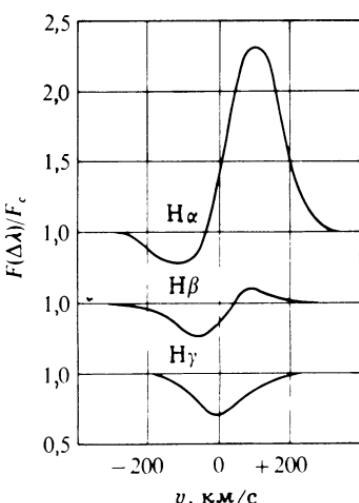


## 14.2. Теория Соболева

Наблюдениями надежно установлено наличие крупномасштабного *расширения* звездных атмосфер, происходящего с большими скоростями (иногда имеющего характер взрыва). По-видимому, первыми объектами, у которых существование таких движений было выявлено вне всяких сомнений, стали *новые* (а позднее и *сверхновые*) звезды. В их спектрах вслед за внезапным увеличением светимости звезды обнаруживаются линии поглощения, сильно смещенные в коротковолновую сторону, что указывает на быстрое движение вещества по направлению к наблюдателю. Эти линии соседствуют со смещенными в длинноволновую сторону широкими эмиссиями. В результате получаются характерные *профили типа Р Лебедя*, подобные показанным на рис. 14.6. В спектрах новых звезд эти структуры появляются лишь на то время, когда происходит быстрый сброс внешних слоев звезды. У других объектов (*классические звезды типа Р Лебедя* [79], [366]) эти линии, хотя они и являются переменными, присутствуют все же более или менее перманентно, что указывает на устойчивое истечение вещества. Первым, кто понял, что большую ширину линий в спектрах звезд WR (она соответствует скоростям порядка 3000 км/с) можно интерпретировать как следствие быстрого истечения вещества, был Билс. Он полагал, что течение вызывается давлением излучения. Это заключение следует и из современных динамических моделей. К аналогичным выводам можно прийти и в отношении Of-звезд. Сегодня мы знаем, что у звезд WR и Of, а также у многих сверхгигантов ран-



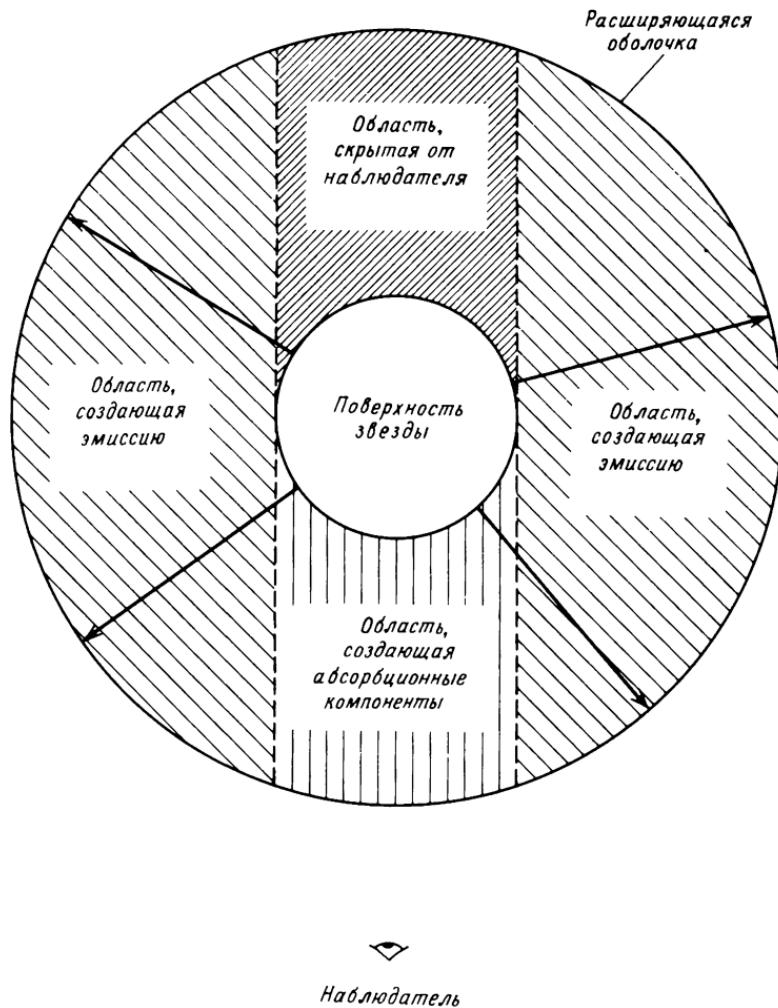
*Рис. 14.6.* Профили (типа Р Лебедя) водородных линий в спектре HD 190603 по наблюдениям Билса [79]. Ордината — наблюденный поток в единицах континуума (профили различных линий смещены друг относительно друга для ясности). Абсцисса — расстояние от центра линии, измеренное в единицах скорости, т.е.  $v = c\Delta\lambda/\lambda$ .

них типов имеется *трансзвуковой звездный ветер* (см. § 15.4), для которого характерны весьма малые, направленные наружу скорости в сравнительно глубоких слоях звезды, но большое, направленное наружу ускорение, что обеспечивает очень высокие скорости ( $v/c \approx 0,01$ ) ветра на больших расстояниях от звезды.

Решение уравнения переноса в сферически расширяющейся среде — достаточно сложная задача, и в ранних работах Билса [75, 76, 77, 78], Чандрасекара [149], Герасимовича [243] и Вилсона [674] вводилось предположение, что вещество оптически тонко, так что эффектами переноса можно пренебречь. Этот подход хотя и был чрезмерно упрощенным, тем не менее позволил с достаточной уверенностью понять общую физическую картину. Серьезный успех был достигнут в работах Соболева [590, 591; 15, гл. 28], который понял, что наличие градианта скорости в расширяющейся среде на самом деле упрощает задачу о переносе в линии, поскольку в этих условиях преобладает *процесс ухода и термализации фотонов*, что ведет к геометрической локализации функции источника — особенности, отсутствующей в статической задаче. В теории Соболева решение задачи теории переноса по существу заменяется расчётом *вероятности выхода фотона*; в последующем теория была уточнена и развита далее Кастором [134] и применена к более реалистическим расчётом спектров многоуровневых атомов в оболочках звезд типа WR [139, 140].

## ПОВЕРХНОСТИ ПОСТОЯННОЙ ЛУЧЕВОЙ СКОРОСТИ

Рассмотрим сферически симметричную, радиально расширяющуюся оболочку, окружающую звезду с достаточно четко определенной поверхностью фотосферы (рис. 14.7). На основе этой общей модели можно дать качественное объяснение главных особенностей профилей типа Р Лебедя, подобных приведенным на рис. 14.6. В этом подразделе будем исходить из допущения, что оболочка *практически прозрачна*, так что каждый фотон, излученный по направлению к наблюдателю, может быть им зарегистрирован. Этот подход позволяет понять суть проблемы и дает результаты, которые позже окажутся полезными. При изложении все время будет использоваться тот факт, что излучение (или поглощение) в линии происходит в основном в центре линии. Поэтому излучение от данной области, регистрируемое внешним наблюдателем, приходит главным образом на частоте центра линии, следствием чего является эффекта Доплера на величину, соответствующую проекции скорости вещества на луч зрения.



