования спектральных линий. Для простоты ограничимся случаем двухуровневого атома с континуумом. Будет развит общий метод, дающий строгое решение задачи. (Этот метод можно легко распространить и на более сложные модели атома.) Затем будет развит несколько более простой, но менее общий подход, в котором член, описывающий вынужденное излучение — он вызывает некоторые трудности, — все же учитывается правильным образом.

После этого будет описан еще более простой метод, в котором члены, описывающие вынужденное излучение, учитываются лишь приближенно. Будут обсуждены результаты применения этого метода к сильно идеализированным моделям. Наконец, будут представлены результаты расчетов профилей резонансных линий для реалистичных моделей атомов и звездных атмосфер, выполненных с использованием общего метода.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ДЛЯ ДВУХУРОВЕННОГО АТОМА

Исследуем образование резонансной линии, возникающей при переходе между бесконечно тонким нижним уровнем и верхним уровнем, который уширен за счет затухания вследствие излучения и столкновений. Обозначим населенность нижнего уровня через n_1 , полную населенность верхнего уровня (просуммированную по всем подуровням) через n_2 , а число ионов — через n_k . Распределение атомов в пределах верхнего состояния задается посредством *профиля излучения в системе наблюдателя* ψ_ν , определяемого как доля всех находящихся на верхнем уровне атомов, которые, если они совершают радиативный переход вниз, излучают фотоны частоты ν в лабораторной системе. Этот способ подсчета атомов в верхнем состоянии физически четко определен, так как он выражает это распределение через наблюдаемые величины. Функция ψ_ν некоторым сложным, но вполне однозначным образом отражает распределение испускаемых фотонов по частотам ξ в системе отсчета атома и распределение скоростей атомов \mathbf{v} . Соответствующее преобразование описывается функцией перераспределения [456]. Очевидно, что ψ_ν нормировано, так что $n_2 = n_2 \int \psi_\nu d\nu$. Для дальнейшего удобно ввести вспомогательную переменную \tilde{n}_2 , такую, что $n_2(\nu) = n_2 \psi_\nu = \tilde{n}_2(\nu) \phi_\nu$ дает число атомов на тех подуровнях верхнего состояния, с которых могут излучаться фотоны частоты ν . Основная зависимость, описывающая распределение атомов по подуровням верхнего состояния, тем самым оказывается выделенной, и то, как \tilde{n}_2 зависит от ν , отражает лишь отклонения от случая естественного возбуждения.

Населенность подуровней $n_2(\nu)$ (или, что эквивалентно, ψ_ν) определяется уравнением баланса вида

$$\begin{aligned} n_2(\nu)(A_{21} + B_{21}J_\nu + C_{21} + R_{2k} + C_{2k}) = \\ = n_1[B_{12} \int R(\nu', \nu) J_{\nu'} d\nu' + C_{12} \psi_\nu^*] + n_2^* \psi_\nu^* (R_{k2} + C_{2k}). \end{aligned} \quad (13.71)$$

Это уравнение имеет простую физическую интерпретацию (см. также [456]). Член, стоящий в левой части, — это населенность подуровня, умноженная на полную скорость ухода с него а) на основной уровень за счет спонтанного излучения, вынужденного излучения и столкновений и б) в континуум за счет фотоионизаций и столкновений. Единственный член, который стоит отметить, — это член, описывающий вынужденное излучение, которое *строго когерентно как в системе атома, так и в лабораторной системе*. Это следует из фундаментальных квантовомеханических свойств этого процесса [197], § 62; [293], § 17, при котором фотон, падающий на атом, стимулирует испускание еще одного фотона *с точно такими же свойствами*: энергией (а потому и частотой), импульсом (а значит, и направлением распространения) и поляризацией. Таким образом, фотон (ν', \mathbf{n}') (в лабораторной системе) претерпевает преобразование (зависящее от \mathbf{n} и ν) в фотон (ξ', \mathbf{n}') в системе атома и создает другой *тождественный* себе фотон. Оба фотона подвергаются *в точности одному и тому же обратному преобразованию* в лабораторную систему, поставляя в поле излучения *два* фотона (ν', \mathbf{n}') . Члены в правой части описывают процессы возбуждения подуровня $n_2(\nu)$ — из основного состояния и за счет рекомбинаций из континуума. Последние приводят к появлению атомов на уровне 2, которые распределены по подуровням в соответствии с профилем естественного возбуждения ψ_ν^* . Через n_2^* обозначена концентрация частиц при ЛТР: $n_2^* = n_k n_e \Phi_2(T)$, где $\Phi_2(T)$ — соответствующий множитель Саха — Больцмана. Во всех трех рассмотренных в § 13.3 случаях перераспределения, представляющих физический интерес, имеем $\psi_\nu^* = \phi(\nu)$ [см. формулу (13.70)]. Атомы, возбуждаемые из основного состояния за счет столкновений, также распределены в соответствии с ψ_ν^* . Число фотовозбуждений определяется числом актов поглощения фотонов частоты ν' , именно $n_1 B_{12} J_{\nu'}$, умноженным на совместную вероятность $R(\nu', \nu)$ поглощения на ν' и излучения на ν . Это произведение следует далее проинтегрировать по всем ν' . Предполагается, что в процессе рассеяния доля γ всех возбужденных атомов излучает когерентно. Остальные фотоны испытывают полное перераспределение в системе отсчета атома за счет упругих столкновений [так что $p(\xi', \xi)$ дается формулой (13.6)]. Точная функция перераспределения в лабораторной системе была бы в этом случае такова:

$$R(\nu', \nu) = \gamma R_{\text{II}}(\nu', \nu) + (1 - \gamma) R_{\text{III}}(\nu', \nu), \quad (13.72)$$

но на практике достаточно пользоваться гораздо более простой

функцией

$$R(\nu', \nu) = \gamma R_{II}(\nu', \nu) + (1 - \gamma)\phi_{\nu'} \cdot \phi_{\nu}, \quad (13.73)$$

соответствующей предположению, что полное перераспределение в системе отсчета атома приводит к полному перераспределению и в лабораторной системе.

