

## *Глава 14*

# *Перенос излучения в движущихся атмосферах*

О существовании в звездных атмосферах макроскопических движений (т.е. нетепловых скоростей, заметно не меняющихся на расстояниях, значительно превышающих среднюю длину свободного пробега частиц) надежно свидетельствует большое число наблюдательных данных. По-видимому, имеются подобные движения всех пространственных масштабов: от «вихрей», размеры которых малы по сравнению со средней длиной свободного пробега фотонов, до расширения атмосферы как целого. Хотя на переносе излучения в континууме макроскопические движения сказываются слабо, их влияние на образование спектральных линий велико, поскольку даже небольшое (доплеровское) смещение линии по частоте приводит к большому изменению ее поглощательной способности для неподвижного наблюдателя.

При анализе спектров сверхгигантов Струве и Элви [617] обнаружили, что *доплеровские ширины, определенные по положению плоской части кривой роста* (см. § 10.3 и 10.4), *существенно превышают тепловые значения*. Они приписали это уширение нетепловым «турбулентным» движениям, постулировав у них гауссово распределение скоростей. Предполагается, что геометрический масштаб этих движений, называемых «*микротурбулентностью*», настолько мал, что они действуют как дополнительный фактор уширения линий и поэтому *увеличивают силы линий*. Находимые скорости часто близки к скорости звука в среде или *превышают ее*. Поэтому понятно, что астрофизическую «*микротурбулентность*» нельзя отождествлять с турбулентностью в строгом гидродинамическом смысле, а следует скорее понимать пространственно не разрешенные движения вещества.

Картина становится яснее, когда мы исследуем солнечный спектр. И в этом случае по кривым роста и по спектрам с низким пространственным, спектральным и временным разрешением получается значительная микротурбулентная скорость. Однако в спектрах высокого разрешения линии имеют характерную «*извилистую*» форму (в качестве прекрасного примера этого см. рис. III. 2 в [20]), показывая отчетливые доплеровские смещения и асимметрию, ко-

торые быстро флюктуируют вдоль щели и с течением времени. Вероятно, большая часть или даже все поле скоростей слагается из волновых движений различных типов, масштабов и периодов, дающих при наложении картину, которая выглядит хаотической и «турбулентной». Однако диагностика находится еще в зачаточном состоянии, и истинная природа поля скоростей известна еще не слишком хорошо.

Указание на наличие крупномасштабных движений вещества («макротурбулентность») было дано замечанием Струве [616], что ширины линий в спектрах некоторых звезд превышают доплеровские ширины, находимые по кривым роста. При этом сила линии не изменяется, и поэтому можно представить себе, что на поверхности звезды имеются настолько обширные области, что они воспринимаются как практически независимые «атмосферы», обладающие систематическими движениями вдоль луча зрения. Обсуждение наблюдений и обширную литературу можно найти в [261], гл. 8. Далее, в некоторых звездных спектрах периодические доплеровские смещения линий свидетельствуют о том, что эти спектры принадлежат пульсирующим звездам. Кроме того, такие объекты, как звезды WR, звезды типа Р Лебедя, а также сверхгиганты ранних типов, обладают характерными профилями линий с абсорбционными компонентами, смещенными в «синюю» сторону, и эмиссионными компонентами, смещенными в «красную» сторону, которые указывают на крупномасштабное расширение.

Ясно, что описание макроскопических движений в атмосферах звезд отнесением их к одному из двух крайних случаев: «микро»- и «макротурбулентности» — является крайним упрощением, а на самом деле хотелось бы знать функции распределения амплитуд скорости и характерных размеров движущихся элементов. Кроме того, хотелось бы установить связь между параметрами, получаемыми из наблюдений, и более фундаментальными величинами, такими, как скорости конвективных движений. Наконец, построение последовательной теории звездных атмосфер потребует создания динамической теории взаимодействия между движением вещества, его термодинамическим состоянием и полем излучения. Только тогда можно будет полностью разобраться в звездных атмосферах и коронах.

Однако в настоящее время мы еще далеки от того, чтобы располагать столь полной теорией. В этой главе мы сосредоточим внимание почти исключительно на «кинематических» аспектах переноса излучения в движущихся средах, когда распределение скоро-

стей и модель атмосферы заданы и требуется рассчитать спектр выходящего излучения. Существуют разнообразные пути решения поставленной только что задачи. *Методы, в которых используется система отсчета, связанная с наблюдателем*, позволяют рассматривать сложные поля скоростей и многомерные структуры (хотя мы и ограничимся рассмотрением лишь одномерных задач). Однако применение этих методов обычно ограничено скоростями порядка нескольких тепловых скоростей, и поэтому они мало подходят для изучения быстро расширяющихся атмосфер. В противоположность этому *метод Соболева* позволяет получить приближенное решение в случае быстрого течения с большими градиентами скорости. *Методы, основанные на использовании сопутствующей системы координат*, пригодны во всей промежуточной области между этими двумя крайними случаями и дают общие решения, применимые и в обоих этих предельных случаях. Специальные методы были развиты для исследования *случайных, или стохастических, макроскопических движений*.

#### 14.1. Уравнение переноса в системе отсчета, связанной с наблюдателем

##### ВЫВОД И РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА

Когда атмосферное вещество движется со скоростью  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$  относительно покоящегося внешнего наблюдателя, имеется *доплеровский сдвиг* частот фотонов в системе отсчета наблюдателя и в системе отсчета атомов, из которых состоит это вещество. Если  $\nu$  — частота в системе наблюдателя, то в системе, связанной с атомом, частота, на которой фотон, движущийся в направлении  $\mathbf{n}$ , был излучен или может быть поглощен, равна

$$\nu' = \nu - \nu_0(\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}/c). \quad (14.1)$$

Таким образом, коэффициенты поглощения и излучения вещества для неподвижного наблюдателя становятся *зависящими от углов*. Уравнение переноса для стационарной движущейся среды в плоской геометрии имеет тогда вид

$$\mu \partial I(z, \mu, \nu) / \partial z = \eta(z, \mu, \nu) - \chi(z, \mu, \nu) I(z, \mu, \nu). \quad (14.2)$$

Смещения частоты от центра линий удобно измерять в единицах стандартной доплеровской ширины  $\Delta\nu_D^* = v_0 v_{\text{тепл}}^*/c$ , где  $v_{\text{тепл}}^*$  — параметр тепловой скорости. Скорости удобно измерять в аналогичных тепловых единицах  $V = v/v_{\text{тепл}}$ . Тогда связь между частотами в системе наблюдателя и в системе, связанной с атомом, принимает вид

$$x' = x - \mu V, \quad (14.3)$$

где  $x = (v - v_0)/\Delta\nu_D^*$ , и  $x'$  определяется сходным образом. Для членов, описывающих вклад континуума, влияние доплеровских смещений несущественно, так как они мало меняются на интервале частот, характеризующем смещение частоты из-за движения атомов. Поэтому будем учитывать только изменения в членах, описывающих вклад линии, так что

$$\chi(z, \mu, x) = \chi_c(z) + \chi_s(z)\phi(z, \mu, x) \quad (14.4)$$

и

$$\eta(z, \mu, x) = \eta_c(z) + \eta_s(z)\phi(z, \mu, x), \quad (14.5)$$

где нормированный профиль поглощения определяется формулой

$$\phi(z, \mu, x) = \phi(z; x - \mu V). \quad (14.6)$$

Например, для доплеровского профиля

$$\phi(z, \mu, x) = \pi^{-1/2} \delta^{-1}(z) \exp \{-[x - \mu V(z)]^2/\delta^2(z)\}, \quad (14.7)$$

где  $\delta$  определяет локальную доплеровскую ширину в единицах стандартного значения, т.е.  $\delta(z) = \Delta\nu_D(z)/\Delta\nu_D^*$ . Введем теперь функции источников в линии и в континууме:  $S(z) = \eta(z)/\chi(z)$  и  $S_c(z) = \eta_c(z)/\chi_c(z)$ , полную функцию источников

$$S(z, \mu, x) = [\phi(z, \mu, x)S_c(z) + r(z)S_s(z)]/[\phi(z, \mu, x) + r(z)], \quad (14.8)$$

где  $r(z) = \chi_c(z)/\chi(z)$ , а также расстояние в оптических единицах вдоль луча, характеризуемого определенным значением  $\mu$ ,

$$\tau(z, \mu, x) = \mu^{-1} \int_z^{z_{\max}} \chi(z, \mu, x) dz, \quad (14.9)$$

где  $z_{\max}$  соответствует верхней границе атмосферы. Тогда уравнение переноса принимает вид

$$\partial I(z, \mu, x)/\partial \tau(z, \mu, x) = I(z, \mu, x) - S(z, \mu, x). \quad (14.10)$$

*Формальное решение* уравнения (14.10) записывается непосредст-

венно и имеет вид

$$I(z_{\max}, \mu, x) = I(0, \mu, x)e^{-\tau(0, \mu, x)} + \int_0^{\tau(0, \mu, x)} S(z, \mu, x)e^{-\tau(z, \mu, x)} d\tau(z, \mu, x) = \\ = I(0, \mu, x)e^{-\tau(0, \mu, x)} + \int_0^{z_{\max}} \mu^{-1} [\phi(z, \mu, x)S(z) + r(z)S_c(z)] e^{-\tau(z, \mu, x)} \chi(z) dz. \quad (14.11)$$

Из него интенсивность выходящего излучения можно вычислить, если функции источников заданы. (Например, при ЛТР  $S_c = S_i = B$ ; можно было бы также использовать значения  $S_i$ , найденные для неподвижной атмосферы, — приближение, которое, как мы увидим ниже, часто оказывается удивительно точным.) В формуле (14.11) принято, что атмосфера представляет собой *конечный слой*, на границу которого при  $z = 0$  извне падает излучение. Для *полубесконечной атмосферы* следует положить  $\tau(0, \mu, x) = \infty$  и опустить член, содержащий  $I(0, \mu, x)$ . Формальное решение позволяет непосредственно учитывать влияние макроскопических движений на профили путем учета обусловленных доплеровскими смещениями изменений в коэффициентах поглощения и излучения вещества.