*Рис. 14.7. Схематическое изображение расширяющейся оболочки, окружающей поверхность звезды. Вещество, скрытое за диском звезды, удаленный наблюдатель видеть не может.*

Вещество, находящееся за диском звезды, расположено в экранированной области, и внешний наблюдатель не может его видеть. Вещество, которое проектируется на диск звезды, может либо а) просто испускать излучение без заметной реабсорбции, как это имеет место, например, в случае запрещенной линии, образующейся в туманности, или в случае среды с тепловым возбуждением при

$T_e \gg T_c$ , где  $T_c$  — цветовая температура излучения фотосферы, либо б) поглощать падающее параллельно лучу зрения фотосферное излучение и рассеивать его в других направлениях. Это вещество в случае (а) давало бы эмиссионную линию, смещенную в коротковолновую сторону, а в случае (б) дает смещенную в сторону коротких длин волн абсорбционную деталь, характерную для профилей типа Р Лебедя. От вещества, расположенного в дающих эмиссию областях, не проектирующихся на диск, к нам приходят как фотоны, излученные тепловым путем, так и рассеянные этим веществом фотоны звездного и диффузного (создаваемого самой оболочкой) полей излучения. Проекция скорости вещества на луч зрения в этой (создающей эмиссию) части оболочки охватывает целый интервал — от положительных до отрицательных значений. Это приводит к образованию широкой симметричной эмиссионной линии, охватывающей область частот по обе стороны от статического центра линии. Так как часть вещества скрыта звездой, максимальные красные смещения, которые могли бы здесь появиться, не будут наблюдаться. Следует ожидать, что информация о *максимальных скоростях истечения* будет, вообще говоря, извлекаться из данных о положении *коротковолнового среза* абсорбционного (если же абсорбция отсутствует, то эмиссионного) компонента. Объем излучающей области может быть гораздо больше объема звезды, и его интегральный вклад в приходящее в линии излучение может намного превосходить количество энергии, приходящей от диска звезды. В результате максимальные интенсивности в сильных эмиссионных линиях могут быть в несколько раз больше интенсивности в соседнем участке континуума (см. рис. 14.6 и 14.9). Когда размеры диска звезды гораздо меньше размеров излучающей области, становится несущественным и влияние экранирования. Наконец, в одних линиях оболочка намного более непрозрачна, чем в других, и поэтому может иметь в первых из них больший эффективный излучающий объем. Так, на рис. 14.6 виден переход от очень сильной эмиссии в  $H_{\alpha}$  к практически полному отсутствию эмиссии в  $H_{\gamma}$ , где видна практически фотосферная линия поглощения  $H_{\gamma}$ .

Чтобы перейти от этого качественного понимания к количественному описанию, можно рассчитать энергию, регистрируемую внешним наблюдателем на частоте  $\nu$ :

$$E_{\nu} = \int_{\nu} \eta(r, \nu) d^3 r, \quad (14.58)$$

где интегрирование ведется по всему незащищенному объему. При интегрировании можно использовать либо координаты  $(r, \theta)$  с по-

лярной осью, направленной от центра звезды к наблюдателю (как это уже делалось нами ранее в случае сферической геометрии), либо координаты  $(p, z)$  (см. рис. 7.27). Выражение (14.58) можно представить в более явном виде, если написать

$$\eta(r, \nu) = \tilde{\eta}(r)\phi[\nu - \nu_0(1 + \mu v_r/c)].$$

Эта запись указывает, что центр линии для внешнего наблюдателя смещается и оказывается на частоте  $\nu_0(1 + v_z/c)$ , где  $v_z = \mu v_r$  — проекция скорости расширения  $v_r$  на луч зрения. Если предположить, что  $\tilde{\eta}(r) = \eta_0(\rho/\rho_0)^\alpha$  (разумные значения  $\alpha$  лежат в интервале  $0 \leq \alpha \leq 2$ ), и положить, далее,  $\nu = \nu_0(r/r_0)^n$ , то из соотношения неразрывности  $\rho v r^2 = \rho_0 v_0 r_0^2$  окончательно получим  $\tilde{\eta}(r) = \eta_0(r/r_0)^{-(n+2)\alpha}$ . Выберем такие единицы, чтобы  $r_0 = \nu_0 = 1$  на поверхности фотосфера, и будем измерять смещение по частоте от центра линии в единицах  $\Delta\nu_D = \nu_0 v_0/c$ , т.е. введем безразмерную частоту  $x = (\nu - \nu_0)/\Delta\nu_D$ . Тогда

$$E_x = \eta_0 \int_v \phi[x - \mu v(r)]r^{-(n+2)\alpha} d^3 r. \quad (14.59)$$

В принципе  $V$  есть весь неэкранируемый объем. На самом деле область интегрирования можно определить более точно.

Большая часть излучения, наблюдаемого на частоте  $x$ , будет приходить из тех областей, для которых смещенная за счет эффекта Доплера частота центра линии равна  $x$ . Наблюдаемые скорости течения газа в атмосферах звезд WR и Of (до 3000 км/с) во много раз превышают тепловую скорость ( $\sim 30$  км/с). Поэтому область пространства, от которой приходит излучение на какой-либо фиксированной частоте, должна представлять собой очень тонкую зону, расположенную по обе стороны от *поверхности равных лучевых скоростей*, на которой  $v_z = \mu v_r = x$ . (Замечание: термин «лучевая скорость» (radial velocity) имеет здесь общепринятый в астрономии смысл скорости *по лучу зрения*, а не радиальной скорости течения  $v_r$ , измеряемой относительно центра звезды [по-английски также radial velocity, откуда и необходимость этого авторского замечания в английском оригинале. — Прим. ред.].) В идеализированном предельном случае, когда ширина профиля поглощения преубежденно мала (из-за того, что  $v_{\text{тепловая}} \ll v_{\text{текущая}}$ ), эти зоны вырождаются в сами поверхности равных лучевых скоростей, которые поэтому играют в рассматриваемой теории фундаментальную роль.

Форма этих поверхностей зависит от того, каково распределение скоростей. Оно в принципе должно получаться из динамических

расчетов. Однако, чтобы понять, как обстоит дело, достаточно рассмотреть ряд простых законов изменения скорости вида  $v = r^n$  (в единицах  $v_0 = r_0 = 1$ ). а) Допустим, что  $v = \text{const}$ . Этот закон можно использовать в случае тонкой сферической оболочки (например, для планетарной туманности, находящейся далеко от звезды) или для тех происходящих с большими скоростями течений, где скорость уже близка к конечной скорости течения [см. ниже п. (в)]. б) Положим  $v = r$ . Этот закон может использоваться в случае вызванного взрывом разлета вещества, начинающегося в некоторый момент времени  $t_0$ , так что  $t - t_0 = r/v$ . Здесь частицы, движущиеся быстрее, перегоняют те частицы, которые движутся медленнее, что и приводит к линейной связи  $v$  с  $r$ . в) Предположим, что газ покидает звезду со скоростями, превышающими скорость убегания. Тогда можно написать  $v = v_\infty(1 - r_c/r)^{1/2}$ , что дает грубую модель трансзвукового ветра. Во всей области  $r_c \leq r \leq \infty$  течение является ускоренным. г) Если вещество выбрасывается в точности со скоростью убегания и его движение замедляется под действием силы тяжести, то можно взять  $v = r^{-1/2}$ . Каждый из этих законов определяет свой характерный набор поверхностей равных лучевых скоростей.

---

**Упражнение 14.5.** Показать, что поверхности  $v_z = \text{const}$  для случаев (а) и (б) представляют собой соответственно конические поверхности  $\theta = \arccos\mu = \text{const}$  и плоскости  $z = \text{const}$  в обычных системах координат  $(r, \theta)$  и  $(p, z)$ .

---

Поверхности равных лучевых скоростей для случаев (в) и (г) показаны на рис. 14.8 (а, б).

Из сказанного выше можно сделать некоторые далеко идущие выводы. Поскольку поверхности равных лучевых скоростей простираются на большие расстояния (бесконечные, если течение не является замедленным), соотношение Эддингтона — Барбье для расширяющихся атмосфер оказывается совершенно *несостоятельным*. Излучение на данной частоте в пределах линии нельзя более связывать с определенным местом  $r$  в оболочке, но лишь с некоторой широкой областью значений  $(r, r + \Delta r)$ . Пространственная локализация с точки зрения внешнего наблюдателя имеет место лишь тогда, когда изменения полной концентрации частиц и условий ионизации и возбуждения ограничивают размеры области с высокой излучательной способностью. Что еще хуже, справедливость этого вывода не зависит от силы перехода, дающего линию [317]. Поэтому

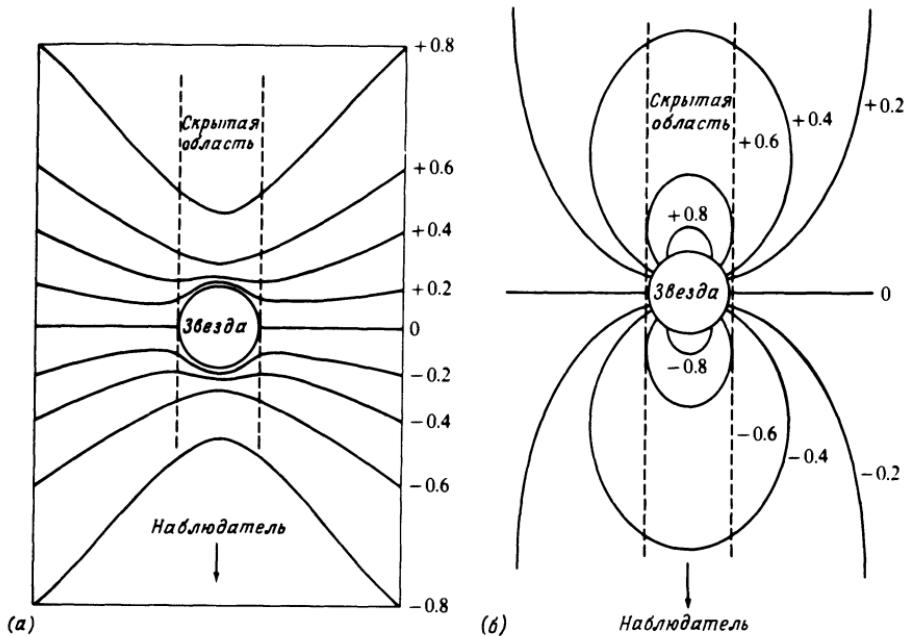


Рис. 14.8. Поверхности равной лучевой скорости  $v_z = \text{const.}$ .  $a — v(r) = v_\infty(1 - 1/r)^{1/2}$ . Числа у кривых — значения  $v_z/v_\infty$ . б —  $v(r) = r^{-1/2}$ . (По [366], с разрешения.)