Уравнение статистического равновесия для основного состояния имеет вид

$$\begin{aligned} n_1(B_{12} \int \phi_{\nu} J_{\nu} d\nu + C_{12} + R_{1k} + C_{1k}) = \\ = n_2(A_{21} + B_{21} \int \phi_{\nu} J_{\nu} d\nu + C_{21}) + n^*_1(R_{k1} + C_{1k}). \end{aligned} \quad (13.74)$$

Его физический смысл аналогичен физическому смыслу (13.71). Наконец, полное число атомов предполагается известным, и поэтому

$$n_1 + n_2 \int \psi_{\nu} d\nu + n_k = n_{\text{ат}}. \quad (13.75)$$

Необходимые нам коэффициенты фотоионизации и рекомбинации можно либо считать заданными, и в этом случае расчету подлежит лишь поле излучения в линии, либо они должны получаться из решения уравнения переноса в континууме (считается, что это требуется только для континуума, возникающего из основного состояния).

Уравнение переноса, которое нужно решить, можно записать в виде

$$\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} (f_{\nu} J_{\nu}) = J_{\nu} - S_{\nu}, \quad (13.76)$$

где, как обычно, $d\tau_{\nu} = -\chi_{\nu} dz$ и $S_{\nu} = \eta_{\nu} / \chi_{\nu}$. В частотах линии

$$\chi_{\nu} = \alpha_{12} [n_1 - (g_1/g_2)\tilde{n}_2(\nu)] \phi_{\nu} + X_{\nu} \quad (13.77)$$

$$\eta_{\nu} = (2h\nu^3/c^2)\alpha_{12}(g_1/g_2)\tilde{n}_2(\nu)\phi_{\nu} + E_{\nu}, \quad (13.78)$$

а для континуума, возникающего из основного состояния,

$$\chi_{\nu} = \alpha_{1k}(\nu)(n_1 + n^*_1 e^{-h\nu/kT}) + X_{\nu} \quad (13.79)$$

и

$$\eta_{\nu} = (2h\nu^3/c^2)e^{-h\nu/kT} \alpha_{1k}(\nu)n^*_1 + E_{\nu}. \quad (13.80)$$

Здесь X_{ν} и E_{ν} представляет собой (заданные) коэффициенты поглощения и излучения, обусловленные другими составляющими газа, и $\alpha_{12} = B_{12}h\nu/(4\pi)$.

Решение уравнения переноса в данном случае очень сложно, поскольку профиль коэффициента излучения ψ_{ν} заранее неизвестен, а

получается из уравнений статистического равновесия (13.71) — (13.75). В отличие от случая полного перераспределения, где для определения функции источников достаточно найти лишь отношение n_2/n_1 [см. формулу (11.4)] и где поэтому требуется лишь одно уравнение статистического равновесия, теперь нам нужно *вычислять* ψ_ν , и это приводит к появлению такого числа уравнений вида (13.71), какое требуется, чтобы определить эту функцию с желаемой точностью. Ситуация здесь удивительно напоминает задачу о мультиплете, состоящем из множества линий, с очень сильными эффектами взаимодействия между ними, причем каждая частота в пределах линии играет роль отдельного перехода в таком мультиплете, а линия в целом выступает как некоторый коллективный резервуар фотонов. Эта аналогия позволяет думать, что эффективное решение задачи можно будет получить с помощью метода полной линеаризации.

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ

Мощный общий метод решения уравнений (13.71) — (13.75) совместно с уравнениями переноса (13.76) — (13.80) состоит в использовании полной линеаризации. Введем дискретный набор подуровней верхнего состояния, определяемых частотами $\{\nu_j\}$, измеренными от центра линии. Населенности подуровней можно тогда записать в виде $n_2(\nu_j) = \tilde{n}_{2j}\phi_j$, а дискретизированные уравнения статистического равновесия — в форме

$$n_1(B_{12} \sum_j w_j \phi_j J_j + C_{12} + R_{1k} + C_{1k}) - \sum_j w_j \tilde{n}_{2j} \phi_j (A_{21} + B_{21} J_j + C_{21}) - n_k [n_e \Phi_1(T)(R_{k1} + C_{1k})] = 0, \quad (13.81)$$

$$- n_1 \{ B_{12} [\gamma \sum_{j'} \mathcal{R}_{j'j}^{\text{II}} J_{j'} + (1 - \gamma) \phi_j \sum_{j'} w_{j'} \phi_{j'} J_{j'}] + C_{12} \phi_j \} + \tilde{n}_{2j} \phi_j (A_{21} + B_{21} J_j + C_{21} + R_{2k} + C_{2k}) - n_k [n_e \Phi_2(T)(R_{k2} + C_{2k})] = 0 \quad (13.82)$$

$$n_1 + \sum_j w_j \tilde{n}_{2j} \phi_j + n_k = n_{aT}. \quad (13.83)$$

Здесь $\mathcal{R}_{ij}^{\text{II}}$ — дискретное представление $R^{\text{II}}(\nu_i, \nu_j)$ при использовании подходящей квадратурной формулы. Если положить $\mathbf{n} = (n_1, \tilde{n}_{21}, \tilde{n}_{22}, \dots, \tilde{n}_{2j}, \dots, \tilde{n}_{2J}, n_k)^T$, где J означает полное число подуровней, то уравнения (13.81) — (13.83) принимает вид $\mathcal{A} \mathbf{n} = \vec{\mathcal{B}}$.