Функция источников в линии будет, вообще говоря, содержать член, описывающий рассеяние, а потому будет зависеть от поля излучения. Поэтому движение вещества может сильно влиять на функцию источников. Например, расширение вблизи верхней границы атмосферы может сместить линию с темной абсорбционной детали спектра, где она расположена в статическом случае, в яркий близлежащий континуум, вызвав тем самым огромное увеличение  $J$  (и  $S$ ). Если считать, что фотоны, рассеиваемые в линии, испытывают *полное перераспределение*, то функция источников для двухуровневого атома принимает вид

$$S(z) = \frac{1}{2} (1 - \varepsilon) \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-1}^{+1} I(z, \mu, x) \phi(z, \mu, x) d\mu + \varepsilon B(z), \quad (14.12)$$

где  $\varepsilon$  — обычный параметр термализации. Заметим, что в интегrale, описывающем рассеяния, заменять  $I$  на  $J$  уже нельзя, так как  $\phi$  зависит от углов. Заметим также, что интенсивность нельзя более считать симметричной относительно центра линии, и поэтому необходимо рассматривать *весь* профиль. Приближение полного перераспределения для движущихся сред становится сомнительным, так как условия, способствующие его выполнению в случае неподвижных сред, не имеют более места. Хорошее обсуждение этого вопроса дается в [273], стр. 28 (это превосходная статья, которую мы весьма рекомендуем читателю). В последнее время были выпо-

лнены некоторые исследования по частичному перераспределению в движущихся атмосферах. Было показано, что если рассмотрение ведется в системе, связанной с наблюдателем, то необходимо использовать *полную* функцию перераспределения, зависящую от частоты и углов. Напротив, при использовании сопутствующей системы отсчета (см. § 14.3) можно в системе, связанной со средой, употреблять *статические* функции перераспределения, и усреднение по углам и здесь дает достаточно точные результаты.

Существуют две причины, по которым при использовании системы, связанной с наблюдателем, аккуратное вычисление интеграла, описывающего рассеяния в выражении (14.12), по той или иной квадратурной формуле сопряжено с фундаментальной трудностью.

- 1) Профиль поглощения  $\phi(x - \mu V)$ , очевидно, сдвигается по частоте на величину  $2V$  при изменении  $\mu$  от  $-1$  до  $1$ . Поэтому при интегрировании по частоте к ширине полосы, необходимой для описания профиля линии в статическом случае, нужно добавить величину, равную удвоенной максимальной скорости макроскопического течения. Это требование не является слишком серьезным при изучении, скажем, волновых движений в солнечной атмосфере, но становится неодолимым препятствием в случае атмосфер со сверхзвуковым расширением, где  $v/c \approx 0,01$ , или  $2(\nu_0 v/c)/\Delta\nu_D^* \approx 200$ .
- 2) Квадратура по угловым переменным должна содержать большое количество узлов. Так как аргумент профиля поглощения есть  $x - \mu V$ , то налицо *неустранимая связь между угловой и частотной зависимостью интенсивности*. Так, если для получения достаточной точности при интегрировании по частоте максимальный возможный шаг равен  $\Delta x_{\max} (\approx \frac{1}{2})$ , то наибольшее допустимое приращение угловой переменной будет  $\Delta\mu_{\max} = \Delta x_{\max}/V$ . Это весьма жесткое требование! При переходе к сопутствующей системе отсчета эти трудности становятся меньше.

Уравнение (14.10) можно преобразовать к уравнению второго порядка. Если профиль поглощения симметричен относительно центра линии, то  $\phi(-x + \mu V) = \phi(x - \mu V)$ , что наводит на мысль сгруппировать вместе два пучка излучения, характеризуемые интенсивностями  $I(z, \mu, x)$  и  $I(z, -\mu, -x)$ , поскольку  $d\tau(z, \mu, x) = d\tau(z, -\mu, -x)$  и  $S(z, \mu, x) = S(z, -\mu, -x)$ . Поэтому, положив

$$u(z, \mu, x) = \frac{1}{2} [I(z, \mu, x) + I(z, -\mu, -x)] \quad (14.13)$$

и

$$v(z, \mu, x) = \frac{1}{2} [I(z, \mu, x) - I(z, -\mu, -x)], \quad (14.14)$$

получим

$$\partial^2 u(z, \mu, x) / \partial \tau(z, \mu, x)^2 = u(z, \mu, x) - S(z, \mu, x). \quad (14.15)$$

На верхней границе падающего извне излучения нет, и поэтому

$$[\partial u(z, \mu, x) / \partial \tau(z, \mu, x)]_{z_{\max}} = u(z_{\max}, \mu, x). \quad (14.16)$$

Предполагается, что на нижней границе либо задана интенсивность падающего снаружи излучения, и тогда

$$[\partial u(z, \mu, x) / \partial \tau(z, \mu, x)]_{z=0} = I(0, \mu, x) - u(0, \mu, x), \quad (14.17)$$

либо (для полубесконечной атмосферы) нижняя граница выбирается столь глубоко, что применимо *диффузионное приближение* (для этого градиент скорости должен быть настолько мал, чтобы  $x^{-1} dV/dz \ll 1$ , т.е. чтобы скорость менялась на средней длине свободного пробега фотона пренебрежимо мало), и тогда

$$\frac{\partial u(z, \mu, x)}{\partial \tau(z, \mu, x)} \Big|_{z=0} = \left[ \frac{\mu}{x(z, \mu, x)} \frac{\partial B_\nu}{\partial T} \left| \frac{dT}{dz} \right| \right]_{z=0}. \quad (14.18)$$

Как и в статическом случае, мы вводим узлы дискретизации по глубине  $\{z_d\}$ , по угловой переменной  $\{\mu_m\}$  и по частоте  $\{x_n\}$  и объединяем углы и частоты в одно квадратурное множество  $\{\mu_l, x_l\} = (\mu_m, x_n)$ , где  $l = m + (n - 1)M$ . Точки по угловой переменной принадлежат промежутку  $[0, 1]$ , тогда как частоты должны теперь охватывать область  $[x_{\min}, x_{\max}]$ ,  $x_{\min} < 0, x_{\max} > 0$ , достаточно большую, чтобы в нее попадали обе половины профиля поглощения и чтобы она позволяла учитывать доплеровские сдвиги  $\pm 2V_{\max}$ . Далее, (14.15) — (14.18) заменяют их разностными аналогами и полагают

$$S_{dl} = S(z_d, \mu_l, x_l) = \alpha_{dl} \bar{J}_d + \beta_{dl}, \quad (14.19)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  — соответствующие комбинации  $r_d$ ,  $\phi_{dl}$  и  $\varepsilon_d$ , и

$$\bar{J}_d = \sum_{l=1}^L w_l \phi_{dl} u_{dl}. \quad (14.20)$$

где  $\phi_{dl} = \phi(z_d, x_l - \mu_l V_d)$ . Получающаяся в результате система имеет *стандартную форму системы Райбекки* [см. формулу (6.47)] и разрешается относительно  $\bar{J}$ , как это описано в § 6.3. Можно также построить аналогичное решение, исходя из интегрального уравнения ([273], стр. 120), но на практике проще применять метод, основанный на использовании дифференциального уравнения. Взятая в целом, процедура устойчива, является общей и достаточно эффективной.

тивной, поскольку машинное время  $T_R = cLD^2 + c'D^3$  зависит от числа углов и частот  $L$  всего лишь линейно. Сетку по глубине нужно выбирать достаточно частой, чтобы гарантировать лишь сравнительно небольшие изменения  $V(z_d)$  (скажем,  $\leq \frac{1}{2}$ ) между последовательными точками по глубине. В противном случае профиль  $\phi_{dl}$  может радикально меняться с глубиной, что приводит к неточностям в приращениях по оптической глубине. За исключением случая сверхзвукового ветра, это не очень сильное требование. Отметим также, что те же методы можно использовать для получения *формального решения* (когда  $S$  уже задано) путем решения одной трехдиагональной системы вида  $T_i u_i = S_i$  (для каждой выбранной нами точки разбиения по углу и по частоте). Здесь требуемое время вычислений равно всего  $T_S = cLD$ , что совсем немного.

### ОБРАЗОВАНИЕ ЛИНИЙ В ПЛОСКИХ АТМОСФЕРАХ ПРИ НАЛИЧИИ СИСТЕМАТИЧЕСКИХ МАКРОСКОПИЧЕСКИХ ДВИЖЕНИЙ

Влияние макроскопических движений на образование линий в плоских атмосферах изучалось рядом авторов. Мы изложим сейчас в общих чертах некоторые типичные результаты. Основные эффекты, вызываемые наличием движений, можно научиться понимать, пользуясь лишь формальным решением. Рассмотрим в качестве примера образование линии при ЛТР в полубесконечной атмосфере  $c r = \text{const}$  и  $S_l = S_c = B_v = B_0(1 + a\tau_l)$ , где  $\tau_l$  — оптическая глубина в линии при отсутствии движений. Возьмем распределение скорости вида  $v(\tau_l) = v_0/[1 + (\tau_l/\tau_0)]$ , причем  $v(\tau_l)$  считается положительной, если вещество движется к наблюдателю (т.е. в направлении возрастания  $z$ ). Тогда нетрудно рассчитать интенсивность выходящего излучения  $I(\mu, x)$  для всех точек диска звезды и интегрированием по  $\mu$  найти поток  $F(x)$ . Результаты для моделей с  $a = 3 \cdot 10^{-2}$ ,  $r = 10^{-2}$ ,  $v_0 = (0, 1, 3, 5, 10)$  и  $\tau_0 = (1, 10, 100)$  показаны на рис. 14.1. Из этого рисунка видно, что профиль линии в потоке асимметричен и обладает смещением в сторону коротких длин волн. Сходная асимметрия имеет место, даже если градиент скорости отсутствует и считается, что атмосфера расширяется с *постоянной* скоростью. Причина кроется в том, каким конкретно образом скорости и интенсивности входят в интеграл, дающий поток (см. упражнения 14.1 и 14.2).