му из исследования слабых и сильных линий определить структуру атмосферы по глубине с точностью, превышающей характерное расстояние  $\Delta r$ , определенное выше, невозможно в принципе. Понятно, что эти соображения приводят к появлению больших трудностей при построении модели и разработке диагностики расширяющихся атмосфер. В случае течений, происходящих с замедлением, трудности еще больше. Как видно из рис. 14.8, б, луч зрения может пересекать поверхность равных лучевых скоростей в двух различных точках. Поэтому вклад в информацию, получаемую наблюдателем, дают две области, которые могут сильно различаться по своим физическим свойствам. Кроме того, в этом случае между двумя указанными областями может происходить радиационное взаимодействие, и поэтому описываемый ниже метод Соболева нуждается в соответствующей перестройке.

С учетом конкретной геометрии поверхностей равных лучевых скоростей соотношение (14.59) позволяет рассчитывать наблюдаемые профили линий. Например, как впервые показал Билс [75],

[76], [77], [78], если экранированием можно пренебречь, то профиль линии, порождаемой оптически тонкой оболочкой, расширяющейся с постоянной скоростью, имеет *плоскую вершину*. Пример такого профиля приведен на рис. 14.9, где показаны линии C III  $\lambda 5696$  и C IV  $\lambda 5808$  в спектре горячей звезды типа WR HD 165763. Округлая форма профиля линии C IV свидетельствует о том, что в этой линии оболочка *оптически толстая* (см. ниже). В справедливости результата Билса можно убедиться с помощью соотношения (14.59), если использовать координаты  $(r, \theta)$ . Мы замечаем, что для каждого значения  $v_z$  (а потому и для каждого значения  $x$  в пределах линии) излучение испускается веществом, расположенным вблизи конической поверхности  $\mu \equiv \cos\theta = x$  в пределах  $d\mu$ . Объемы всех таких элементов, очевидно, одинаковы. Нетрудно получить и результаты, относящиеся к другим законам изменения скорости, если по-прежнему считать, что оболочка *оптически прозрачна* в линии. Это приближение справедливо не всегда. Необходимость в нем отпадает, если используется метод Соболева.

*Упражнение 14.6.* а) Пусть профиль поглощения  $\phi(x) = \delta(x)$ , а скорость в оболочке  $v = v_0 = 1$ . Пренебрегая экранированием, показать, что  $E_x = E_0 = \text{const}$  при  $-1 \leq x \leq 1$  и  $E_x = 0$  при  $|x| > 1$ . С помощью формулы (14.59) вывести выражения для  $E_0$  и показать, что для  $\alpha < 1,5$ ,  $\alpha = 1,5$  и  $\alpha > 1,5$  получаются различные результаты. Показать, что при  $\alpha \leq 1,5$  оболочка должна быть ограниченной ( $r \leq R$ ), а при  $\alpha > 1,5$  никакого такого ограничения не требуется. Произведя учет экранирования, показать, что  $E_x = 0$

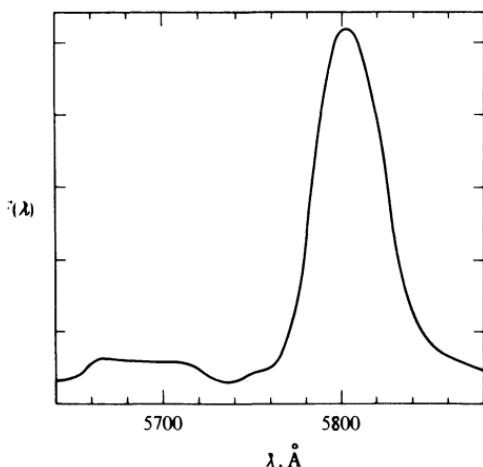


Рис. 14.9. Наблюденные профили линий C III  $\lambda 5696$  и C IV  $\lambda 5808$  у звезды HD 165763 типа WC5. Обратите внимание на плосковершинный профиль линии  $\lambda 5696$ , в которой атмосфера прозрачна, и на имеющий круглую форму профиль линии  $\lambda 5808$ , в которой атмосфера оптически толстая. (По [369], с разрешения.)

при  $x < x_{\min}$ , где  $x_{\min} = -(1 - R^{-2})^{1/2}$ , и написать выражение для  $E_x$  в области  $x_{\min} \leq x \leq 0$ . б) Выполнить аналогичное исследование для  $v = r$ . Определить  $E_0$  для соответствующих областей изменения  $\alpha$  и вывести аналитические выражения для профилей  $E_x/E_0$  с учетом влияния экранирования.

---

### ВЫХОД И ТЕРМАЛИЗАЦИЯ ФОТОНОВ В РАСШИРЯЮЩЕЙСЯ СРЕДЕ

Рассмотрим теперь образование линий в оптически толстой расширяющейся оболочке, окружающей непрозрачное ядро радиуса  $r_c$ . Предположим, что влиянием континуума, на который налагается линия, можно пренебречь. Если перейти к координатной системе, покоящейся относительно некоторого элемента среды, и поставить перед собой вопрос, что происходит, когда мы смотрим в заданном направлении, то станет ясно, что из-за градиента скорости будет существовать дифференциальный доплеровский сдвиг между исходной точкой и любой другой точкой на луче зрения. В конце концов этот сдвиг становится столь большим, что ни один фотон, излученный в пределах эффективных границ профиля поглощения в линии (считаем, что они находятся на  $\pm x_{\max}$ ), не сможет уже поглотиться в линии в рассматриваемой точке. Движение среды приводит к появлению *механизма внутреннего выхода* фотонов. Вне границ области взаимодействия, окружающей точку излучения, фотоны более не могут поглощаться средой (даже если она бесконечна!) и свободно уходят на бесконечность. Таким образом, имеется определенное ограничение на размер той области, в пределах которой излученные или рассеянные фотоны могут влиять на интенсивность в линии в рассматриваемой точке. В предельном случае больших градиентов скорости эта *область взаимодействия* будет мала, и поэтому ее можно считать *почти однородной* по физическим характеристикам (температуре, плотности, состоянию ионизации и т. д.). Поэтому в теории должны фигурировать только *локальные значения величин* и параметр  $\beta$ , который дает вероятность выхода фотона, проинтегрированную по направлениям и по частотам линии. В предельном случае пренебрежимо малых эффектов переноса можно поэтому написать

$$\bar{J}(r) = (1 - \beta)S(r) + \beta_c I_c. \quad (14.60)$$

Первый член получается из значения, которое  $\bar{J}$  имело бы при отсутствии выхода фотонов, а именно  $\bar{J} = S$ , путем исправления его за выход фотонов, обусловленный градиентом скорости. Параметр

$\beta_c$  представляет собой (проинтегрированную по частотам и по углам) вероятность проникновения излучения удельной интенсивности  $I_c$ , испускаемого ядром, в рассматриваемую точку. Теперь нам надлежит вычислить  $\beta$  и  $\beta_c$ .