Предположим, что имеется какая-то оценка населенностей \mathbf{n} на всех глубинах. Тогда текущие значения χ_ν , η_ν и J_ν можно рассчитать для всех частот в линии и в континууме. Далее, уравнение переноса можно линеаризовать, получив линейное по δJ_ν , $\delta\chi_\nu$ и $\delta\eta_\nu$ уравнение. Две последние величины можно выразить через δn_1 , δn_j , $j = 1, \dots, J$, и δn_k . В свою очередь величины δn можно записать в виде $\delta n = \sum (\partial n / \partial J_k) \delta J_k$, где суммирование распространяется на все частоты линии и континуума. Производные $\partial n / \partial J_k$ можно записать в виде $\partial n / \partial J_k = -\mathcal{A}^{-1}[(\partial \mathcal{A} / \partial J_k) \mathbf{n}]$, причем для производных $\partial \mathcal{A} / \partial J_k$ можно получить *явные аналитические выражения* (см. [456], [459]). Конечная система уравнений, подлежащих решению, имеет стандартную форму Фотрие

$$-\mathbf{A}_d \delta \mathbf{J}_{d-1} + \mathbf{B}_d \delta \mathbf{J}_d - \mathbf{C}_d \delta \mathbf{J}_{d+1} = \mathbf{L}_d,$$

где

$$\delta \mathbf{J}_d = (\delta J_{1d}, \dots, \delta J_{kd}, \dots, \delta J_{Kd})^T.$$

Когда эта система решена, поправки δJ_ν добавляются к текущим оценкам J_ν и уравнения стационарности (13.81) — (13.83) решаются заново, давая новые значения \mathbf{n} . Эти значения используются для вычисления χ_ν и η_ν , и формальное решение уравнения переноса позволяет получить улучшенные значения эддингтоновских множителей f_ν . Процесс повторяется до тех пор, пока не будет достигнута сходимость. Этот формализм можно обобщить [459] таким образом, чтобы охватить им случай нескольких линий, возникающих при переходах с различных бесконечно тонких нижних уровней на одни и те же расширенные верхние уровни [например, H- и K-линии и инфракрасный триплет Ca II, для которых основное состояние $4s$ и метастабильные уровни $3d$ резкие, а состояние $4p$ уширено (см. рис. 12.1)]. Сходимость этого метода хорошая. Обычно каждая итерация уменьшает ошибку в решении раз в 5 — 10.

Описанный выше метод эффективен, но с вычислительной точки зрения он сравнительно дорог, и поэтому заслуживают внимания менее дорогостоящие методы [292]. Одна из основных трудностей, которые приходится преодолевать при учете частичного перераспределения, состоит в том, что *неизвестный* заранее эмиссионный профиль входит в член, учитывающий вынужденное излучение в χ_ν , а потому и в знаменателе отношения $S_\nu = \eta_\nu / \chi_\nu$. Однако во многих астрофизических приложениях, в частности для резонансных линий в ультрафиолете в атмосферах солнечного типа, эта поправка на вынужденное излучение, имеющая порядок $\exp(-h\nu/kT)$, чрезвычайно мала. В этом случае можно пойти по пути *итерирования* от-

ношения $\omega_\nu = \psi_\nu/\phi_\nu$ в члене, описывающем вынужденное излучение в том аналитическом выражении для функции источников, которое получается из уравнений статистического равновесия.

Рассмотрим функцию источников для строго двухуровневого атома, пренебрегая для простоты континуумом. Пользуясь эйнштейновскими соотношениями, можем записать функцию источников в линии в виде

$$S_e(\nu) = \frac{(2h\nu^3/c^2)n_2\psi_\nu}{(g_2/g_1)n_1\phi_\nu - n_2\psi_\nu} = \frac{(2h\nu^3/c^2)(g_1n_2\psi_\nu/g_2n_1\phi_\nu)}{1 - (g_1n_2/g_2n_1)\omega_\nu}. \quad (13.84)$$

Здесь и всюду в дальнейшем принимается, что текущая оценка ω_ν известна. Из уравнения (13.71), опуская члены, учитывающие континуум, находим

$$\begin{aligned} & (2h\nu^3/c^2)(g_1n_2\psi_\nu/g_2n_1\phi_\nu) = \\ & = \frac{A_{21}\phi_\nu^{-1} \int R(\nu', \nu)J_\nu' d\nu' + C_{21}(1 - e^{-h\nu/kT})B_\nu(T)}{A_{21} + B_{21}J_\nu + C_{21}}, \end{aligned} \quad (13.85)$$

а уравнение (13.74) дает

$$1 - (g_1n_2/g_2n_1)\omega_\nu = \frac{A_{21} + B_{21}(\bar{J}_e - \omega_\nu\bar{J}_a) + C_{21}(1 - \omega_\nu e^{-h\nu/kT})}{A_{21} + B_{21}\bar{J}_e + C_{21}}, \quad (13.86)$$

где $\bar{J}_a = \int \phi_\nu J_\nu d\nu$ и $\bar{J}_e = \int \psi_\nu J_\nu d\nu = \int \phi_\nu \omega_\nu J_\nu d\nu$. Обозначив $\varepsilon' = C_{21}(1 - e^{-h\nu/kT})/A_{21}$,

будем иметь

$$S_i(\nu) = \xi_\nu[\phi_\nu^{-1} \int R(\nu', \nu)J_\nu' d\nu' + \varepsilon' B_\nu], \quad (13.87)$$

где

$$\xi_\nu = \frac{(A_{21} + B_{21}\bar{J}_e + C_{21})/(A_{21} + B_{21}J_\nu + C_{21})}{1 + (B_{21}/A_{21})(\bar{J}_e - \omega_\nu\bar{J}_a) + (C_{21}/A_{21})(1 - \omega_\nu e^{-h\nu/kT})}. \quad (13.88)$$

Подставив (13.87) в выражение для полной функции источников, имеющее вид

$$S_\nu = [\chi_l(\nu)S_l(\nu) + \chi_c S_c]/[\chi_l(\nu) + \chi_c], \quad (13.89)$$

где теперь

$$\chi_l(\nu) = \alpha_{12}[n_1 - (g_1/g_2)n_2\omega_\nu]\phi_\nu + X_\nu, \quad (13.90)$$

приведем уравнение переноса к общей форме:

$$\frac{\partial^2(f_\nu J_\nu)}{\partial \tau_\nu^2} = J_\nu - a_\nu \int R(\nu', \nu) J_{\nu'} d\nu' + b_\nu. \quad (13.91)$$