---

**Упражнение 14.1.** а) Показать, что для линейного закона потемнения к краю  $\phi(\mu) = I(\mu)/I(0) = 1 + \beta\mu$  распределение яркости,

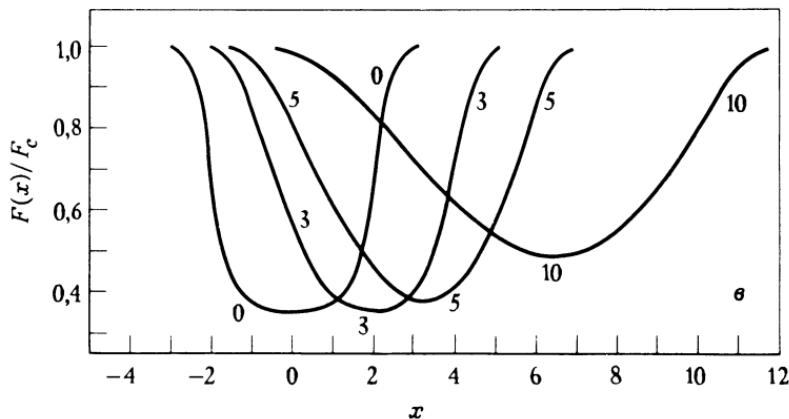
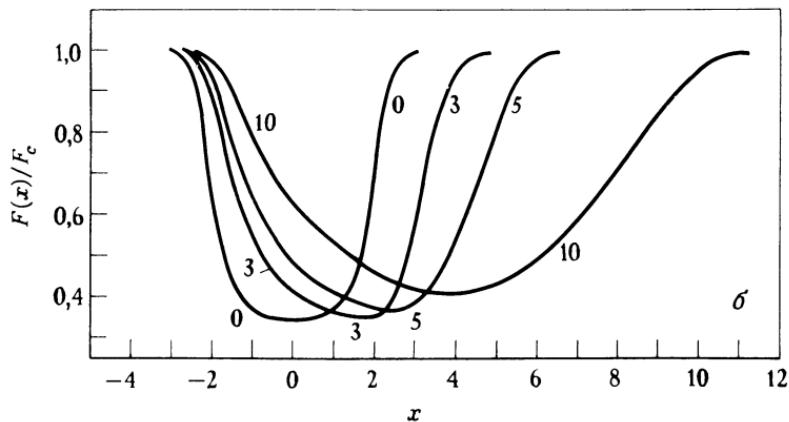
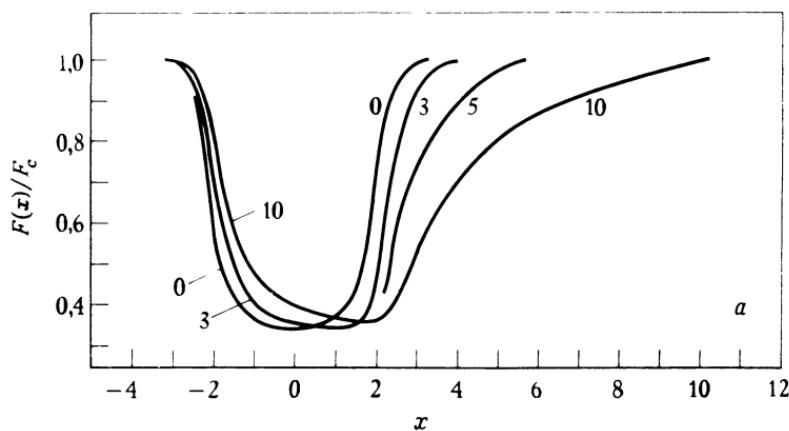


Рис. 14.1. Профили потока в линии, образующейся при ЛТР в расширяющейся атмосфере с  $B_\nu(\tau_i) = B_0(1 + a\tau_i)$  и  $v(\tau_i) = v_0[1 + \tau_i/\tau_0]$ . Ордината — поток в единицах континуума. Абсцисса — расстояние по частоте от центра линии в единицах доплеровской ширины. Значения параметров — для всех кривых  $B_0 = 1$ ,  $a = 3 \cdot 10^{-2}$ ,  $r = 10^{-2}$ . Числа у кривых — значения  $v_0$ . Рисунки *а*, *б* и *в* относятся к  $\tau_0 = 1; 10; 100$  соответственно.

нормированное на единичный поток, есть  $\phi^*(\mu) = \frac{1}{2} (1 + \beta\mu)/(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\beta)$ . б) Предположим, что слабая линия образуется на поверхности атмосферы, расширяющейся со скоростью  $v_0$ , и что глубина линии в долях уровня континуума не зависит от  $\mu$ . Вывести выражение для лучевой скорости, получаемой по измерениям потока на спектрограмме. В частности, показать, что при законе потемнения, справедливом в приближении Эддингтона для серой атмосферы,  $v_{\text{набл}} = (17/24)v_0$ . Чему равно отношение  $v_{\text{набл}}/v_0$  при  $\beta = 0$  и при  $\beta = \infty$ ?

*Упражнение 14.2.* а) Найти профиль в потоке для линии, описываемой  $\delta$ -функцией с постоянным множителем  $a_0$ , т.е. принять

$$I(\mu, x) = \frac{1}{2} (1 + \beta\mu)[1 - a_0\delta(x - \mu v_0)]/\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\beta\right).$$

Считается, что излучение испускается поверхностью звезды, расширяющейся с постоянной скоростью  $v_0$ . Вывести явное выражение для  $F(x; a_0, \beta, v_0)$  и построить профиль для предельных случаев  $\beta = 0$  и  $\beta = \infty$ . б) Перенести этот анализ на линию с гауссовым профилем и рассчитать численно типичный профиль в потоке.

---

Формальное решение можно использовать для оценки точности предлагаемых диагностических методов (т.е. методов нахождения поля скоростей из наблюдений. — Ред.) путем вычисления профилей при заданном поле скоростей, последующего диагностического исследования этих профилей и сравнения находимых в результате и первоначально взятых полей. Например, для ряда случаев был изучен метод «смещения биссектрисы» [373]. В этом методе рассматривается смещение  $\delta x$  (от центра линии в статическом случае) той точки, которая расположена *посередине* между двумя точками профиля, соответствующими *одной и той же интенсивности*. Делается допущение, что это смещение дает доплеровский сдвиг, обусловленный движениями в том слое, оптическая глубина которого на (статической) частоте  $\Delta x$  в линии равна единице; здесь  $2\Delta x$  — полное расстояние между двумя упомянутыми точками профиля. Оказалось, что скорости, находимые по измерениям в *ядре линии*, прекрасно согласуются с истинными скоростями, крылья же линии дают для больших глубин *ложные* скорости. Легко понять, почему это так. Предположим, что при  $0 \leq \tau_i \leq \tau_1$  атмосфера движется со скоростью  $v_0$ , а при  $\tau_i > \tau_1$  покоятся. Ясно, что смещение профиля поглощения в линии в верхнем слое должно вызывать асимметрию в крыльях, так как вызываемое верхним слоем поглощение приходит-

ся на крыло линии и ослабляет идущее снизу излучение. Если принять, что излучение на частоте  $\Delta x$ , отсчитанной от центра линии, возникает на глубинах  $\tau_i \approx 1/\phi(\Delta x)$ , то этим глубинам автоматически будут приписаны ненулевые скорости, даже если  $\tau_i > \tau_1$ . Этот пример показывает, что при изучении макроскопических движений следует соблюдать осторожность!

Еще один пример такого рода приводится в [321], где без предположения об ЛТР рассчитана (методом Риккатаи [544]) функция источников в линии с  $\varepsilon = 10^{-3}$  и  $r = 0$ , образующейся в дифференциальном расширяющемся конечном слое полной (статической) оптической толщины  $\tau_{\max} = 50$ . Предполагается, что расширение происходит симметрично относительно середины слоя (которая считается неподвижной) и скорость меняется по линейному закону  $V(\tau_i) = V_0 + V_1 \tau_i$ . Такая среда является эффективно тонкой и может служить моделью расширяющейся туманности. Профили этой линии показаны на рис. 14.2. Из него видно, что обычный центральный провал, возникающий в ближайшей к наблюдателю области среды, смещается в синюю сторону и поэтому сильно снижает синий эмиссионный максимум; красный же максимум усиливается, потому что фотонам легче выходить снизу. Линия в целом *кажется смещенной в красную сторону*, несмотря на то что средняя скорость среды *равна нулю*! Поэтому если наблюдается небольшое красное смещение, то нельзя делать поспешный вывод, что источник излучения удаляется.

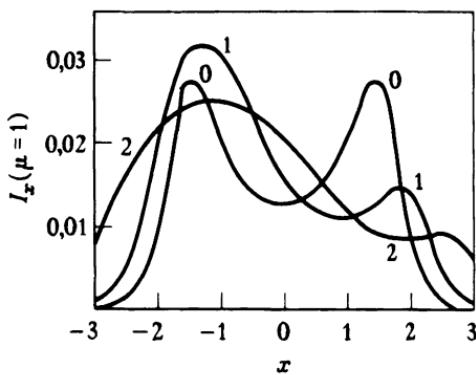


Рис. 14.2. Интенсивность излучения, выходящего по нормали из дифференциальном расширяющегося плоского слоя полной (статической) толщины  $\tau_{\max} = 50$  для линии с  $\varepsilon = 10^{-3}$ ,  $r = 0$ . Абсцисса —  $x = \Delta\nu/\Delta\nu_D$ . Числа у кривых — значения скорости расширения на поверхности  $v_0$ . Закон изменения скорости — линейный по  $\tau$ , причем скорость равна нулю в середине слоя. (По [23], стр. 215.)

Чтобы оценить влияние макроскопических движений на функцию источников, следует получить внутренне непротиворечивое решение уравнения переноса. В некоторых ранних исследованиях этой проблемы [370], [371] рассматривался случай изотермической (полубесконечной. — Ред.) атмосферы со скачком скорости  $\Delta$  на глубине  $\tau_1$ , причем выше и ниже этой глубины скорости постоянны. Уравнение переноса для двухуровенного атома решалось в приближении Эддингтона методом дискретных ординат. При  $\Delta = 0$  получается решение для неподвижной среды с соответствующими значениями  $\varepsilon$  и  $r$ . Когда  $\Delta$  становится больше примерно 4, профили поглощения (которые считаются доплеровскими) в верхней и нижней областях сильно смешены друг относительно друга, и эти области перестают взаимодействовать. Атмосфера в этом случае ведет себя так, как будто она состоит из двух *независимых* частей: а) конечного верхнего слоя оптической толщины  $\tau_1$  и б) расположенной под ним полубесконечной атмосферы, у которой  $\tau = 0$  на той глубине  $\tau_1$ , где расположен скачок скорости. В этом предельном случае обе функции источников для двух указанных слоев приближаются к соответствующим *статическим* значениям. Таким образом, при  $\Delta = 0$  и при  $\Delta \rightarrow \infty$  получаются профили, идентичные тем, которые рассчитываются по функциям источников для *неподвижной* среды, причем основной эффект состоит просто в доплеровском смещении центра линии. Этот результат проявляется еще сильнее при наличии заметного континуума, на который налагается линия (см. также [372]). Когда  $\Delta$  лежит между 2 и 3, два рассматриваемых слоя взаимодействуют сильно, и должно находиться полное решение.