Как мы уже это делали ранее, будем измерять скорость в единицах тепловой скорости [т. е.  $V(r) = v(r)/v_{\text{тепл}}$ ], а частоту, отсчитываемую от центра линии, — в доплеровских ширинах [т. е.  $x = (\nu - \nu_0)/\Delta\nu_D$ , где  $\Delta\nu_D = \nu_0 v_{\text{тепл}}/c$ ]. Тогда оптическое расстояние вдоль луча до наблюдателя, находящегося на бесконечности, можно записать в виде [см. формулу (14.22)]

$$\tau(z, p, x) = \int_z^{\infty} \chi(z', p, x) dz' = \int_z^{\infty} \chi_i(r') \phi(x') dz', \quad (14.61)$$

где  $r' = (z'^2 + p^2)^{1/2}$ ,  $\mu' = z'/r'$ ,

$$x' = x'(z', p, x) = x - V_z(z') = x - \mu' V(r'). \quad (14.62)$$

Основной вклад в интеграл в формуле (14.61) должна давать область, где  $x' = 0$ , т. е. область вблизи  $z' = z_0(p, x)$ , где  $z_0$  таково, что  $z_0 r_0^{-1} V(r_0) = x$ , причем  $r_0 = (z_0^2 + p^2)^{1/2}$ . Поверхность  $z = z_0(p, x)$  есть, очевидно, не что иное, как поверхность равных лучевых скоростей. В хорошем приближении мы можем, далее, заменить  $\chi_i(r')$  на  $\chi_i(r_0)$  и вынести этот множитель из-под интеграла. Заменим затем переменную интегрирования  $z'$  на  $x'$ , учтя при этом переходе, что в силу соотношения (14.62)

$$\begin{aligned} -(\partial x'/\partial z)_p &= (\partial V_z/\partial z)_p = (\partial\{\mu(z, p)V[r(z, p)]\}/\partial z)_p = \\ &= \mu^2 \partial V/\partial r + (1 - \mu^2)(V/r) \equiv Q(r, \mu). \end{aligned} \quad (14.63)$$

Здесь по-прежнему считается, что  $\mu$  и  $r$  являются функциями  $z$  и  $p$ . Если область взаимодействия мала, то можно считать, что найденный только что коэффициент перехода от  $z'$  к  $x'$  является практически постоянным, и его значение можно брать для резонансной точки  $z = z_0(p, x)$ . Тогда, если ввести функцию

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \phi(\xi') d\xi', \quad (14.64)$$

такую, что, очевидно,  $\Phi(-\infty) = 0$  и  $\Phi(\infty) = 1$ , то (14.61) можно переписать в виде

$$\tau(z, p, x) = \tau(-\infty, p, x)\Phi[x'(z, p, x)], \quad (14.65)$$

где  $x'(z, p, x)$  дается выражением (14.62) и

$$\begin{aligned}\tau(-\infty, p, x) &= \chi_i(r_0)/Q(r_0, \mu_0) = \\ &= \tau_0(r_0)/\{1 + \mu^2[(d \ln V/d \ln r) - 1]\}_0.\end{aligned}\quad (14.66)$$

Здесь

$$\chi_i(r_0) = (\pi e^2/mc)f_{ij}[n_i(r_0) - (g_i/g_j)n_j(r_0)]/\Delta\nu_D \quad (14.67)$$

и

$$\tau_0(r_0) = \chi_i(r_0)/(V/r)_0. \quad (14.68)$$

Следует помнить, что в формулах (14.66) — (14.68) величины  $r_0$  и  $\mu_0$  являются функциями  $p$  и  $x$ , т.е.  $r_0 = r_0[z_0(p, x), p]$  и  $\mu_0 = \mu_0[z_0(p, x), p]$ .

Возьмем теперь некоторое фиксированное значение  $r$  и вычислим  $\beta(r)$ . В силу сферической симметрии интегрирование по  $\mu$  можно выполнить, воспользовавшись приведенными выше результатами для различных значений  $p$ . Вероятность выхода вдоль любого луча равна, очевидно,  $\exp(-\Delta\tau_\infty)$ , где через  $\Delta\tau_\infty$  обозначено оптическое расстояние от рассматриваемой точки до бесконечности. Поэтому, интегрируя по углам и по частотам, получаем

$$\beta(r) = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} d\mu \int_{-\infty}^{+\infty} dx \phi[x'(z, p, x)] \exp\{-\tau[z(r, \mu), p(r, \mu), x]\}. \quad (14.69)$$

Здесь предполагается, что фотоны, которые сталкиваются с непрозрачным ядром, поглощаются и потому теряются. Чтобы упростить выражение (14.69), воспользуемся соотношениями (14.64) — (14.67), считая при этом, что в области взаимодействия вещество достаточно однородно, чтобы можно было пренебречь различиями условий в среде в  $r_0$  и  $r$ . Тогда

$$\begin{aligned}\beta(r) &= \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} d\mu \int_0^1 d\Phi \exp[-\chi_i(r)\Phi/Q(r, \mu)] = \\ &= \chi_i^{-1}(r) \int_0^1 \{1 - \exp[-\chi_i(r)/Q(r, \mu)]\} Q(r, \mu) d\mu.\end{aligned}\quad (14.70)$$

В том частном случае, когда  $V = kr$ , имеем  $Q(r, \mu) = k$ , и выражение (14.70) преобразуется к существенно более простому виду:

$$\beta(r) = \{1 - \exp[-\tau_0(r)]\}/\tau_0(r), \quad (14.71)$$

где в данном случае  $\tau_0(r) = k^{-1}\chi_i(r)$ . Тот же результат получается,

если в правой части (14.63) просто *отбросить* члены, зависящие от угловой переменной.

Чтобы вычислить  $\beta_c$ , предположим, что рассматриваемая точка расположена сравнительно далеко от ядра (т.е. что поверхность ядра находится на  $-\infty$ ). Тогда, исходя из физического смысла  $\beta_c$ , можно написать

$$\begin{aligned}\beta_c(r) &= \frac{1}{2} \int_{-1}^{-\mu_c} d\mu \int_0^1 d\Phi \exp[-\chi_i(r)\Phi/Q(r, \mu)] = \\ &= \chi_i^{-1}(r) \frac{1}{2} \int_{\mu_c}^1 \{1 - \exp[-\chi_i(r)/Q(r, \mu)]\} Q(r, \mu) d\mu.\end{aligned}\quad (14.72)$$

где  $\mu_c = [1 - (r_c/r)^2]^{1/2}$ . В частном случае линейного закона изменения скорости здесь также достигается существенное упрощение, а именно  $\beta_c(r) = W\beta(r)$ , где  $W$  — обычный фактор дилюции, даваемый формулой (5.36). Только что приведенного результата можно было бы ожидать и из физических соображений, поскольку  $W$  представляет собой долю полного телесного угла, занимаемую диском, а  $\beta_c$  есть вероятность того, что фотоны, идущие от диска, попадут в рассматриваемую точку.

Заметим, что и  $\beta$ , и  $\beta_c$  выражаются фактически через локальные величины — непрозрачность и градиент скорости в рассматриваемой точке. Если эти величины заданы, то значение  $\bar{J}$  можно найти по формуле (14.69) без решения уравнения переноса. Таким образом, мы видим, что достигнуто колоссальное упрощение. Для частного случая двухуровневого атома, когда функция источников (в предположении полного перераспределения) дается выражением  $S = (1 - \varepsilon)\bar{J} + \varepsilon B$ , мы можем написать, воспользовавшись формулой (14.60), что

$$S = [(1 - \varepsilon)\beta_c I_c + \varepsilon B]/[(1 - \varepsilon)\beta + \varepsilon]. \quad (14.73)$$

Отсюда видно, что для определения  $S$  достаточно знать  $\beta$  и  $\beta_c$ . Далее, если пренебречь вкладом континуума ( $\beta_c I_c = 0$ ), то формула (14.60) позволяет немедленно найти фактор радиационного разбаланса для любой линии многоуровневого атома, а именно  $Z_{ji} = \beta_{ij}$ . Мы воспользуемся этим результатом при рассмотрении многоуровневых задач.