Его можно решить, применяя стандартный метод Фотрие. В этом методе для вычисления ξ_ν по формуле (13.88) используются *текущие* значения ω_ν и J_ν , а для нахождения $\chi_i(\nu)$ в (13.90) и (13.89) — текущие значения населенностей уровней ω_ν . После этого решается уравнение переноса, что дает улучшенные значения J_ν . Эти J_ν подставляются затем в формулы (13.81) — (13.83) для получения улучшенных n_1 , $\bar{n}_2(\nu)$ и n_k , а по ним — ψ_ν и тем самым ω_ν . Этот процесс повторяется, пока не будет достигнута сходимость. Можно ожидать, что этот метод будет хорошо работать, если $B_{12}\bar{J}/A_{21} \ll \ll 1$. Когда процессы вынужденного излучения очень существенны, следует использовать описанную выше более полную процедуру линеаризации.

РЕЗУЛЬТАТЫ ДЛЯ ИДЕАЛИЗИРОВАННЫХ МОДЕЛЕЙ

Глубокое понимание природы эффектов частичного перераспределения можно получить из исследований, по своему духу близких к описанным в гл. 11 и основанных на использовании идеализированных моделей атмосфер и атомов. Чтобы как можно больше упростить задачу, обычно делают дополнительное физическое предположение, что профиль вынужденного излучения дается ϕ_ν , а не ψ_ν и что член, учитывающий вынужденное излучение в уравнении (13.71), можно записать в виде $n_2(\nu)B_{21}\bar{J}_a$, а не как $n_2(\nu)B_{21}J_\nu$. Тогда введенная выше величина ω_ν тождественно равна единице, $\bar{J}_e = \bar{J}_a$ и $\xi_\nu = (1 + \varepsilon')^{-1}$, так что формула (13.87) приводится к виду

$$S_i(\nu) = (1 - \varepsilon)\phi_\nu^{-1} \int R(\nu', \nu) J_{\nu'} d\nu' + \varepsilon B_\nu, \quad (13.92)$$

где $\varepsilon = \varepsilon'/(1 + \varepsilon')$. При такой функции источников уравнение переноса можно решить за один шаг, без итераций. Такой подход был использован для того, чтобы оценить, насколько зависящая от частоты $S_i(\nu)$, получающаяся при учете эффектов частичного перераспределения, отличается от не зависящей от частоты функции источников

$$S_i^{\text{пп}} = (1 - \varepsilon) \int \phi_\nu J_\nu d\nu + \varepsilon B_\nu, \quad (13.93)$$

соответствующей полному перераспределению. Рассматривались случаи R_I , R_{II} и R_{III} , причем свойства атмосферы считались не за-

висящими от глубины [53], [212], [316]. Функции источников $S_I(\nu)$ и $S_I^{\text{ПП}}$ можно также использовать для расчета профилей линий. Это позволяет оценить ошибки, появляющиеся в расчетных профилях, если вместо точной функции источников принимается приближенная, соответствующая полному перераспределению. Некоторым промежуточным приближением служит *итерированная* функция источников

$$S_I^{(1)}(\nu) = (1 - \varepsilon)\phi_\nu^{-1} \int R(\nu', \nu) J_{\nu'}^{\text{ПП}} d\nu' + \varepsilon B_\nu, \quad (13.94)$$

получающаяся при использовании средней интенсивности, которая соответствует полному перераспределению и рассчитывается по функции источников, даваемой (13.93). Было найдено, что в изотермических средах $S_I^{(1)}(\nu)$ почти равна $S_I(\nu)$ [316], тогда как вычисляется она, разумеется, гораздо проще.

Рассмотрим сначала случай перераспределения за счет чистого доплер-эффекта, т.е. положим $R(\nu', \nu) = R_I(\nu', \nu)$. В предположении, что коэффициент поглощения в континууме равен нулю, а $a = 10^{-4}$ и 10^{-6} , было получено целое семейство функций $S_I(\nu)$ как для конечных, так и для полубесконечных изотермических сред. Результаты, характеризующие изменение функции источников с частотой и с глубиной, показаны на рис. 13.6 (для $\varepsilon = 10^{-4}$). Вертикальными стрелками отмечены те частоты, на которых монохроматическая оптическая глубина $\tau_x = 1$. Видно, что на всех частотах, для которых $\tau_x \geq 1$, функция $S_I(x)$ почти равна $S_I^{\text{ПП}}$. При $\tau_x < 1$ имеются значительные отклонения, но они не имеют большого значения, так как эти оптически прозрачные области не дают большого вклада в интенсивность, определяющую профиль линии. Профили линии, рассчитанные по $S_I^{\text{ПП}}$ и по $S_I(x)$, практически совпадают. Поэтому мы приходим к заключению, что для случая I процесс многократного рассеяния для всех практических применений адекватно описывается более простым предположением о полном перераспределении. Аналогичное заключение справедливо и для случая, когда имеется полное перераспределение в системе отсчета атома, т.е. при $R(\nu', \nu) = R_{\text{III}}(\nu', \nu)$ [212]. Здесь итерированная функция источников, определяемая формулой (13.94), была вычислена для изотермической полубесконечной атмосферы для линий с $a = 10^{-3}$ и $\varepsilon = 10^{-6}$ и $6 \cdot 10^{-3}$. Оказалось, что $S_I^{(1)}(\nu)$ отклоняется заметно от $S_I^{\text{ПП}}$ тоже только при $\tau_x < 1$ и что профили линии в выходящем излучении, рассчитанные по $S_I^{\text{ПП}}$, почти тождественны профилям, получающимся по функции источников, не зависящей от частоты. Поэтому предположение о полном перераспределении