Примером более реалистической задачи ([273], стр. 120) является расчет атмосферы, в которой имеется «хромосферный» рост функции Планка близ поверхности (см. рис. 14.3,*a*), а скорость меняется по закону  $V(\tau_i) = 10/[1 + (\tau_i/\tau_0)]$ , где  $\tau_i$  — статическая оптическая глубина в линии. Соответствующие функции источников для линии с  $r = 10^{-4}$  и  $\varepsilon = 10^{-2}$  при различных значениях  $\tau_0$  приведены на рис. 14.3,*a*, а профили линии в выходящем по нормали излучении и профили в потоке показаны соответственно на рис. 14.3,*б* и 14.3,*в*. Из рис. 14.3,*a* следует удивительный результат, состоящий в том, что наличие макроскопических движений мало сказывается на функции источников в линии, несмотря на то что профили претерпевают коренные изменения. Основной причиной такого результата служит то, что выход фотонов наружу сквозь внешние слои в красном крыле *возрастает*, а в фиолетовом — *уменьшается*, и эти эф-

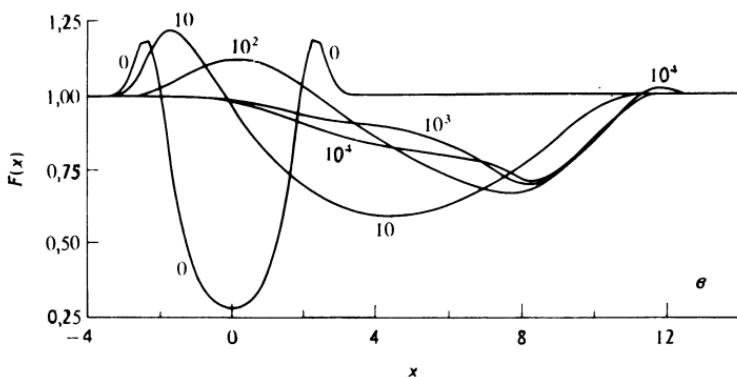
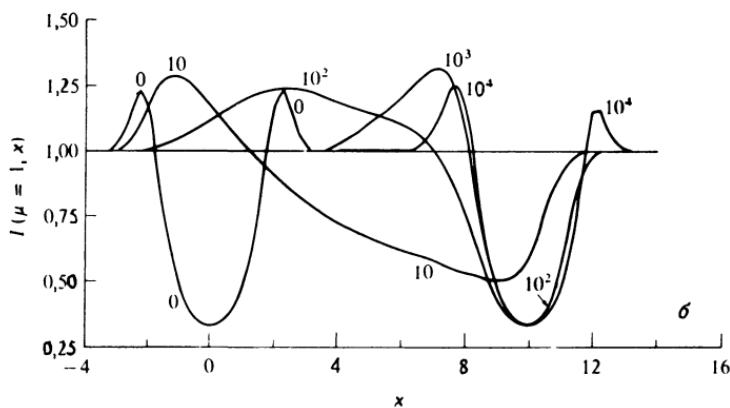
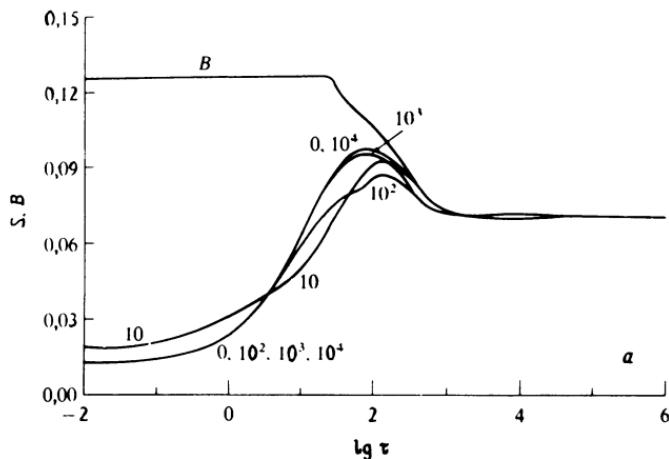


Рис. 14.3. а — функция Планка и функция источников для линии с  $\varepsilon = 10^{-2}$  и  $r = 10^{-4}$ , образующейся в расширяющейся атмосфере. Абсцисса: статическая оптическая глубина в линии. б — интенсивность излучения, выходящего по нормали. Абсцисса:  $x = \Delta\nu/\Delta\nu_D$ . в — профили в потоке. Числа у кривых — значения параметра  $\tau_0$  в выражении, описывающем распределение скорости  $v(\tau) = 10/[1 + \tau_0/\tau]$ . (По [273], стр. 120.)

фекты почти компенсируют друг друга (см. также [18], стр. 53). В целом вероятность выхода фотонов под влиянием расширения атмосферы слегка увеличивается. Это служит причиной того, что  $S_i$  имеет тенденцию при  $1 \leq \tau_i \leq 10^2$  быть *меньше*, чем в статическом случае. Когда  $\tau_0 = 10$ , значения  $S_i$  при  $\tau_i \leq 10$  *возрастают*, так как до тех пор, пока верхний слой оптически достаточно тонок, в линии поглощается фоновое излучение континуума, что ведет к росту  $J$ . При больших значениях  $\tau_0$  слой, расположенный над местом, где скорость возрастает, становится оптически толстым в линии, и этот эффект исчезает. Когда  $\tau_0 \geq 10^3$ , точка подъема скорости попадает ниже глубины термализации излучения в линии. Образование линии в верхнем (эффективно толстом) слое происходит тогда так, как будто атмосфера неподвижна, а значения  $S_i$  оказываются очень близкими к статическим. Профили в потоке для  $\tau_0$  от  $10^2$  до  $10^3$  показывают структуры типа Р Лебедя с красными эмиссионными компонентами и смещенной в фиолетовую сторону абсорбцией. Здесь, однако, эмиссия возникает из-за того, что температура считается возрастающей наружу, а не из-за геометрических эффектов, имеющих место для протяженных атмосфер. Можно было бы с хорошим приближением получить те же профили, исходя из формального решения, учитывавшего наличие движений, но пользуясь функцией источников для неподвижной среды.

Описанные выше результаты относятся к случаю *расширения*, когда увеличение вероятности выхода в одном крыле может быть скомпенсировано ее уменьшением в другом крыле. Однако для *флуктуирующих* полей скорости согласованность смещений при переходе от одной точки в атмосфере к другой утрачивается, и возникают эффекты, подобные четко выраженному изменению профиля поглощения с глубиной. Влияние флуктуирующих полей скорости промежуточных масштабов на образование линий было изучено [568] для синусоидальных волн с  $V(\tau, t) = \beta \sin[2\pi(\lambda^{-1} \lg \tau + t)]$  и для волн пилообразной формы. Последние служат моделью структур с крутыми перепадами параметров, напоминающих ударные волны. При помощи описанного ранее метода Райбеки уравнение переноса было решено для моментов времени, равномерно распределенных по периоду, и для различных значений  $\beta$  и  $\lambda$  были найдены усредненные по времени профили. Предельный случай  $\lambda \rightarrow 0$  соответствует «микротурбулентному» режиму, тогда как  $\lambda \rightarrow \infty$  дает «макротурбулентный» предел. При *заданной* функции источников (например, при  $S_i = B_i$ ) профили линии при конечном значении  $\lambda$  неизменно располагаются между профилями, соответствующими

двум крайним случаям  $\lambda = 0$  и  $\lambda = \infty$ . Линии, рассчитанные при данном  $\beta$  и  $\lambda = 0$ , всегда сильнее, чем линии при  $\lambda = \infty$ , как и следовало ожидать. Когда допускается возможность *отклонения от ЛТР*, функция источников видоизменяется под влиянием макроскопических движений. Как правило,  $S$ , как функция  $\tau$  оказывается *волнистой*, причем отличие результатов, относящихся к конечным значениям  $\lambda$ , от результатов для микроскопического предела ( $\lambda = 0$ ) тем больше, чем меньше значение  $\varepsilon$ . Основной результат, полученный для изотермических атмосфер, не находящихся в ЛТР, состоит в значительном *повышении интенсивности в ядре* усредненного по времени профиля при конечных значениях  $\lambda$ . Этот профиль располагается между предельными профилями ( $\lambda = 0$ ,  $\lambda = \infty$ ) только в крыльях, а интенсивность в ядре намного больше, чем в ядрах *обоих* предельных профилей (при  $\beta = 2,5$  и  $\lambda = 4$  — в 2,5 раза). Такое же поведение ядра линии получается и из расчетов с использованием гарвардско-смитсонианской модели атмосферы. При этом имеют место существенные изменения функции источников. В частности, даже если используется функция источников, контролируемая столкновениями,  $S$ , оказывается превышающей  $B$ , (как это бывает для линий, контролируемых фотоионизациями) ввиду того, что смещения по частоте, вызываемые движениями, позволяют линии перехватывать интенсивное излучение континуума. Оказывается, что увеличение интенсивности в ядре линии позволяет значительно улучшить согласие между наблюденными и теоретическими профилями солнечной D-линии NaI для центра диска, не прибегая к необычно высоким плотностям, как это требовалось до сих пор. Этот результат может также дать объяснение сходных расхождений, имеющихся у солнечных линий CaI и FeI. Дальнейшая работа в этой области несомненно принесет богатые плоды.

Обсуждавшиеся выше результаты получены без учета возможного влияния макроскопических движений на состояние газа. Недавно было исследовано [291] влияние акустических импульсов на образование солнечных линий CaII с учетом тех изменений температуры и плотности, которые вызываются в газе этими импульсами. Эти расчеты показывают, что если изменения физических переменных не учитываются, то одни лишь макроскопические движения мало влияют на функцию источников, и при использовании функции источников для неподвижной среды в формальном решении, учитывающем движение, получается правильный профиль. Аналогичный вывод был сделан в [185]. Напротив, изменения  $T$  и  $N$ , вызываемые импульсами, оказывают *большое* влияние на  $S$ , а

потому и на профили. В частности,  $T$  и  $n_e$  возрастают одновременно, что ведет к изменению  $S_i$  в сторону ее сближения с локальным значением  $B_\nu$ . Это ведет в свою очередь к существенному увеличению интенсивности, в первую очередь в фиолетовом, а затем и в красном максимуме профиля с двойным самообращением. Эти результаты лишний раз указывают на необходимость создания динамической теории влияния макроскопических движений.

### СФЕРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНЫЕ АТМОСФЕРЫ.

#### РЕЖИМ МАЛЫХ СКОРОСТЕЙ

Для сферически-симметричных атмосфер, расширяющихся радиально с малыми скоростями, имеются расчеты, выполненные с использованием системы отсчета, связанной с наблюдателем [375]. Такой подход может оказаться полезным при изучении образования линий в глубоких слоях расширяющихся атмосфер (однако при больших скоростях расширения лучше пользоваться сопутствующей системой отсчета). Метод расчета близок к тому, который описан в § 7.6 применительно к неподвижным атмосферам, и состоит в решении уравнения переноса вдоль характеристик — отдельных лучей — с использованием той же системы координат  $(p, z)$ , что и в § 7.6. Изменение интенсивности вдоль луча описывается уравнением переноса, имеющим вид

$$\pm \partial I^\pm(z, p, x) = \eta(z, p, x) - \chi(z, p, x)I^\pm(z, p, x), \quad (14.21)$$

где  $\chi(z, p, x) = \chi_c(r) + \chi(r)\phi(z, p, x)$  и  $\eta(z, p, x)$  определяется аналогичным выражением. Мы используем следующие соотношения:  $r(z, p) = \sqrt{z^2 + p^2}$  и  $\mu(z, p) = z/\sqrt{z^2 + p^2}$ . Профиль поглощения определяется выражением

$$\phi(z, p, x) = \phi[r(z, p); x - \mu(z, p)V(r)].$$

Здесь  $V(r)$  — проекция скорости радиального движения на направление роста  $r$ . Введя оптическую глубину вдоль луча

$$\tau(z, p, x) = \int_z^{z_{\max}} \chi(z', p, x) dz' \quad (14.22)$$

и положив

$$u(z, p, x) = \frac{1}{2} [I^+(z, p, x) + I^-(z, p, -x)] \quad (14.23)$$

и

$$v(z, p, x) = \frac{1}{2} [I^+(z, p, x) - I^-(z, p, -x)], \quad (14.24)$$

можем переписать (14.21) в виде уравнения второго порядка

$$\partial^2 u(z, p, x) / \partial \tau(z, p, x)^2 = u(z, p, x) - S(z, p, x), \quad (14.25)$$

где функция источников  $S(z, p, x)$ , равная по определению  $\eta(z, p, x)/\chi(z, p, x)$ , представима в следующем общем виде:

$$S(z, p, x) = \alpha(z, p, x)\bar{J}[r(z, p)] + \beta(z, p, x).$$

Здесь  $\alpha$  и  $\beta$  выражаются через параметры  $\varepsilon$  и  $r_0 = \chi_c/\chi_i$ , характеризующие линию, и через профиль поглощения  $\phi(z, p, x)$ , а

$$\bar{J}(r) = \int_{-x_{\max}}^{x_{\max}} dx \int_0^1 \phi[r; x - \mu V(r)] u[z(r, \mu), p(r, \mu), x] d\mu. \quad (14.26)$$

При постановке граничных условий возникает трудность. На оси  $z = 0$  условие  $v(0, p, x) = 0$  не выполняется, поскольку в расширяющихся атмосферах интенсивность не является четной функцией частоты  $x$ . Эту трудность можно обойти, если рассмотреть весь промежуток изменения  $z$  на луче  $[-z_{\max}, z_{\max}]$ . Тогда для лучей, не пересекающих ядра, условия на нижней и верхней границах принимают вид

$$[\partial u(z, p, x) / \partial \tau(z, p, x)]_{z=\pm z_{\max}} = \pm u(z, p, x)|_{z=\pm z_{\max}}. \quad (14.27)$$

Для лучей, пересекающих ядро (т.е. с  $p \leq r_d$ ), либо используется диффузионное приближение на границе ядра, если ядро непрозрачно (поверхность звезды), что непосредственно дает  $v(z_{\min}, p, x)$ , либо, если оболочка полая (случай туманности), используется соотношение (14.25) при  $z = z_{\min}$  (считается, что точки  $\pm z_{\min}$  идентичны) и применяется условие (14.27) для концов луча.

Чтобы решить систему, введем те же узлы дискретизации  $\{r_d\}$  и  $\{p_i\}$ , которые использовались в § 7.6 при решении задачи для неподвижной атмосферы. Узлы по частоте  $\{x_n\}$  охватывают теперь весь профиль ( $n = \pm 1, \dots, \pm N$ , причем  $x_{-n} = -x_n$ ). Однако ниже будет показано, что половину этих точек можно исключить. Мы опять получаем уравнения вида (6.27) и (6.48) и поэтому для нахождения  $\bar{J}$  можем применить метод Райбика. Так как  $\bar{J}(r_d)$  требуется найти только в точках  $r_d$ ,  $1 \leq d \leq D$ , а  $u_{dim} = u(z_d, p_i, x_n)$  определяется в точках  $z_d$ ,  $d_i = 1, \dots, D_i$ , которые распределены по всей длине луча, то оказывается, что хотя трехдиагональная матрица  $T$  — квадратная, матрица  $U$  — прямоугольная и представляет собой шаблонную матрицу (матрица особого вида, см. [375]. — Прим. перев.) Решение указанных систем уравнений для

каждой пары индексов  $(i, n)$  дает выражение вида

$$\mathbf{u}_{in} = \mathbf{A}_{in}\bar{\mathbf{J}} + \mathbf{B}_{in}. \quad (14.28)$$

Формулу (14.26), определяющую  $\bar{\mathbf{J}}$ , можно записать в дискретной форме:

$$\bar{J}(r_d) = \sum_{n=-N}^N w_n \sum_{i=1}^{I_d} a_{di} \phi[r_d; x_n - \mu(r_d, p_i) V(r_d)] u_{din}. \quad (14.29)$$

Однако в силу сферической симметрии  $I^\pm(z, p, x) = I^\mp(-z, p, x)$ , и поэтому  $u(z, p, -x) = u(-z, p, x)$  и  $v(z, p, -x) = -v(-z, p, x)$ . Эти соотношения позволяют выразить в формуле (14.29) значения  $u$  при отрицательных  $x$  и положительных  $z$  через значения  $u$  при положительных  $x$  и отрицательных  $z$ . Поэтому

$$\begin{aligned} \bar{J} = & \sum_{n=1}^N w_n \sum_{i=1}^{I_d} a_{di} [\phi(r_d; x_n - \mu_{di} V_d) u_{din} + \\ & + \phi(r_d; x_n + \mu_{di} V_d) u_{d'in}], \end{aligned} \quad (14.30)$$

где  $d' = D_i + 1 - d$ . При использовании метода Райбика формула (14.30) приводит к матрицам  $\mathbf{V}$ , являющимся прямоугольными шевронными матрицами. Подставляя (14.28) для всех значений  $i$  и  $n$  в (14.30), получаем окончательную систему для определения  $\bar{\mathbf{J}}$ , которая затем и решается. Машинное время, необходимое для получения решения, оценивается так:  $T_R \approx cND^3 + c'D^3$ . Этот результат не столь хорош, как в плоском случае, так как число точек разбиения по углу (т.е. по прицельному параметру) в этом случае примерно такое же, как и число точек по глубине. Описанный метод устойчив, и его применение не вызывает затруднений при малых скоростях (не превышающих нескольких тепловых). При больших скоростях число точек по глубине, которое требуется для представления пространственного распределения скоростей с необходимой степенью детальности, становится большим, и вычислительное время непомерно велико. В этом случае можно применить метод, основанный на использовании сопутствующей системы отсчета. Достоинство метода, в котором применяется система отсчета наблюдателя, состоит в том, что его можно использовать при произвольном пространственном распределении скоростей (например, для немонотонных течений) в отличие от методов, основанных на применении сопутствующей системы отсчета, в их современной формулировке.

---

*Упражнение 14.3. а) Проверить указанные выше соотношения*

симметрии для  $I^\pm$ , и и  $v$ , а также привести (14.29) к (14.30). б) Составить представление о виде прямоугольных шевронных матриц  $\mathbf{U}_{in}$  и  $\mathbf{V}_{in}$  в схеме Райбеки и показать, что между размерностями матриц имеется соответствие, необходимое для существования решения.

---

Описанный выше метод применялся [375] при построении сильно идеализированных сферически-симметричных моделей атмосфер со степенным распределением непрозрачности и с линейным законом изменения скорости вида  $V(r) = V(R)(r - r_c)/(R - r_c)$ . Расчеты были проделаны для линии с  $\varepsilon = 10^{-2}$  и  $10^{-4}$ , образующейся в протяженной изотермической атмосфере с  $R/r_c = 30$ ,  $V(R) = 0; 1; 2$  при отсутствии континуума, на который налагалась бы линия. Получены, в частности, следующие результаты. а) Протяженность атмосферы влияет на функцию источников сильнее, чем наличие движения с небольшими скоростями. В первом приближении при расчетах профилей линий по формуле, учитывающей наличие движения, можно использовать функцию источников для *неподвижной* сферически-симметричной атмосферы. б) Влияние протяженности атмосферы и движений газа более существенно при меньших значениях  $\varepsilon$ . в) Главное проявление макроскопических движений состоит в уменьшении степени «запертости» фотонов, а отсюда — в увеличении вероятности выхода фотона из атмосферы. г) Центр тяжести профиля линии смещается в красную сторону, так как центральная абсорбционная деталь сглаживает фиолетовый эмиссионный максимум (это справедливо и для плоской геометрии, см. рис. 14.2). В другой последовательности моделей максимальная скорость считалась фиксированной:  $V(R) = 2$ , а отношение  $R/r_c$  бралось равным 3; 10; 30;  $B = r^{-2}$ ,  $\varepsilon = 10^{-4}$ ,  $\chi_c/\chi_l = 10^{-4}$  и  $\chi_l = Cr^{-2}$ . Влияние расширения на функцию источников мало по сравнению с ее изменениями, обусловленными сферической геометрией. Относительные отклонения от результатов, относящихся к неподвижной атмосфере, растут с уменьшением  $R$ , вероятно, из-за увеличения градиента скорости. Все рассчитанные профили линий в выходящем излучении имеют ярко выраженные характеристики типа Р Лебедя. Наконец, стоит упомянуть о расчетах для случая, когда скорость в атмосфере везде одна и та же, т.е.  $V(r) = V_0$ . Для *плоской* среды функция источников, разумеется, не изменилась бы [по сравнению с неподвижной средой. — *Прим. перев.*], хотя профиль в потоке излучения, вычисленный путем усреднения по поверхности звезды, меняется (напоминаем упражнение 14.1). Однако для *сферически-симметричной* среды радиальные направления расходятся из цент-

ра, и это приводит к появлению *трансверсального градиента скорости*, что уменьшает степень «запертости» фотонов. В результате вероятность выхода увеличивается, а функция источников уменьшается. Расширение даже с не слишком большой постоянной скоростью чрезвычайно сильно сказывается на профилях в выходящем из звезды потоке.