Весьма поучительно рассмотреть *однородно расширяющуюся плоскапараллельную атмосферу* (т.е. атмосферу с  $\partial V/\partial t = \text{const.}$  — Ред.), поскольку тут можно получить выражения для

функции источников, которые особенно ясно показывают влияние градиента скорости на термализацию фотонов (см. [273], стр. 87, и [406]). Обозначим через  $\tau$  интегральную оптическую глубину в линии для неподвижной среды. Предположим, что градиент скорости  $\gamma = \partial V / \partial \tau$  постоянен во всей среде. Удельная интенсивность в произвольно выбранной точке  $\tau$  в направлении  $\mu$  равна

$$I(\tau, \mu, x) = \int_{\tau}^{\infty} S(\tau') \exp \left[ -\mu^{-1} \int_0^{\tau' - \tau} \phi(x + \gamma \mu t) dt \right] \phi[x + \gamma \mu (\tau' - \tau)] \frac{d\tau'}{\mu}. \quad (14.74)$$

Поэтому функция источников для двухуровенного атома определяется интегральным уравнением

$$\begin{aligned} S(\tau) &= (1 - \varepsilon) \bar{J}(\tau) + \varepsilon B(\tau) = \\ &= (1 - \varepsilon) \int_{-\infty}^{+\infty} K_{\beta}(|\tau' - \tau|) S(\tau') d\tau' + \varepsilon B(\tau), \end{aligned} \quad (14.75)$$

где ядерная функция

$$K_{\beta}(s) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_0^1 \frac{d\mu}{\mu} \phi(x) \phi(x + \gamma \mu s) \exp \left[ -\frac{1}{\mu} \int_0^s \phi(x + \gamma \mu t) dt \right]. \quad (14.76)$$

Легко показать, что в данном случае в отличие от неподвижной среды, для которой ядро нормировано на единицу, влияние выхода фотонов приводит к тому, что

$$\int_{-\infty}^{+\infty} K_{\beta}(|\tau|) d\tau = 1 - \beta, \quad (14.77)$$

где  $\beta$  — вероятность выхода фотона для случая плоскопараллельной атмосферы. Она получается из формул (14.70) и (14.63) в пределе при  $1/r \rightarrow 0$ , а именно

$$\beta = |\gamma| \int_0^1 \{1 - \exp[-1/(|\gamma| \mu^2)]\} \mu^2 d\mu. \quad (14.78)$$

*Упражнение 14.7.* Проверить формулы (14.77) и (14.78).

Уравнение (14.75) можно привести к стандартному для двухуровенного атома виду, перенормировав ядро:  $K^*(\tau) = K_{\beta}(\tau)/(1 - \beta)$ ,

и введя  $1 - \varepsilon^* = (1 - \beta)(1 - \varepsilon)$  и  $B^*(\tau) = \varepsilon B(\tau)/\varepsilon^*$ . Тогда

$$S(\tau) = (1 - \varepsilon^*) \int_{-\infty}^{+\infty} K^*(|\tau' - \tau|) S(\tau') d\tau' + \varepsilon^* B^*(\tau). \quad (14.79)$$

Когда наступила термализация,  $S$  меняется медленно, и его можно вынести из-под интеграла, что дает  $S(\tau) = B^*(\tau) = \varepsilon B(\tau)/(e + \beta - \varepsilon\beta)$ . При  $\varepsilon \gg \beta$  имеем  $S(\tau) \rightarrow B(\tau)$ , как и следовало ожидать. Однако при  $\beta \gg \varepsilon$  выход фотонов доминирует над их гибелью и  $S(\tau) \rightarrow \varepsilon B(\tau)/\beta$ , откуда видно, что  $S$  уменьшается, приближаясь при  $\beta \rightarrow 1$  к локальной скорости рождения фотонов  $\varepsilon B$ , что понятно и из физических соображений. Если среда имеет границу и  $B$  постоянно, то (см. [409])

$$S(0) = (\varepsilon^*)^{1/2} B^* = \varepsilon B / (\varepsilon^*)^{1/2}. \quad (14.80)$$

Таким образом, при  $\varepsilon \gg \beta$  получается обычный результат, справедливый для неподвижной среды:  $S(0) = \varepsilon^{1/2} B$ , а при  $\beta \gg \varepsilon$  находим, что  $S(0) = \varepsilon B / \beta^{1/2} = \beta^{1/2} S_\infty$ , где через  $S_\infty$  обозначено асимптотическое значение  $S$  в глубоких слоях.

## ПРОФИЛИ ЛИНИЙ

Выведем теперь выражения для профилей линий, которые будет регистрировать удаленный наблюдатель. Поток выходящего на частоте  $x$  излучения пропорционален

$$\begin{aligned} F_x &= 2\pi \int_0^\infty I(\infty, p, x) pdp = \\ &= 2\pi \int_{r_c}^\infty S(r_0) \{1 - \exp[-\tau(-\infty, p, x)]\} pdp + \\ &+ 2\pi \int_0^{r_c} S(r_0) \{1 - \exp[-\tau(-\infty, p, x)\Phi(x_c)]\} pdp + \\ &+ 2\pi I_c \int_0^{r_c} \exp[-\tau(-\infty, p, x)\Phi(x_c)] pdp, \end{aligned} \quad (14.81)$$

где, как и выше, через  $r_0$  обозначено значение  $r$  на поверхности равных лучевых скоростей, фиксируемой заданием  $x$ , а  $x_c$  — значение  $x'$ , даваемое выражением (14.62) при  $r' = r_c$  и  $\mu' = [1 - (p/r_c)^2]^{1/2}$ .

Первый член в (14.81) описывает излучение от части оболочки, не проектирующейся на диск (т.е. той, где  $p > r_c$ ). Второй член описывает излучение от части оболочки, которая проектируется на ядро, причем множитель  $\Phi(x_c)$  учитывает экранирование ядром части вещества. Заметим, что для расширяющейся атмосферы  $\Phi(x_c)$  равно нулю при  $x < 0$  и практически равно единице при  $x > 0$ . Отсюда непосредственно видно, как экранирование ядром влияет на длинноволновое крыло профиля. Последний член описывает вклад излучения ядра в континууме. Принимая во внимание только что упомянутые свойства  $\Phi(x_c)$ , видим, что в длинноволновом крыле линии оно не ослабляется, а в коротковолновом крыле испытывает более или менее сильное ослабление. Поток в континууме вне линии пропорционален

$$F_c = 2\pi I_c \int_0^{r_c} p dp = \pi r_c^2 I_c, \quad (14.82)$$

Заменяя переменную интегрирования  $p$  на  $r$  на поверхностях  $(z/r)V(r) = x$ , из формул (14.81) и (14.82) можно получить следующее выражение для профиля линии  $R_x = (F_x - F_c)/F_c$ :

$$\begin{aligned} R_x = & 2(r_c^2 I_c)^{-1} \int_{r_{\min}(x)}^{\infty} S(r) [\tau_0(r)/\tau(-\infty, p, x)] \{1 - \exp[-\tau(-\infty, p, x)]\} r dr - \\ & - 2(r_c^2 I_c)^{-1} \int_0^{r_c} [S(r_0) \{ \exp[-\tau(-\infty, p, x)\Phi(x_c)] - \exp[-\tau(-\infty, p, x)] \} p dp - \\ & - 2r_c^{-2} \int_0^{r_c} \{1 - \exp[-\tau(-\infty, p, x)\Phi(x_c)]\} p dp], \end{aligned} \quad (14.83)$$

где  $r_{\min}(x)$  — расстояние от центра, на котором  $V(r) = x$ , а  $p$  считается функцией  $r$  и  $x$ . Обратите внимание на изменение знака по сравнению с формулой (8.2), которое сделано для того, чтобы описывать профили эмиссионных линий положительными числами. Каждый из членов в выражении (14.83) можно интерпретировать таким же образом, как и соответствующие члены в выражении (14.81).

Если пренебречь двумя последними членами в формуле (14.83), описывающими вклад ядра, то тем самым будут рассматриваться двухуровневые атомы, для которых оболочка настолько непрозрачна, что функция источников достигает асимптотического значения

$S = \varepsilon B / \beta$ . Если заменить  $\tau(-\infty, p, x)$  на  $\tau_0$ , то, принимая во внимание формулу (14.71), можем написать

$$R_x \approx \frac{\langle \varepsilon B \tau_0 \rangle}{I_c} \int_{r_c}^{\infty} \frac{\varepsilon B \tau_0}{\langle \varepsilon B \tau_0 \rangle} \frac{2r dr}{r_c^2} = \frac{A \langle \varepsilon B \tau_0 \rangle}{I_c}, \quad (14.84)$$

где  $\langle \varepsilon B \tau_0 \rangle$  — характерное значение  $\varepsilon B \tau_0$ . Здесь через  $A$  обозначена *эффективная излучающая площадь*, измеренная в единицах площади ядра. При достаточно большой эффективной излучающей площади линия может стать гораздо ярче континуума. Наиболее сильные эмиссионные линии обязаны своим существованием главным образом изменению этому геометрическому эффекту.