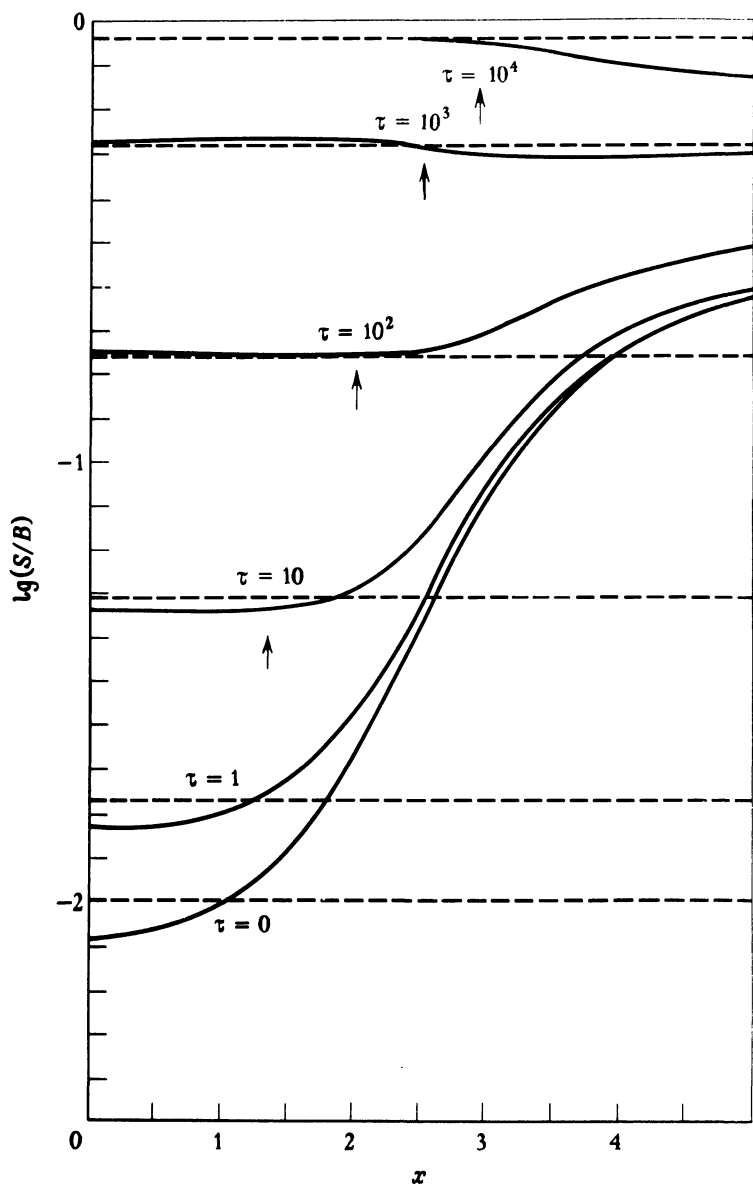


Рис. 13.6. Функция источников в изотермической полубесконечной атмосфере для линии с $\epsilon = 10^{-4}$ при чисто доплеровском перераспределении (случай I). Вертикальными стрелками отмечены те частоты, на которых монохроматическая оптическая глубина $\tau_x = 1$. Пунктир — не зависящая от частоты функция источников $S_i^{\text{ПП}}$, полученная в предположении о полном перераспределении; сплошные кривые — зависящая от частоты функция источников $S_i(x)$, полученная с использованием точной функции перераспределения; абсцисса — расстояние от центра линии в доплеровских единицах. (По [316], с разрешения.)

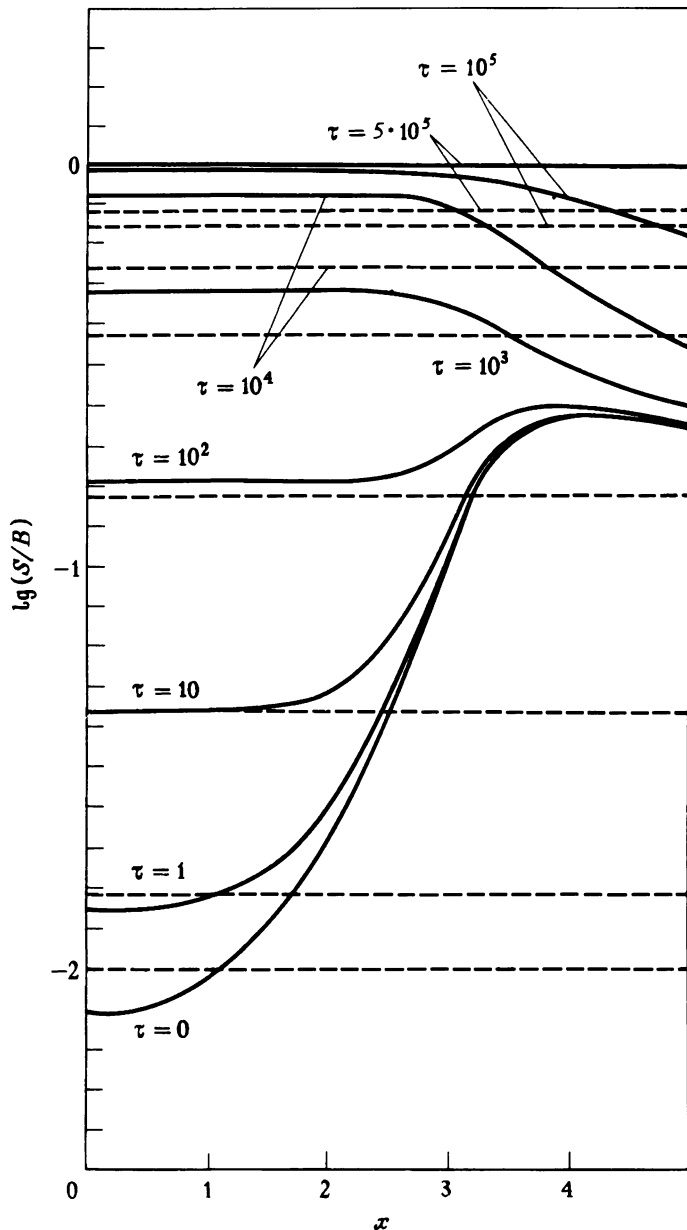


Рис. 13.7. Функция источников в изотермической атмосфере оптической толщины $T = 10^6$ для линии с $\epsilon = 10^{-4}$ и $a = 10^{-3}$ в предположении о когерентном в системе атома рассеянии (с профилем, обусловленным затуханием излучения) и доплеровском перераспределении в лабораторной системе. Пунктир — не зависящая от частоты функция источников $S_i^{\text{ПП}}$, полученная в предположении о полном перераспределении; сплошные кривые — зависящая от частоты функция источников $S_i(x)$, полученная с использованием точной функции перераспределения; абсцисса — расстояние от центра линии в доплеровских единицах. (По [316], с разрешения.)