### ВЛИЯНИЕ ЛИНИЙ НА БАЛАНС ЭНЕРГИИ В ДВИЖУЩИХСЯ СРЕДАХ

Баланс энергии в наружных слоях атмосферы может определяться главным образом влиянием спектральных линий. Поэтому доплеровские смещения линии относительно ее статического положения, которые способны дать ей возможность взаимодействовать с континуумом (интенсивность излучения в котором может быть заметно иной), могут существенно изменять распределение температуры. Следует ожидать появления трех качественно новых эффектов помимо обычных, имеющих место в неподвижных средах, — изменения температуры на границе и эффекта самообогрева. 1) В линиях, смещенных за счет эффекта Доплера из их статических положений, могут поглощаться фотоны континуума, идущие из глубоких слоев. Это явление можно назвать *эффектом иррадиации*. Поглощение энергии из континуума приводит к дополнительному притоку энергии к газу, и так как цветовая температура излучения континуума превышает локальную температуру среды, то иррадиация будет приводить к *нагреву* наружных слоев. Эффективность такого механизма подвода энергии определяется тем, насколько непосредственно линии связаны с тепловым резервуаром. Такой нагрев будет поэтому наибольшим, когда  $\epsilon = 1$ , и должен становиться пренебрежимо малым при  $\epsilon \rightarrow 0$ . 2) По мере смещения линий из статических положений фотоны, которые в глубоких слоях (неподвижной атмосфере. — Ред.) были бы заперты за счет поглощения в линиях в вышележащих слоях, начинают испытывать поглощение лишь в континууме и поэтому могут свободнее дифундировать к поверхности и выходить из атмосферы. Мы можем назвать это явление *эффектом усиления выхода*. Усиление выхода фотонов будет, вообще говоря, приводить к *выхолаживанию* более глубоких слоев. 3) Градиент скорости в атмосфере приводит к «размазыванию» линий по большему интервалу частот, препятствуя тем самым свободному распространению фотонов. Это явление можно назвать *эффектом сужения полосы частот*. В глубине атмосферы, где применимо диффузионное приближение, градиент

скорости почти не сказывается на распределении температуры, если характерное расстояние, на котором меняется скорость, велико по сравнению с  $\lambda$  средней длиной свободного пробега фотонов. Однако если сдвиги частоты на величину порядка доплеровской ширины происходят на средней длине свободного пробега фотона, то сужение полосы частот ведет к уменьшению эффективного коэффициента диффузии излучения и к следствию — к усилению самообогрева. В предельном случае резкого скачка скорости вблизи поверхности фотоны, выходящие из нижележащих слоев в тех участках континуума, которые ранее (в статическом случае. — Ред.) были свободны от линий, теперь имеют перед собой сильно поглощающее вещество, и их выход из атмосферы оказывается затруднен. Это явление правильнее было бы называть «обратным рассеянием» или «отражательным эффектом».

Изучение влияния сдвигов линий на баланс энергии выполнено лишь для весьма схематичных моделей частокола. При этом рассматривалась плоская атмосфера с резким скачком скорости [428], а также сферически-симметричные расширяющиеся атмосферы [445]. Скачок скорости можно рассматривать как крайне грубую модель ударного фронта. В среде со скачком скорости эффекты усиления выхода и иррадиации проявляются очень отчетливо. Слои, расположенные над скачком, заметно нагреваются (в одном случае получено  $\Delta T \approx 1100$  К при  $T_{\text{эфф}} = 10000$  К), а слои, лежащие непосредственно под скачком, охлаждаются на несколько сотен градусов. В расширяющихся сферически-симметричных атмосферах из-за эффекта иррадиации получается большое увеличение температуры близ поверхности и значительный самообогрев нижерасположенных слоев. Повышение температуры вследствие эффекта иррадиации для моделей протяженных атмосфер больше, чем для почти плоских. Это происходит из-за того, что различие между цветовой температурой излучения и температурой, характеризующей локальную плотность энергии в среде, с увеличением размеров атмосферы растет. В одном крайнем случае макроскопические движения вызвали изменение  $\Delta B/B \approx 3$ , откуда следует, что  $\Delta T/T \approx 0,33$ , или  $\Delta T \approx 10000$  К для О-звезды.

Хотя модели, на которых основаны приведенные только что результаты, очень схематичны, ясно, что влияние макроскопических движений газа на поглощение в линиях может вызывать весьма существенные изменения в балансе энергии во внешних слоях звездных атмосфер. Эти изменения в принципе могут влиять на гидродинамику течения. Так, в пульсирующей атмосфере депозиция энер-

гии в линиях порождает некий радиативный предвестник волны, который, быть может, оказывает влияние на распространение ударной волны. В расширяющихся атмосферах значительная депозиция энергии в линиях, быть может, происходит в околозвуковой области течения, что, возможно, изменяет предполагаемую природу звездного ветра. Не исключено также, что вклад в баланс энергии, даваемый чувствительным к скорости поглощением в линиях, влияет на динамику оболочек новых и сверхновых звезд и газовых потоков, ответственных за обмен вещества в двойных системах. В этой области еще предстоит большая работа.

### ОБРАЗОВАНИЕ ЛИНИЙ В ТУРБУЛЕНТНЫХ АТМОСФЕРАХ

Как уже говорилось, описание влияния макроскопических движений газа на формирование спектральных линий с помощью всего двух предельных случаев — «микротурбулентного» и «макротурбулентного», несомненно, является чрезмерно упрощенным. В этих двух крайних предельных случаях влияние макроскопических движений газа на интенсивности и профили линий можно предсказать, исходя из простых феноменологических соображений. Чтобы изучить влияние движений, которые имеют характерный масштаб, не являющийся ни нулевым, ни бесконечным по сравнению со средней длиной свободного пробега фотона, необходимо проделать детальные расчеты. В принципе можно было бы выбрать определенный ход изменения скорости, решить уравнение переноса и выполнить усреднение по такому числу реализаций поля скоростей, которое необходимо, чтобы оказался охваченным весь возможный диапазон изменения характеризующих среду параметров. Такой подход был бы, однако, слишком трудоемок и не позволил бы разобраться в сути проблемы. Существует привлекательная альтернатива, которая мотивируется тем, что в звездных атмосферах, как можно ожидать, поле скоростей является *хаотическим*, а возможно, даже *турбулентным* в гидродинамическом смысле. Она состоит в допущении, что скорость представляет собой *случайную переменную*, которая описывается локально *распределением вероятности амплитуд* и нелокально — *характерной длиной корреляции*.

Значительного прогресса в решении уравнения переноса для турбулентных сред удалось в последнее время добиться на основе двух разных подходов. В одном методе — он развит гейдельбергской группой ([70], стр. 325, [234]; [235]; [236]; [557]) — для описания изменений скорости и интенсивности, рассматриваемых как марков-

ский процесс, используется совместная вероятность  $P(z; v, \Gamma)$  того, что в точке  $z$  скорость лежит в интервале  $(v, v + dv)$ , а интенсивность — в интервале  $(I, I + dI)$ . Функция  $P$  (или какая-нибудь другая подходящая функция распределения, получающаяся из  $P$ ) находится путем решения уравнения Фоккера — Планка. Этот метод является мощным и общим и позволяет рассматривать движения, скорости которых непрерывно меняются с глубиной. Однако получающиеся в результате уравнения в частных производных трудно поддаются решению. Для сжатого описания этого метода пришлось бы предполагать, что читатель хорошо знаком с математическими методами исследования марковских процессов. Заметно отличный от этого подход был развит группой исследователей из Ниццы [49], [226], [227]. Течение рассматривается как состоящее из турбулентных вихрей или ячеек. Считается, что в пределах ячейки скорость постоянна и меняется скачком на резкой границе, отделяющей ячейку от соседних ячеек, скорости которых не коррелируют друг с другом. Такое описание называется *процессом Кубо — Андерсона*. Хотя разрывность распределения скоростей не имеет физического смысла и приводит к появлению в поле скоростей неких искусственных корреляций высокого порядка [49]; [70], стр. 325, такой подход тем не менее обладает достоинствами, так как в некоторых предельных случаях он позволяет получить точные аналитические результаты и прост в изложении. Поэтому мы дадим описание метода, развитого в Ницце. Будет дано также описание результатов, найденных обоими методами.

Предположим, что границы ячеек, на которых меняется скорость, расположены на случайных оптических глубинах в континууме  $\{\tau_n\}$ , распределенных по закону Пуассона, характеризуемому концентрацией вихрей  $n(\tau)$ , которая представляет собой величину, обратную длине корреляции поля скоростей  $l$  (в единицах оптического расстояния в континууме). Вероятность того, что на интервал  $(\tau', \tau)$  не придется ни одного скачка скорости,дается выражением  $\exp[-\int_{\tau'}^{\tau} n(\tau'')d\tau'']$ . Обозначим через  $v_h(\tau)$  гидродинамическую скорость ячейки на глубине  $\tau$ . Эти скорости распределены независимо, с функцией распределения вероятностей  $P(v_h)$ , которую мы будем считать гауссовой. Пусть  $v_{\text{тепл}}(\tau)$  — тепловая скорость атомов, дающих линию, на глубине  $\tau$ ; все скорости будем измерять в тепловых единицах:  $u_h(\tau) = v_h(\tau)/v_{\text{тепл}}(\tau)$ , а частоты, отсчитываемые от центра линий, — в единицах соответствующих доплеровских ширин:  $x = \Delta\nu/\Delta\nu_D$ . Будем характеризовать турбулентное поле дис-

первой  $\xi$  (в тепловых единицах). Тогда

$$P(u_h) = \exp(-u_h^2/\xi^2)/(\pi^{1/2}\xi). \quad (14.31)$$

Уравнение переноса, которое нужно решить, имеет вид

$$\mu dI(z, \mu, x)/dz = -(x_c + x\phi_x)I(z, \mu, x) + x_c S_c + x\phi_x S_i, \quad (14.32)$$

где  $\phi_x(\tau) \equiv \phi[x - \mu u_h(\tau)]$ . Уравнение (14.32) является *стохастическим*, т.е. коэффициенты в этом уравнении представляют собой *случайные* переменные. Предположим далее, что турбулентное поле скоростей влияет *только* на коэффициент поглощения в линии (за счет доплеровских сдвигов). Можно ожидать, что флуктуации непрозрачности в континууме, функций источников и населенностей уровней имеют второстепенное значение, и ими мы пренебрегаем. Сделаем предположение об ЛТР и пренебрежем рассеянием, так что  $S_i = S_c = B_v(\tau)$ , а также используем фойгтовский профиль поглощения; в итоге

$$[x_c(\tau)\phi_x(\tau)]/\chi_c(\tau) = \beta(\tau)H[a(\tau), x - \mu u_h(\tau)], \quad (14.33)$$

где

$$\beta(\tau) = (\pi^{1/2}e^2/mc)[f_i n_i(\tau)(1 - e^{-h\nu/kT})]/[\chi_c(\tau)\Delta\nu_D(\tau)] \quad (14.34)$$

и

$$a(\tau) = \Gamma/[4\pi\Delta\nu_D(\tau)]. \quad (14.35)$$

Здесь  $\Gamma$  — ширина, обусловленная затуханием, а  $n_i$  — населенность нижнего уровня перехода.