Из формулы (14.81) легко получить другой интересный результат (см., например, [15], гл. 28). Рассмотрим оболочку, расширяющуюся с постоянной скоростью  $V$ . Тогда  $Q(r, \mu) = (V/r)\sin^2\theta$ , и поверхности равных лучевых скоростей определяются уравнением  $\cos\vartheta = x/V = \text{const}$ . Переходя от  $p$  к  $r$  по формуле  $p = r\sin\theta$ , в предельном случае, когда можно пренебречь вкладом ядра, находим

$$F_x = 2\pi \sin^2\theta \int_0^{\infty} S(r) \{ 1 - \exp[-\chi_i(r)r/(V\sin^2\theta)] \} r dr. \quad (14.85)$$

Если оболочка *непрозрачна*, экспоненциальный член обращается в нуль и интеграл становится константой, так что  $F_x = C\sin^2\theta = C[1 - (x/V)^2]$ . Профиль в этом случае имеет *округлую форму* (точнее, он параболический). Этот вывод важен, так как он показывает, что, даже если скорость постоянна, профили окружной формы возникают естественным образом как проявление эффектов, обусловленных зависимостью оптической толщины среды от частоты. Напротив, если при интерпретации исходить из предположения, что среда является оптически тонкой в линиях, с необходимостью пришлось бы считать, что движение происходит с ускорением или замедлением (что имело бы, разумеется, совершенно разные динамические следствия). Мы видим, таким образом, что если мы хотим получить результаты, имеющие физический смысл, то диагностическое изучение спектров должно выполняться с осторожностью и в высшей степени последовательно.

Детальные расчеты профилей в потоке по формуле (14.83) с использованием функции источников (14.73) для двухуровенного атома были выполнены в [134] при различных предположениях о пове-

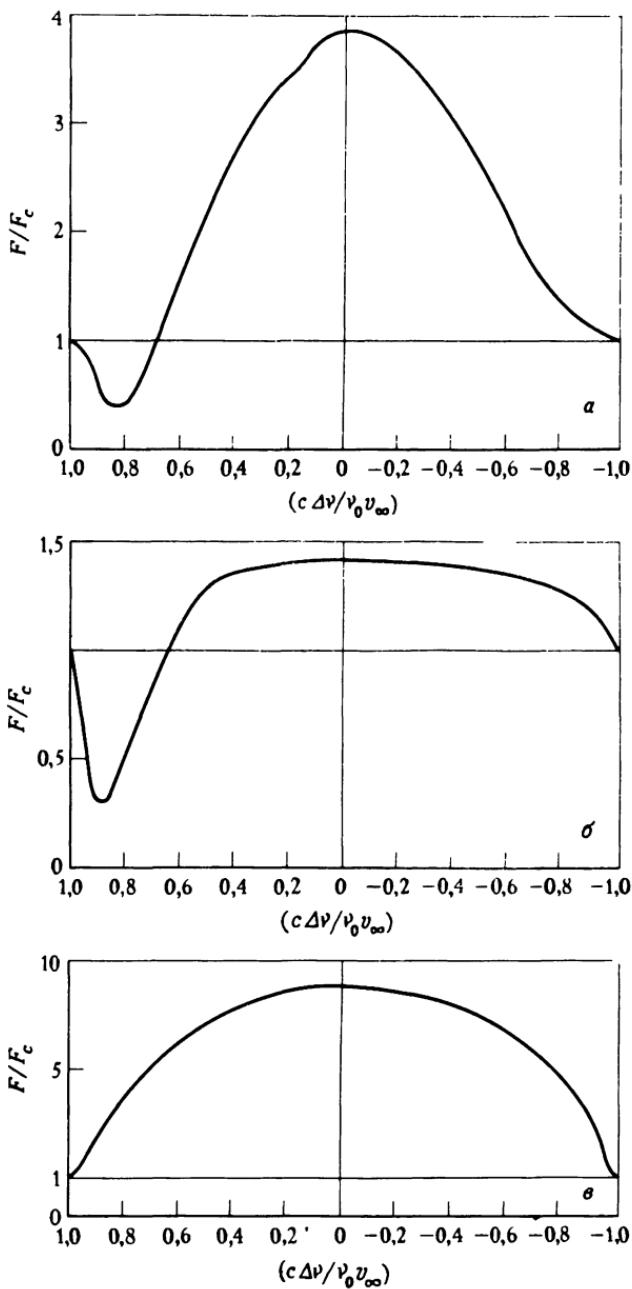


Рис. 14.10. Теоретические профили линий для расширяющихся сферически-симметричных атмосфер. а)  $\varepsilon = 0,0092$  и  $\tau_0(\max) \approx 15$ ; б)  $\varepsilon = 0,002$  и  $\tau_0(\max) \approx 0,5$ ; в)  $\varepsilon = 0,021$  и  $\tau_0(\max) \approx 2$ . (По [134], с разрешения.)

дении  $V(r)$ ,  $\tau_0(r)$  и при различных значениях постоянных  $\varepsilon$  и  $B/I_c$  (причем последняя бралась численно равной 5). Закон изменения скорости брался в виде  $V(r) = V_\infty(1 - r_c/r)^{1/2}$ . Все принятые распределения  $\tau_0(r)$  характеризуются наличием максимума в области  $1,1 \leq r/r_c \leq 4$ . Если использовать монотонно убывающие распределения скорости, то получаются очень сильно асимметричные профили (которые не наблюдаются). По-видимому, это указывает на то, что линии, наблюдаемые в спектрах реальных звезд, возникают в зонах типа оболочек, образующихся вследствие изменений в состоянии ионизации с  $r$ , которые обеспечивают преобладание рас пространенности того или иного конкретного иона в определенном интервале расстояний от центра звезды. Большое разнообразие профилей можно получить путем подходящего выбора значений параметров. Три характерных типа профилей, похожие на профили, наблюдаемые в спектрах звезд WR, показаны на рис. 14.10: а) эмиссия окружной формы с коротковолновым абсорбционным компонентом, как это наблюдается у линий С III  $\lambda 4650$  и N III  $\lambda 6438$ ; б) плосковершинная эмиссия с коротковолновым абсорбционным компонентом типа наблюданной в линиях He I; в) очень интенсивная эмиссия окружной формы без абсорбционного компонента, как это наблюдается для линий He II. В каждом случае, в согласии с формулой (14.84), интенсивность эмиссии пропорциональна  $A\langle\varepsilon B \tau_0\rangle / I_c$ . Заметим, что плосковершинные профили имеют те линии, в которых оболочка является оптически тонкой.

#### МНОГОУРОВЕННЫЕ АТОМЫ. ПРИМЕНЕНИЕ К ЗВЕЗДАМ ВОЛЬФА — РАЙЕ

В спектрах звезд Вольфа — Райе можно наблюдать содержащие по многу членов серии чрезвычайно сильных эмиссионных линий. Эти спектры подразделяются на два широких класса, WC и WN. В спектрах WC сильны линии C и O, линии же N практически отсутствуют. Напротив, в спектрах WN сильны линии N и практически нет линий C. Серия Пиккеринга ( $n = 4 - n'$ ) иона He II очень сильна. Из сравнения линий с нечетными  $n'$  (не блендируемых линиями водорода) и линий с четными  $n'$  (которые блендируются бальмеровскими линиями водорода) найдено, что излучение водорода слабое, откуда приходим к выводу, что отношение содержаний водорода и гелия должно быть значительно меньше единицы. Чтобы получить количественную информацию об этих интересных аномалиях химического состава, а также о физической структуре оболочки, необходимо выполнить полный анализ спектра с исполь-

зованием многоуровенной модели атома. В настоящее время точно определить детальную структуру атмосферы невозможно, и имеющиеся исследования [139], [140] выполнены в духе грубого анализа (при принятии значительного числа приближений) с целью получения оценок значений физических параметров в какой-то одной типичной точке атмосферы.

Уравнения статистического равновесия имеют вид  $\mathcal{R}_i + \mathcal{C}_i = 0$ , где  $\mathcal{R}_i$  и  $\mathcal{C}_i$  — числа несбалансированных переходов на уровень  $i$ , обусловленных соответственно радиативными и ударными процессами. Имеется по одному такому уравнению для каждого уровня рассматриваемого иона плюс одно дополнительное соотношение, определяющее полное относительное содержание различных химических элементов. Число несбалансированных ударных переходов в 1 см<sup>3</sup> за 1 с можно записать в виде (см. § 5.4)

$$\mathcal{C}_i = \sum_{j < i} [n_j - (n_j/n_i)^* n_i] C_{ji} + \sum_{j > i} [(n_i/n_j)^* n_j - n_i] C_{ij} + (n_i^* - n_i) C_{ik}, \quad (14.86)$$

а число несбалансированных радиативных переходов равно

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_i = & \sum_{j > i} [n_j (A_{ji} + B_{ji} \bar{J}_{ij}) - n_i B_{ij} \bar{J}_{ij}] + \\ & + \sum_{j < i} [n_j B_{ji} \bar{J}_{ji} - n_i (A_{ij} + B_{ij} \bar{J}_{ji})] + \\ & + n_i^* 4\pi \int_{\nu_i}^{\infty} \alpha_{ik}(\nu) (h\nu)^{-1} B_{\nu}(T_e) [1 - \exp(-h\nu/kT_e)] d\nu - \\ & - n_i 4\pi \int_{\nu_i}^{\infty} \alpha_{ik}(\nu) (h\nu)^{-1} J_{\nu} [1 - b_i^{-1} \exp(-h\nu/kT_e)] d\nu. \end{aligned} \quad (14.87)$$