обеспечивает очень полезную и точную аппроксимацию также и в случае III.

В случае II (когерентное в системе атома рассеяние при уширенном профиле с доплеровским перераспределением в лабораторной системе) положение оказывается совершенно иным. Результаты для изотермической атмосферы полной оптической толщины $T = 10^6$ для линии с $a = 10^{-3}$ и $\varepsilon = 10^{-4}$, приводимые в [316], показаны на рис. 13.7. Видно, что здесь в центре линии $S_i(\nu)$ близко к $S_i^{\text{ПП}}$ на малых оптических глубинах, но на больших глубинах $S_i(\nu)$ становится *больше* $S_i^{\text{ПП}}$ и *термализуется*, приближаясь к функции Планка, *быстрее*, чем функция источников при полном перераспределении. Этот результат объясняется тем, что когерентный характер процесса рассеяния в крыльях линии сдерживает уход фотонов из ядра линии и приводит к более быстрой термализации в ядре за счет уменьшения полной вероятности выхода таких фотонов из среды. В противоположность этому в крыльях линии зависящая от частоты функция источников имеет значительно меньшие значения, чем $S_i^{\text{ПП}}$, так как фотоны более не накачиваются столь эффективно в крылья. Для конечных атмосфер эти эффекты выражены еще сильнее: в крыльях линии $S_i^{\text{ПП}}$ может превосходить $S_i(x)$ на несколько порядков! Различия между $S_i(x)$ и $S_i^{\text{ПП}}$ находят полное отражение в профилях линии на границе среды. При истинной функции источников интенсивность в крыльях профиля лежит значительно ниже, чем при полном перераспределении, и находится почти в точном согласии с интенсивностями, получающимися при когерентном рассеянии. Хотя при наличии континуума, на который налагается линия, эти эффекты будут уменьшаться, можно тем не менее ожидать, что для линий, формирующихся в наружных слоях звезд, где плотности, а потому и эффективность столкновений малы, эффекты частичного перераспределения будут существенны.

ПРИМЕНЕНИЯ К СОЛНЕЧНЫМ И ЗВЕЗДНЫМ РЕЗОНАНСНЫМ ЛИНИЯМ

Резонансные линии многих ионов [например, водорода (в особенности L_α), Ca II и Mg II] формируются в хромосферных слоях низкой плотности и потому довольно хорошо характеризуются функцией перераспределения вида (13.73) с γ , почти точно равным единице. К настоящему времени выполнено несколько расчетов для солнечных линий (с использованием гарвардско-смитсоновской или близких к ней моделей атмосферы) и для гигантов со спектром солнечного типа (у них плотности еще ниже, чем на Солнце) с использованием реалистичных моделей атмосфер.

Один из первых примеров существенной роли эффектов частичного перераспределения при образовании резонансных линий был выявлен при попытках воссоздать наблюдаемый профиль солнечной хромосферной линии L_{α} [645]. Было найдено, что если профиль линии вычислять в приближении полного перераспределения по частотам, используя модели, которые хорошо воспроизводят те детали континуума, которые формируются в тех же слоях атмосферы, что и крыло линии L_{α} , то интенсивность, даваемая расчетом для крыла линии, оказывается гораздо больше наблюдаемой (раз в 5 — 6). Из этого первого исследования [645] выяснилось, что профиль воспроизводится гораздо лучше, если рассеяние считать примерно на 93% когерентным и лишь на 7% — полностью некогерентным. Последующая работа показала [456], что такое представление эквивалентно использованию уравнения (13.73) с реалистичными значениями γ (определенными по известной эффективности ударных и радиативных процессов) и, наконец, что если полностью учесть изменение с глубиной профиля коэффициента поглощения, функций перераспределения, атомных параметров, населенностей уровней и поглощения в континууме, на который налагается линия, то получается прекрасное согласие с наблюдениями [457].

Еще более интересным примером могут служить солнечные линии H и K Ca II, для которых ранние исследования (например, [401]), в которых использовалось предположение о полном перераспределении, давали хорошее согласие с профилями в центре диска, но были не способны воспроизвести наблюдаемое изменение центр — край. Затем были выполнены расчеты, основанные на использовании модели атома с пятью уровнями, аналогичной изображенной на рис. 12.1, для трех моделей атмосферы: 1) гарвардско — смитсоновская стандартная модель атмосферы (HSRA) с не зависящей от глубины микротурбулентностью в 4,5 км/с; 2) модель HSRA с распределением микротурбулентной скорости в функции глубины, взятой по [401]; 3) та же модель, что и в (1), но с распределением температуры, замененным на $T_3 = \max(T_{\text{HSRA}}, 4450 \text{ K})$, что повышает минимальную температуру примерно на 300 K. Во всех случаях целиком принимались во внимание все изменения с глубиной как профиля линии (с учетом радиационного, вандерваальсова и штарковского уширения), так и функции перераспределения и источников образующего фон континуума.