Аналитическое решение задачи можно получить, если ввести следующие дополнительные предположения: 1) положить  $B_v(\tau) = B_0(1 + \alpha\tau)$ , 2) использовать модель Милна — Эддингтона, т.е. считать  $\beta = \text{const}$ ,  $a = \text{const}$  и  $\Delta\nu_D = \text{const}$ , 3) считать концентрацию вихрей постоянной:  $n(\tau) = n$ . При численном решении задачи ([49], [226]) все эти ограничения можно несколько ослабить. Чтобы еще более упростить задачу, рассмотрим излучение, выходящее из центра диска, положив  $\mu = 1$ . Тогда уравнение переноса примет вид

$$\partial I(\tau, x)/\partial\tau = [1 + \beta H_x(\tau)][I(\tau, x) - B_0(1 + \alpha\tau)]. \quad (14.36)$$

где через  $H_x(\tau)$  обозначена функция  $H[a, x - u_h(\tau)]$ , которая остается постоянной между последовательными точками разрыва скорости. Если ввести

$$q_x(\tau) = \exp\left(-\int_0^\tau [1 + \beta H_x(\tau')]d\tau'\right), \quad (14.37)$$

то интенсивности выходящего излучения в континууме и в линии будут равны

$$I_c = \int_0^\infty B_0(1 + \alpha\tau)e^{-\tau}d\tau \quad (14.38)$$

и

$$I(0, x) = \int_0^\infty B_0(1 + \alpha\tau)q_x(\tau)[1 + \beta H_x(\tau)]d\tau. \quad (14.39)$$

Легко показать, что  $I_c = B_0(1 + \alpha)$  и что интенсивность в бесконечно сильной линии ( $\beta \rightarrow \infty$ ) равна  $B_0$ . Глубина такой линии будет равна  $A_0 = \alpha/(1 + \alpha)$ . Вообще, глубину линии  $a_x \equiv [I_c - I(0, x)]/I_c$  можно записать в виде

$$a_x/A_0 = 1 - \int_0^\infty q_x(\tau)d\tau. \quad (14.40)$$

Усредненный по всем возможным реализациям поля скоростей профиль линии (*среднее по ансамблю*) равен поэтому

$$\langle a_x \rangle / A_0 = 1 - \int_0^\infty \langle q_x(\tau) \rangle d\tau, \quad (14.41)$$

а усредненная приведенная эквивалентная ширина равна

$$\langle W^* \rangle \equiv \langle W_\nu / A_0 \Delta \nu_D \rangle = A_0^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} \langle a_x \rangle dx. \quad (14.42)$$

Таким образом, основная трудность задачи состоит в вычислении  $\langle q_x(\tau) \rangle$ .

Функцию  $\langle q_x(\tau) \rangle$  можно найти путем решения некоторого интегрального уравнения, которое получается из следующих соображений. Прежде всего для данной точки  $\tau$  вероятность того, что на интервале  $(0, \tau)$  не придется ни одного скачка, равна  $\exp(-n\tau)$ . Соответствующий вклад в  $\langle q_x(\tau) \rangle$  поэтому равен  $\exp(-n\tau) \langle q_x(\tau) \rangle_S$ , где *статическое среднее*  $\langle q_x(\tau) \rangle_S$  есть

$$\begin{aligned} \langle q_x(\tau) \rangle_S &\equiv \langle \exp[-(1 + \beta H_x)\tau] \rangle = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\{-[1 + \beta H(a, x - u_h)]\tau\} P(u_h) du_h. \end{aligned} \quad (14.43)$$

Здесь  $u_h$  (а следовательно, и  $H_x$ ) *постоянно* во всем интервале  $(0, \tau)$ . С другой стороны, предположим, что на интервал  $(0, \tau)$  попал один или несколько скачков, и пусть  $\tau' (< \tau)$  есть точка, в которой

произошел последний скачок. В интервале  $(\tau', \tau)$  функция  $H_x$  будет постоянной. Поэтому

$$q_x(\tau) = \exp[-(\tau - \tau')(1 + \beta H_x)]q_x(\tau'). \quad (14.44)$$

Вероятность того, что последний скачок произойдет между  $\tau'$  и  $\tau' + d\tau'$ , равна  $\exp[-n(\tau - \tau')]nd\tau'$ . Поэтому, усредняя (14.44) и суммируя по всем  $\tau'$ , получим вклад в  $\langle q_x(\tau) \rangle$ , даваемый скачками из интервала  $(0, \tau)$ , а именно

$$\langle q_x(\tau) \rangle_{\text{скакки}} = \int_0^\tau \langle \exp[-(\tau - \tau')(1 + \beta H_x)]q_x(\tau') \rangle \exp[-n(\tau - \tau')]nd\tau'. \quad (14.45)$$

Заметим теперь, что поведение  $H_x(\tau'')$  на интервале  $0 < \tau'' < \tau'$  не зависит от значения  $H_x$  на интервале  $(\tau, \tau')$ . Поэтому

$$\begin{aligned} \langle \exp[-(\tau - \tau')(1 + \beta H_x)]q_x(\tau') \rangle + \langle \exp[-(\tau - \tau')(1 + \beta H_x)] \rangle \times \\ \times \langle q_x(\tau') \rangle = \langle q_x(\tau - \tau') \rangle_S \langle q_x(\tau') \rangle. \end{aligned} \quad (14.46)$$

Суммируя статический вклад и вклад, обусловленный скачками, окончательно имеем

$$\langle q_x(\tau) \rangle = e^{-n\tau} \langle q_x(\tau) \rangle_S + \int_0^\tau \langle q_x(\tau') \rangle \langle q_x(\tau - \tau') \rangle_S e^{-n(\tau - \tau')} nd\tau'. \quad (14.47)$$

Поскольку мы приняли, что  $n$  не зависит от глубины, интеграл в (14.47) представляет собой *свертку*, и для получения решения можно применить преобразование Лапласа. Обозначим

$$Q_x(s) = \int_0^\infty e^{-st} \langle q_x(t) \rangle dt \quad (14.48)$$

и

$$\begin{aligned} S_x(s) = \int_0^\infty e^{-st} \langle q_x(t) \rangle_S dt = \int_{-\infty}^{+\infty} du_h P(u_h) \int_0^\infty \exp[-(1 + \\ + \beta H_x)t] e^{-st} dt = \langle [s + (1 + \beta H_x)]^{-1} \rangle. \end{aligned} \quad (14.49)$$

Тогда из уравнения (14.47) находим

$$Q_x(s) = S_x(s + n) / [1 - nS_x(s + n)]. \quad (14.50)$$

Упражнение 14.4. Вывести уравнение (14.50).

Искать обратное преобразование  $Q_x(s)$  не нужно, поскольку, как

можно видеть из сравнения (14.48) и (14.41), остаточная интенсивность выражается непосредственно через  $Q_x(0)$ . Поэтому получаем следующий *общий результат*:

$$\langle a_x \rangle / A_0 = 1 - \langle (n + 1 + \beta H_x)^{-1} \rangle [1 - n \langle (n + 1 + \beta H_x)^{-1} \rangle]^{-1}. \quad (14.51)$$

Отсюда можно получить *макротурбулентный предел*, положив длину корреляции  $l = \infty$  или  $n = 0$ , так что вся находящаяся на лу-че зрения атмосфера движется с постоянной скоростью. Из формулы (14.51) находим

$$\langle a_x(\beta) \rangle_{\text{макро}} = A_0 \langle \beta H_x / (1 + \beta H_x) \rangle. \quad (14.52)$$

Этот результат согласуется с интуитивно ожидаемым, если заметить, что величина, стоящая в угловых скобках, есть попросту остаточная интенсивность выходящего излучения в линии для модели Милна — Эддингтона (см. § 10.3), причем линия смещена как целое по скорости на  $u_h$ , и эта остаточная интенсивность усредняется затем по распределению вероятностей значений  $u_h$ . Общий результат (14.51) можно следующим образом выразить через макротурбулентный предел:

$$\langle a_x(\beta) \rangle = (n + 1) \langle a_x[\beta / (n + 1)] \rangle_{\text{макро}} [1 + n A_0^{-1} \langle a_x[\beta / (n + 1)] \rangle_{\text{макро}}]^{-1}. \quad (14.53)$$

Чтобы получить *микротурбулентный предел*, устремим  $n \rightarrow \infty$ . Заметим прежде всего, что при  $\beta \rightarrow 0$  формулу (14.52) можно представить в виде разложения  $\langle a_x(\beta) \rangle_{\text{макро}} \approx A_0(\beta \langle H \rangle - \beta^2 \langle H^2 \rangle)$ , что дает

$$A_0^{-1} \langle a_x(\beta) \rangle_{\text{микро}} = \beta \langle H(a, x) \rangle / [1 + \beta \langle H(a, x) \rangle], \quad (14.54)$$

где

$$\langle H(a, x) \rangle = (\pi^{1/2} \xi)^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} H(a, x - u_h) \exp(-u_h^2 / \xi^2) du_h. \quad (14.55)$$

Так как функция Фойгта представляет собой свертку лоренцевского профиля с гауссовым (см. формулу (9.34)], изменив порядок интегрирования, получим

$$\langle H(a, x) \rangle = (1 + \xi^2)^{-1/2} H[a(1 + \xi^2)^{-1/2}, x(1 + \xi^2)^{-1/2}]. \quad (14.56)$$

Таким образом, в микротурбулентном пределе доплеровская ширина  $\Delta\nu_D$  увеличивается в  $(1 + \xi^2)^{1/2}$  раз.

При отсутствии турбулентности стандартная кривая роста для

модели Милна — Эддингтона дается выражением [см. (10.38)]

$$W_0^*(a, \beta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \beta H(a, x)[1 + \beta H(a, x)]^{-1} dx. \quad (14.57)$$

Подставляя, далее, (14.52) в (14.42) и меняя порядок интегрирования, находим, что  $W_{\text{макро}}^*(a, \beta) = \langle W_0^*(a, \beta) \rangle = W_0^*(a, \beta)$ , т.е. в макротурбулентном пределе кривая роста не меняется, чего, конечно, и следовало ожидать. В микротурбулентном пределе, подставив выражения (14.54) и (14.56) в (14.42), непосредственно получаем

$$W_{\text{микро}}^*(a, \beta) = (1 + \xi^2)^{\frac{1}{2}} W_0^*[a/(1 + \xi^2)^{\frac{1}{2}}, \beta/(1 + \xi^2)^{\frac{1}{2}}].$$

Отсюда видно, что линейная часть кривой роста и часть, обусловленная затуханием, не меняются, высота же плоской части увеличивается в  $(1 + \xi^2)^{\frac{1}{2}}$  раз. В случаях, промежуточных между этими двумя предельными, кривая роста рассчитывается по (14.42) с использованием соотношения (14.53) путем численного интегрирования. Кроме выражений для  $\langle a_x \rangle$  и  $W^*$  можно вывести и выражение для среднеквадратичной флуктуации остаточной интенсивности  $\sigma_x$ , которая наблюдалась бы при перемещении вдоль щели на спектрограмме с идеальным разрешением, а именно  $\sigma_x = A_0^{-1}(\langle a_x^2 \rangle - \langle a_x \rangle^2)^{\frac{1}{2}}$  (см. [49]).