Здесь через  $T_e$  обозначена температура в оболочке и  $n_i^* = n_k n_e \Phi_{ik}(T_e)$  [см. формулу (5.14)], где  $n_k$  — фактическая концентрация иона. Выражение для  $\mathcal{C}_i$  при заданных значениях  $T_e$  и  $n_e$  пригодно в том виде, в каком оно записано выше, выражение же для  $\mathcal{R}_i$  необходимо переписать в другом виде. Чтобы упростить выражение для числа связанных переходов, воспользуемся формулой (14.60). Тогда получим

$$\begin{aligned} n_j (A_{ji} + B_{ji} \bar{J}_{ij}) - n_i B_{ij} \bar{J}_{ij} = \\ = [n_j A_{ji} - (n_i B_{ij} - n_j B_{ji}) W B_{\nu}(T_e)] \beta_{ij}, \end{aligned} \quad (14.88)$$

где  $\beta_{ij}$  дается формулой (14.71), а  $\tau_{ij}$  — формулами (14.67) и (14.68)

(там оно обозначено через  $\tau_0$ ). В (14.88) мы использовали приближенное выражение  $\beta_c \approx W\beta$  и параметрически выразили  $I_c$  через температуру излучения  $T_c$ . Члены, описывающие связанно-свободные переходы, преобразовать несколько труднее, так как доплеровские смещения, вызванные расширением, почти не влияют на формирование континуума, и существенных упрощений из-за внутреннего выхода фотонов, имеющего место для линии, здесь практически нет. Фактически требуется иметь решение задачи о переносе для неподвижной среды. Чтобы обойти получение детально-го решения, положим  $J_\nu = J^c_\nu + J^d_\nu$ , где  $J^c_\nu$  представляет собой интенсивность излучения, испускаемого ядром звезды, а  $J^d_\nu$  — интенсивность диффузного излучения оболочки. Учитывая поглощение, мы примем, что

$$J^c_\nu \approx WB_\nu(T_c)e^{-\tau_\nu}, \quad (14.89)$$

где характерное оптическое расстояние между рассматриваемой точкой ( $R$ ) и ядром ( $r_c$ ) принимается равным

$$\tau_\nu = n_i \alpha_{ik}(\nu) [1 - b_i^{-1} \exp(-h\nu/kT_e)](R - r_c). \quad (14.90)$$

Далее, если предположить, что а) оболочка однородна и б) оптическое расстояние от рассматриваемой точки до границы в любом направлении равно  $\tau_\nu$ , то можно принять, что

$$J^d_\nu \approx S_{ik}(\nu)(1 - e^{-\tau_\nu}), \quad (14.91)$$

где  $S_{ik}(\nu) = (2h\nu^3/c^2)[b_i \exp(h\nu/kT_e) - 1]^{-1}$ . При этих предположениях уравнения статистического равновесия принимают вид  $\mathcal{A}\mathbf{n} = \mathcal{B}$ , где  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{B}$  содержат коэффициенты вероятностей переходов, вероятности выхода в линиях и аналогичные величины для континуума. Чтобы решить эту систему, нужно задать следующие параметры:  $T_c$ ,  $r_c$ ,  $R$ ,  $\nu(R)$ ,  $T_e$ ,  $n_e$  и полную концентрацию  $n_{\text{атом}}$  атомов рассматриваемого химического элемента. Большинство из этих величин можно найти из независимых соображений, и обычно свободными параметрами, которые должны определяться из сравнения модели с наблюдениями, являются только  $T_e$ ,  $n_e$  и  $n_{\text{атом}}$ . Система уравнений статистического равновесия нелинейна, так как оптические глубины  $\tau_{ij}$ ,  $\tau_\nu$  и менделевские множители  $b_i$  в рекомбинационных членах зависят от решения. Поэтому систему необходимо решать итеративным способом. Итерации можно производить, используя метод Ньютона — Рафсона, который обеспечивает быструю сходимость.

Чтобы рассчитать интенсивности линий, воспользуемся форму-

лой (14.83), считая в грубом приближении, что  $S_{ij}$  и  $\tau_{ij}$  постоянны при  $r_c \leq r \leq R$ , и пренебрегая угловой зависимостью в подынтегральных выражениях. Тогда вклад в профиль линии дают три составляющие, не зависящие от частоты и равные а)  $R_e = (R^2/r_c^2)[S_{ij}/B_\nu(T_c)](1 - e^{-\tau_{ij}})$  — эмиссионному компоненту, б)  $R_0 = -[S_{ij}/B_\nu(T_c)](1 - e^{-\tau_{ij}})$  — экранированному веществу и в)  $R_a = -(1 - e^{-\tau_{ij}})$  — абсорбционному компоненту. Части профиля, лежащие по обе стороны от центра линии, имеют одну и ту же ширину  $\Delta\lambda = \lambda v(R)/c$  (в единицах длин волн). Поэтому эквивалентная ширина равна (считаем ее положительной для эмиссионных линий)

$$W_\lambda = (\lambda v/c)(1 - e^{-\tau_{ij}})\{[(2R^2/r_c^2) - 1][S_{ij}/B_\nu(T_c)] - 1\}. \quad (14.92)$$

Если влияние экранирования и поглощения не учитывается, то в этой формуле следует опустить оба члена, содержащие  $-1$ . Формула (14.92) является лишь приближенной (из-за предположения об однородности оболочки) и может давать результаты с ошибкой вплоть до множителя 2. Приведенные результаты можно использовать для расчета профилей и интенсивностей линий, если известны  $S_{ij}$  и  $\tau_{ij}$  (т.е. населенности уровней), или же, наоборот, они могут использоваться в диагностике для нахождения этих величин.

Методы, изложенные в этом разделе, были использованы [140] для тщательного анализа спектра Не II у двух звезд типа WN 6: HD 192163 и HD 191765. На первом этапе полные интенсивности линий (у которых нет ни абсорбционных компонентов, ни эффектов экранирования) используются для эмпирического определения населенностей уровней. Для линии, возникающей при переходе  $u \rightarrow l$ , полная интенсивность равна

$$\begin{aligned} I_{ul} &\propto \int A_{ul} h \nu_{ul} n_u(r) \beta_{ul}(r) dV \propto \int \eta_{ul}(r) \beta_{ul}(r) dV \propto \\ &\propto [S_{ul}(r) [\nu_0 v(r)/C] \{1 - \exp[-\tau_{lu}(r)]\}] dV, \end{aligned} \quad (14.93)$$

причем мы воспользовались выражением (14.71) для  $\beta_{ul}$  и выражениями (14.67) и (14.68) для  $\tau_{lu}$ . Поэтому, предполагая однородность, получаем

$$I_{ul}/\nu_{ul}^4 = K \{1 - \exp[-\tau_{lu}(R)]\} / [(g_u n_l / g_l n_u) - 1], \quad (14.94)$$

где  $K$  для всех линий одно и то же. Для любой оптически толстой линии экспоненциальный член можно положить равным нулю. Есть основания ожидать, что для линии  $\lambda 4686$  ( $n = 3 \rightarrow n = 4$ ) это так. По наблюденным интенсивностям можно составить «приведенные интенсивности» (т.е. интенсивности по отношению к линии

$\lambda 4686$ )  $\mathcal{I}_{ul} = (I_{ul}/\nu_{ul}^4)/(I_{43}/\nu_{43}^4)$ . Согласно (14.94),

$$\mathcal{I}_{ul} = [1 - \exp(-\tau_{lu})][(g_4 n_3/g_3 n_4) - 1]/[(g_u n_l/g_l n_u) - 1], \quad (14.95)$$

где мы положили  $\exp(-\tau_{34}) = 0$ . Далее, можно написать

$$\tau_{lu} = A [(n_l/g_l) - (n_u/g_u)](g_l f_{lu} \lambda)/(n_4/g_4), \quad (14.96)$$