Результаты расчетов двойного самообращения близ центра линии, дающего ценнейшую информацию для диагностики области температурного минимума и хромосферы, выполненные при пред-

положении о полном перераспределении (ПП) и о частичном перераспределении (ЧП), разительно отличаются друг от друга. Как видно из рис. 13.8, при ЧП в пределах всего профиля имеется равномерное потемнение к краю. В противоположность этому, согласно расчетам, с ПП имеется уярчение к краю в K_2 (т. е. в эмиссионном максимуме) и нет никакого изменения от центра к краю в K_1 (минимум снаружи от K_2). Оба этих результата находятся в противоречии с наблюдениями. Кроме того, минимум K_1 быстро удаля-

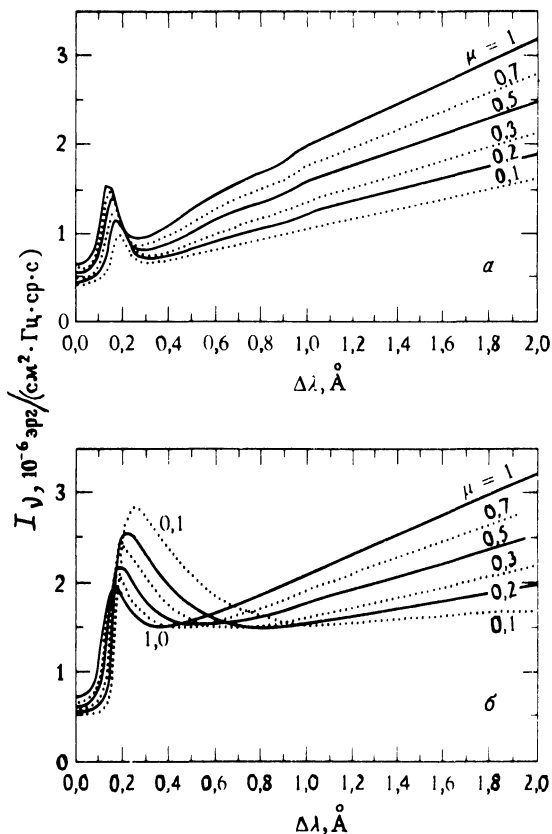


Рис. 13.8. Профили К-линии Ca II, рассчитанные с использованием гарвардско-смитсоновской стандартной модели солнечной атмосферы [249] при распределении микротурбулентных скоростей, взятом по [401]. Ордината — интенсивность излучения $I(\mu, \Delta\lambda)$ в абсолютных единицах; абсцисса — смещение $\Delta\lambda$ от центра линии в Å. а — результаты расчета с частичным перераспределением; б — результаты расчета при полном перераспределении. Числа у кривых — значения косинуса μ углового расстояния от центра диска. (По [570], с разрешения.)

ется от центра линии при переходе от центра к краю при ПП (и это тоже противоречит наблюдениям). Для ЧП расстояние от K_1 до центра линии растет гораздо медленнее. Вопрос об уярчении к краю в K_2 при принятии ПП можно уладить, если взять некоторое весьма специальное распределение микротурбулентных скоростей [27]. Однако ни одно из только что описанных затруднений, связанных с K_1 , таким путем не разрешается. Если же используется ЧП, необходимости в таком специальном допущении не возникает.

Количественное улучшение, которое достигается при сравнении расчетов с наблюдаемым поведением детали K_1 , показано на рис. 13.9. Из него видно, что ПП предсказывает слишком быстрое возрастание $\Delta\lambda(K_1)$ при $\mu \rightarrow 0$, тогда как и модель 1, и модель 3 показывают превосходное согласие с наблюдательными данными. Модель 2 дает не столь хорошее согласие, однако для некоторых данных, связанных с K_2 (которые здесь не обсуждаются), она обеспечивает лучшее согласие. Из рис. 13.9,б видно, что ПП совершенно неспособно объяснить уменьшение интенсивности K_1 к краю, в то время как ЧП (с любой из трех рассматриваемых моделей) дает правильное *изменение* от центра к краю (обращаем внимание на то, что шкала *логарифмическая*). Отметим, что *абсолютная интенсивность* детали K_1 при ЧП меньше, чем при ПП *для той же самой модели* (сравните пустые и сплошные кружочки при $\mu = 1$). Это обусловлено практически когерентным характером процесса рассеяния в детали K_1 и согласуется с результатами расчета для обсуждавшихся выше идеализированных моделей при перераспределении с функцией R_{II} . Есть одна возможность добиться согласия в абсолютных интенсивностях — поднять минимальную температуру на 300 — 400 К по сравнению с ее значением в гарвардско-смитсоновской стандартной модели атмосферы, как это и было сделано в модели 3. Хотя это изменение может показаться небольшим, следует напомнить, что изменение T на 100 К близ T_{\min} изменяет энергию, содержащуюся в этой области, на величину, сравнимую с той энергией, которая содержится во всей жороне (см. § 7.7). На основе данных об одной линии можно не решиться сделать вывод, что T_{\min} должно быть выше, чем значение по гарвардско-смитсоновской модели атмосферы. Однако аналогичные результаты получаются также из анализа h- и k-линий Mg II [59], и может оказаться, что эмпирическое значение T_{\min} придется поднять примерно до 4400 К. Такая эмпирическая подгонка привела бы этот полуэмпирический результат в полное согласие с оценками T_{\min} по моделям с лучистым равновесием и ликвидировала бы трудность, описанную в