На рис. 14.4 приведены результаты расчетов средней глубины линии и ее дисперсии для случая сильной линии, образующейся в атмосфере с параметром турбулентной скорости  $\xi$ , равным тепловой скорости, и концентрацией «вихрей», равной 10 на единицу оптической глубины в континууме. Кривые роста для  $\xi = 1$  изображены на рис. 14.5. Из него видно, что, поскольку форма теоретической кривой зависит от концентрации вихрей  $n$ , однозначное определение  $\xi$  из сравнения наблюденной кривой с теоретической, относящейся к  $\xi = 0$ , оказывается невозможным. Значение  $\xi$ , получающееся в микротурбулентном пределе, будет, вообще говоря, некоторой *нижней оценкой* действительного значения. Заметим, что указанный эффект *прямо противоположен* тому, который вызывается отклонениями от ЛТР, приводящими, как правило, к *подъему* плоской части кривой роста, даже если в среде и нет движений (см. § 11.4).

Детальные расчеты с использованием реалистической модели солнечной атмосферы были проделаны для линий OI  $\lambda\lambda 7771; 7774; 7775$  и FeI  $\lambda\lambda 5576; 5934; 6200$  [235]. Было получено прекрасное согласие с наблюдениями. При этом в процессе определения парамет-

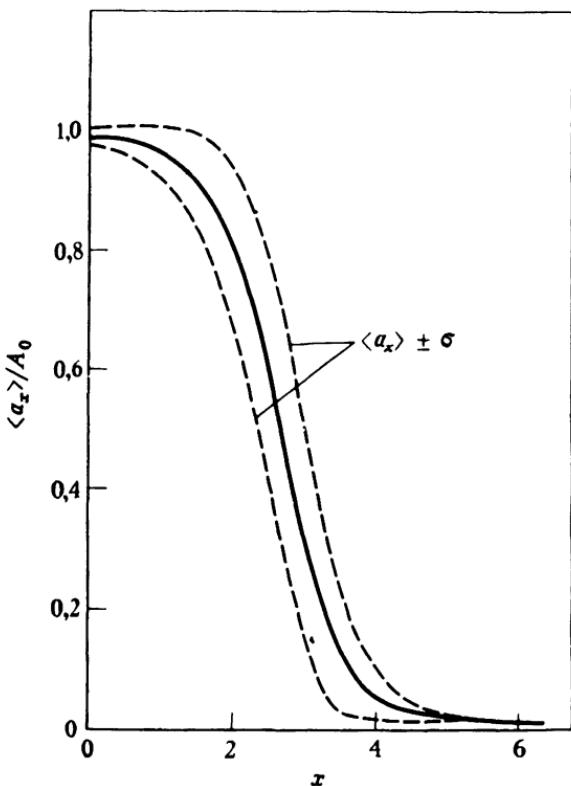


Рис. 14.4. Глубина поглощения в линии с  $\beta = 100$ , образующейся в турбулентной атмосфере с турбулентной скоростью  $\xi = 1$  и концентрацией вихрей  $n = 10$ . Абсцисса —  $x = \Delta\nu / \Delta\nu_D$ . Сплошная кривая — профиль, усредненный по всем реализациям распределения скорости. Пунктирные кривые — средний профиль  $\pm$  среднеквадратичное отклонение для спектрографа с идеальным разрешением. (По [49], с разрешения.)

ров по данным наблюдений геометрические места точек на плоскости  $(\xi, l)$  [ $l = 1/n$  (км)], которые соответствуют наблюденным интенсивностям, пересекаются почти в одной и той же точке для нескольких значений расстояния  $\Delta\lambda$  от центра линии. Через эту точку проходит и кривая, описывающая эквивалентные ширины. Тем самым оказывается возможным однозначно определить и  $\xi$ , и  $l = 1/n$  (км). Найдено, что  $\xi \approx 2,2$  км/с и  $l \approx 150$  км. Эта скорость больше обычно принимаемой микротурбулентной скорости, а длина корреляции того же порядка, что и шкала высот в фотосфере. Было бы интересно выяснить, нет ли какого-то гидродинамическо-

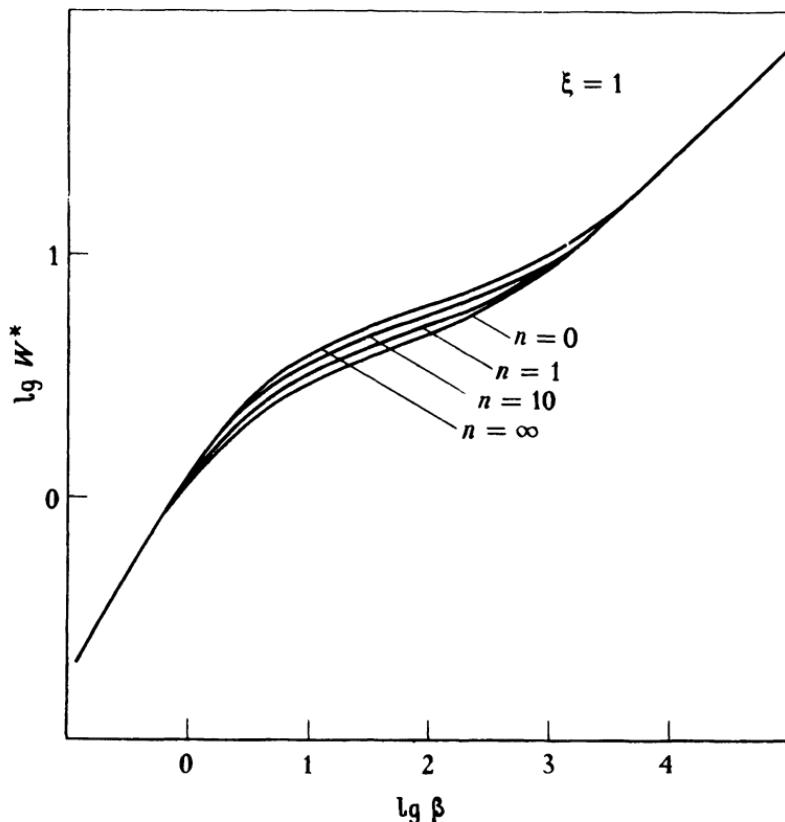


Рис. 14.5. Кривые роста для турбулентной атмосферы при  $\xi = 1$ . Ордината: логарифм приведенной эквивалентной ширины  $W^* = W_v/A_0\Delta\nu_D$ . Абсцисса: логарифм силы линии  $\beta = \chi_l/\chi_c$ . Числа у кривых — значения концентрации вихрей, которая считается не зависящей от глубины. (По [49], с разрешения.)

го смысла в примерном равенстве длины корреляции и шкалы высот в фотосфере, или же это просто совпадение.

Учет конечности характерного масштаба поля скоростей оказывается существенным и для интерпретации изменения профилей линий в спектре Солнца при переходе от центра к краю диска. Уже давно стоит проблема объяснения того, почему профили в центре диска имеют характерный V-образный вид, указывающий на макротурбулентность, тогда как на краю диска они имеют U-образный вид, указывающий на микротурбулентность. Кроме того, микротурбулентные скорости, найденные по профилям на краю диска, обычно больше скоростей, находимых по тем же линиям в центре диска.

Этот результат рассматривался как свидетельство в пользу существования *анизотропной* турбулентности (состояние, понять которое с точки зрения гидродинамики трудно). Оба указанных эффекта можно объяснить, по крайней мере качественно, если считать, что поле скоростей характеризуется некоторой конечной концентрацией вихрей [226]. Если концентрация вихрей при  $\mu = 1$  равна  $n_0(\tau)$ , то концентрация, соответствующая другим значениям  $\mu$ , равна  $n_0(\tau)/\mu$ . Это следует из условия, что турбулентность должна быть изотропной, и поэтому концентрация вихрей на единицу длины *вдоль луча зрения* должна быть одной и той же. Если концентрация не зависит от глубины, то выражение (14.53) сохраняет свой вид, за исключением того, что  $n$  заменяется на  $n_0$ , а  $A_0 = \alpha\mu(1 + \alpha\mu)^{-1}$ . Вообще говоря,  $n_0(\tau)$  должно меняться с  $\tau$ . Потребуем, например, чтобы все вихри имели один и тот же *геометрический* размер  $L$ . Тогда  $n_0(\tau) = [\chi_c(\tau)L]^{-1}$ . Для гарвардско-смитсонианской модели солнечной атмосферы  $\chi_c(\tau) \propto \tau$ , и поэтому  $n_0(\tau) \propto \tau^{-1}$ . Таким образом, концентрация вихрей, с которой мы имеем дело при наблюдениях вблизи края, должна быть больше, чем для центра диска. Этот результат дает хотя бы качественное объяснение упомянутых выше эффектов центр — край. С помощью гарвардско-смитсонианской модели был проведен анализ линии Mg I  $\lambda 4571$  [226]. Хорошее воспроизведение профилей получено для модели с *изотропной* турбулентностью, характеризуемой параметрами  $\xi = 1,2$  км/с и  $l \approx 70$  км. Найденное при этом меньшее значение  $l$  (в сравнении с упомянутыми ранее результатами по O I и Fe I) может отражать то, что в этом исследовании поле скоростей описывалось разрывной моделью Кубо — Андерсона, тогда как в других исследованиях используется непрерывное поле скоростей. Оказывается, что при *заданном*  $\xi$  в случае разрывного поля скоростей любая данная интенсивность линии всегда достигается при *меньших* значениях  $l$  [237].

При отсутствии ЛТР получаются профили, которые в ядре оказываются более глубокими, в крыльях же — все более близкими к профилям, соответствующим ЛТР [227], [236]. С увеличением турбулентной скорости  $\xi$  и с уменьшением длины корреляции  $l$  различие между профилями, рассчитанными без предположения об ЛТР и при его принятии, становится больше. Можно не сомневаться в том, что дальнейшее применение описанных выше методов к анализу солнечного спектра, а когда это возможно, то и звездных спектров, даст много ценных сведений о природе макроскопических движений вещества в звездных атмосферах.