где

$$A = (\pi e^2/mc)(n_4/g_4)[R/v(R)]. \quad (14.97)$$

Если теперь предположить, что и в линии  $\lambda 3203$  ( $5 \rightarrow 3$ ), и в линии  $\lambda 10124$  ( $5 \rightarrow 4$ ) атмосфера также непрозрачна, то можно найти *численное значение*  $g_4 n_3/g_3 n_4 = \mathcal{I}_{54}(1 - \mathcal{I}_{53})/\mathcal{I}_{53}$ , а следовательно, и  $S_{43}$  для каждой звезды. В трех рассматривающихся пока линиях атмосфера в самом деле непрозрачна, но это не обязательно должно быть верно для более высоких членов серии, которые имеют гораздо меньшие значения  $f$ . Допустим, однако, что атмосфера непрозрачна во всех линиях серии Пиккеринга. Тогда соотношение (14.95) позволяет найти эмпирические значения  $g_4 n_u/g_u n_4$ . При разумных значениях  $n_e$  и  $T_e$  населенности верхних уровней иона  $\text{He}^+$  должны определяться столкновениями, и поэтому при  $u \geq 10$  они должны быть такими же, как при ЛТР:

$$n_u/g_u = n_{\text{ион}} n_e \frac{1}{2} (h^2/2\pi mk T_e)^{1/2} \exp(\chi_u/k T_e). \quad (14.98)$$

Так как  $\chi_u/k T_e \ll 1$  при  $u \gg 1$ , то  $n_u/g_u$  должно стремиться к некоторому *постоянному значению*. Для только что полученных эмпирических значений этого, однако, нет. Скорее  $n_u/g_u \propto (f\lambda)_{4u}$ , чего следует ожидать для *оптически тонких* линий из-за наличия множителя  $1 - \exp(-\tau_{4u}) \approx \tau_{4u} \propto (f\lambda)_{4u}$  при  $\tau_{4u} \ll 1$ . Мы приходим поэтому к выводу, что в *верхних линиях серии Пиккеринга* атмосфера является *оптически тонкой*. Это позволяет оценить сверху параметр  $A$ , определяемый формулой (14.97). Наложив физически разумные требования, чтобы  $n_u/g_u$  а) было монотонно убывающей функцией  $u$  (отсутствие инверсии населенностей) и б) становилось постоянным при  $u > 10$ , можно оценить значение  $A$ . Получаются следующие результаты:  $3 \leq A \leq 6$  для HD 192163 и  $2 \leq A \leq 8$  для HD 191765.

На следующем этапе можно использовать известную абсолютную величину  $M_v$ , чтобы по стандартным соотношениям получить абсолютный поток в континууме на  $\lambda 5500 \text{ \AA}$ . Если принять  $T_c = 40000 \text{ K}$ , на что указывают наблюдения, то тогда можно найти, что  $r_c \approx 13 R_\odot$ . Пользуясь полученным из наблюдений отноше-

нием  $F_c(\lambda 4686)/F_c(\lambda 5500)$ , находим  $F_c(\lambda 4686)$ . Используя затем наблюденную интенсивность эмиссионного компонента  $R_e(\lambda 4686)$ , можно найти  $R^2 S_{43}$ . Это дает в свою очередь  $R \approx 70 R_\odot$ , так как  $S_{43}$  уже известно. Отношение  $R/r_c \approx 5 \div 6$  находится в согласии с прямыми интерферометрическими измерениями для звезды  $\gamma^2\text{Vel}$  типа WC и объясняет отсутствие какого-либо влияния экранирования на профили линий. Принимая по наблюденным ширинам линий  $v(R) = 1000$  км/с и подставляя в соотношение (14.97) известные значения  $A$  и  $R$ , получаем численное значение  $n_e/g_e$ , а следовательно, и всех  $n_u/g_u$  (по эмпирически определенным отношениям  $g_4 n_u/g_u n_4$ ). Подставляя эти значения в формулу Саха (14.98) с  $u \geq 10$  и принимая  $T_e \approx 10^5$  К,  $n_e = 2n_i$  (т.е. считая атмосферу состоящей из полностью ионизованного гелия), находим  $n_e \approx 5 \cdot 10^{11}$  см<sup>-3</sup>. Отсюда следует, что оптическая толщина оболочки по электронному рассеянию равна  $\tau_e \approx n_e \sigma_e R = 1,5$ . Наконец, зная, что в старших членах серии оболочка оптически тонкая, по наблюдаемому избыtku излучения в линии  $\text{Pi}_{14}$  (которая блендируется с линией  $\text{H}_\gamma$ ) по отношению к линии  $\text{Pi}_{15}$  можно получить следующую оценку:  $n(\text{H}^+)/n(\text{He}^{++}) \approx n(\text{H})/n(\text{He}) \leq 1/2$ . Таким образом, у этих звезд содержание гелия по отношению к водороду выше обычного в 20 раз!

Имея определенные значения  $r_c$ ,  $T_c$ ,  $R$ ,  $v(R)$  и  $n_e$  и беря различные  $T_e$  и  $n(\text{He})$ , можно решить уравнения статистического равновесия. В результате получаются теоретические значения  $A$  и  $n_i/g_i$ . Такие расчеты были проведены [140] для 30-уровенного атома. Хорошее согласие с эмпирическими результатами получается при  $n(\text{He}) \approx 2,5 \cdot 10^{11}$  см<sup>-3</sup> и  $T_e \approx 10^5$  К (эти значения параметров являются не единственными возможными). Расчеты показывают, что населенности верхних уровней действительно определяются столкновениями и что  $b_u \rightarrow 1$  при  $u \gg 1$ . Далее, так как  $T_e > T_c$ , то для поддержания возбуждения в оболочке, по-видимому, необходим нерадиативный механизм подвода энергии.

Другое применение описанные выше методы нашли при анализе интенсивностей линий C III (в ультрафиолетовой, видимой и инфракрасной областях), наблюдаемых в спектре звезды  $\gamma^2\text{Vel}$  типа WC 8 [139]. В этой работе удалось получить независимые оценки параметров  $r_c$ ,  $T_c$ ,  $R$  и  $v(R)$ . Значения  $T_e$ ,  $n_e$  и  $n(\text{C}^{++})$  были определены из сравнения наблюденных эквивалентных ширин 10 линий с теоретическими ширинами, найденными по формуле (14.92) с использованием населенностей уровней, рассчитанных по модели атома, учитывающей 14 нижних термов  $\text{C}^{++}$ . Переходы на более высокие

уровни и в континуум не учитывались. Это несколько снижает точность определения населенностей верхних состояний. Хорошее согласие с наблюдениями было получено при  $T_e = 22\,000$  К,  $n_e = 4 \cdot 10^{11}$  см $^{-3}$  и  $n(\text{C}^{++}) = 1 \cdot 10^9$  см $^{-3}$ , причем принималось, что  $T_c = 30\,000$  К,  $R/r_c = 3,6$  и  $v(R) = 900$  км/с. Найдено, что населенности четырех нижних возбужденных состояний по отношению к основному состоянию больцмановские, тогда как более высокие уровни недонаселены. В предположении, что весь углерод находится в форме ионов C $^{++}$ , а все электроны поставляются водородом, найдена нижняя оценка отношения  $n(\text{C})/n(\text{H})$ , а именно  $2,5 \cdot 10^{-3}$ . Это значение превышает нормальное космическое содержание в 8 раз и заставляет думать, что содержание углерода в звездах WC в самом деле выше обычного и что главноество линий углерода в их спектрах этим и обусловлено. Учет других ионов углерода, а также электронов, поставляемых другими источниками (например, He), лишь повысил бы приведенную выше нижнюю оценку. Для  $\gamma^2\text{Vel}$   $T_e < T_c$ , что отнюдь не является аргументом в пользу нерадиативного подвода энергии и даже не исключает возможности лучистого равновесия в оболочке.

### 14.3 Уравнение переноса в сопутствующей системе координат

Все виды уравнения переноса, обсуждавшиеся в этой главе до сих пор, были основаны на использовании покоящейся системы отсчета наблюдателя, которому вещество звезды представляется движущимся. Как мы видели, при таком подходе имеется та трудность, что коэффициенты поглощения и излучения вещества из-за эффекта Доплера и aberrации света становятся зависящими от углов. Это приводит к появлению неустранимой связи между углом и частотой и порождает серьезные трудности при вычислении членов, описывающих рассеяние, с помощью дискретных квадратурных сумм. Поэтому становится заманчивым рассмотреть задачу о переносе излучения в системе отсчета, движущейся вместе со средой.

Есть два веских довода за использование системы отсчета, движущейся вместе с веществом. 1) С точки зрения того, как выглядит уравнение переноса, здесь имеется то преимущество, что в сопутствующей системе и коэффициент поглощения, и коэффициент излучения *не зависят от углов*. Далее, при решении задач с учетом частичного перераспределения можно пользоваться стандартными