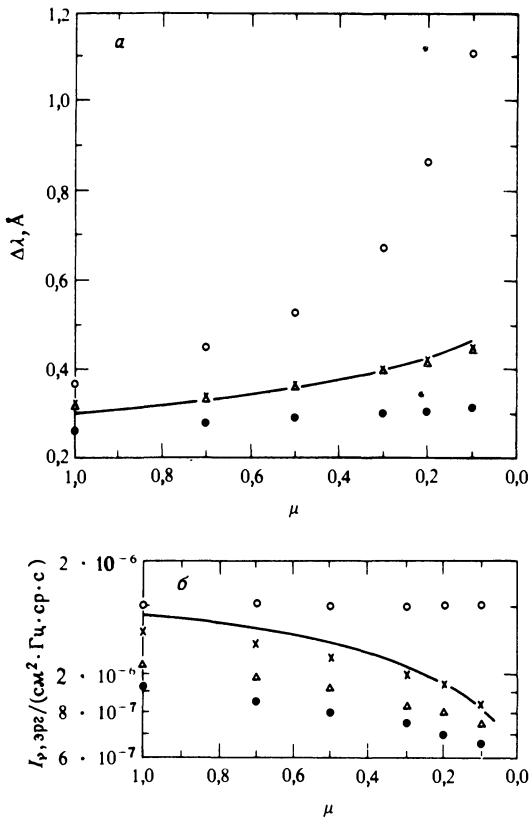


Рис. 13.9. а — расстояние минимума интенсивности K_1 , имеющегося вне эмиссионного ядра, от центра линии в функции косинуса μ углового расстояния от центра диска. б — потемнение к краю в K_1 ; обращаем внимание на то, что интенсивность дается в логарифмической шкале. Пустые кружки — результаты, соответствующие полному перераспределению, модель 2 (см. текст). Сплошные кружки — частичное перераспределение, модель 2. Треугольники — частичное перераспределение, модель 1 (см. текст). Крестики — частичное перераспределение, модель 3 (см. текст). (По [570], с разрешения.)

§ 7.7. В любом случае следует подчеркнуть, что уменьшение интенсивности при ЧП по сравнению с ПП для *любой данной модели является дифференциальным эффектом*, и потому он будет существовать, какая бы модель ни использовалась. Поэтому если T_{\min} оценивается по интенсивности K_1 , как это иногда делают при изучении звезд, необходимо пользоваться описанием процесса рассеяния с ЧП, особенно для гигантов [571], иначе будут допускаться *систе-*

математические ошибки. Наконец, оказывается, что расчеты с ЧП правильно воспроизводят относительное поведение линий Н и К, а с ПП — нет.

Заметные различия в предсказываемом ПП и ЧП потемнении к краю и в расстоянии K_1 от центра линии легко понять, исходя из различий в том, как изменяются с глубиной две функции источников — $S_i^{\text{ПП}}$, которая не зависит от частоты, и зависящая от частоты функция источников при ЧП $S_i(\nu)$ (см. рис. 13.10). Из этого рисунка видно, что ПП дает единую для всех ν функцию источников, имеющую одинаковый для всех частот минимум. При перемещении точки наблюдения от центра к краю оптический путь вдоль наклонного луча зрения для некоторой фиксированной частоты возрастает. Если используется $S_i^{\text{ПП}}$, это должно приводить к тому, что интенсивность на расстоянии от центра линии, равном $\Delta\lambda_{K_1}$ при $\mu = 1$, *должна возрастать* с убыванием μ . Минимум $S_i^{\text{ПП}}$ будет проявляться только при некотором большем $\Delta\lambda$, где вещество прозрачнее, и потому интенсивность отражает значение функции источников на большей глубине, вблизи минимума. Этим объясняет-

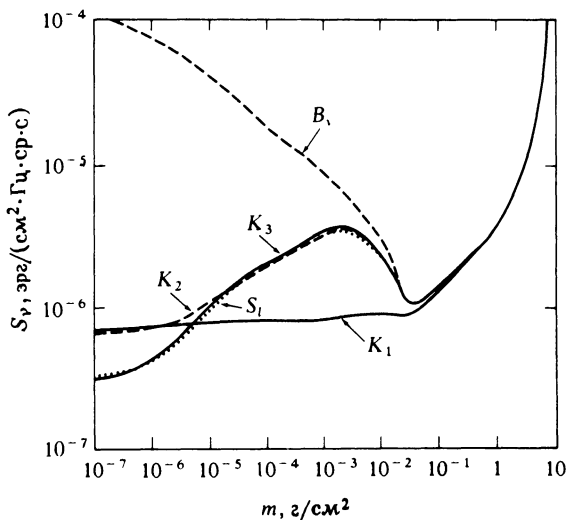


Рис. 13.10. Изменение с глубиной функции источников для линии К (для атома с пятью уровнями) и функции Планка согласно модели 1. Пунктир — функция Планка B_ν . Точечная кривая — функция источников при полном перераспределении S_i (см. также рис. 12.2). Остальные кривые дают функции источников при частичном перераспределении в центре линии (K_3), у эмиссионного пика (K_2) и близ минимума в профиле, который лежит вне этой эмиссии (K_1). Абсцисса — масса на луче зрения ($\text{г}/\text{см}^2$). (По [570], с разрешения.)

ся быстрый рост $\Delta\lambda(K_1)$ в функции μ и почти точное постоянство I_{K_1} , предсказываемые ПП. В противоположность этому при ЧП функция источников в центре линии (K_2) имеет *большее* значение, чем при ПП (из-за того, что фотоны заперты, — это уже обсуждалось выше). Но у K_1 функция источников фактически соответствует когерентному рассеянию, она почти не зависит от интенсивности излучения на других частотах и показывает монотонное убывание с приближением к границе атмосферы (аналогичные результаты были получены в [642]). Из-за такого поведения $S_i(K_1)$ перемещение точки наблюдения от центра к краю приводит лишь к тому, что $S_i(K_2)$, дающее главный вклад в интенсивность, соответствует более высоким слоям атмосферы, где (при ЧП) она имеет *более низкое* значение. Это приводит к падению I_{K_1} , как это и нужно, а $\Delta\lambda$ остается примерно постоянным. Короче говоря, учет частичного перераспределения ведет к *существенному* улучшению согласия между теорией и наблюдениями для солнечных линий H и K Ca II. Аналогичные расчеты со сходными результатами были выполнены также для h- и k(3s — 3p)-линий Mg II для солнечной атмосферы [458], [59] и для звезд типа Солнца [455]. К настоящему времени стало ясно, что при интерпретации сильных хромосферных резонансных линий с протяженными крыльями, обусловленными затуханием излучения, учет эффектов частичного перераспределения совершенно необходим, и дальнейшие усилия в этом направлении, безусловно, будут щедро вознаграждены.