Глава 15

Звездный ветер

Самые внешние слои атмосфер многих звезд находятся в состоянии непрерывного быстрого расширения. Вещество, истекающее из звезды при таком расширении, называется *звездным ветром*. Свойства ветра меняются в широких пределах. Один крайний случай — это очень мощные потоки (соответствующая скорость потери массы $\sim 10^{-5}\mathscr{M}_{\odot}$ в год). Они являются оптически толстыми в спектральных линиях (и даже в некоторых континуумах) и дают эмиссионные линии и линии с профилями типа P Лебедя. Противоположный крайний случай — сравнительно слабые потоки, такие, например, как у Солнца. Солнечный ветер является оптически тонким. С точки зрения потери массы роль его несущественна ($10^{-14}\mathscr{M}_{\odot}$ в год), но тем не менее он играет важную роль в балансе углового момента Солнца. В гл. 14 обсуждалась проблема образования спектра в атмосфере с *заданным* законом течения. Ниже исследуется *динамика* ветра и рассматриваются вопросы, связанные с балансом энергии и импульса. Будет установлено, что имеются два основных механизма, вызывающие появление звездного ветра. 1) У звезд с водородными конвективными зонами (подобных Солнцу) внешняя атмосфера представляет собой нагреваемую за счет механических движений *корону* очень высокой температуры. Оказывается, что в этом случае корона не может находиться в статическом равновесии (по давлению) с межзвездной средой, а неизбежно должна испытывать сверхзвуковое расширение, порождая поток, который отводит тепловую энергию газа. 2) У звезд высокой светимости, относящихся к ранним спектральным классам, поле излучения настолько сильное, что импульс, который фотоны передают газу, вызывает трансзвуковое истечение вещества. (Имеются также некоторые наблюдательные указания на то, что вблизи поверхностей этих звезд, возможно, есть короны; имеющиеся теоретические модели ветра у этих звезд являются лишь *предварительными*.)

Звездный ветер оказывается существенным при рассмотрении многих астрономических проблем. В некоторых случаях скорость потери массы настолько велика, что ведет к значительному изменению массы звезды за характерное время ее термоядерной эволюции и поэтому непосредственно влияет на эволюционный трек звезды. В других случаях возможность некатастрофической потери массы звездой в течение всей ее жизни может позволить ей проэволюционировать в белый карлик, минуя стадию сверхновой. Звездный ветер тормозит вращение звезд и сильно влияет на величину их углового момента. Кроме того, звездный ветер служит важным механизмом подвода массы и энергии к межзвездной среде, и поэтому его изучение помогает определить ее состав и термодинамическое состояние. В этой книге будет рассматриваться только ветер у *одиночных изолированных звезд*. Звездный ветер может также возникать в *двойных системах*, где может вызывать *быстрый обмен массой*. Он радикально меняет ход эволюции компонентов двойной, а в некоторых случаях порождает экзотические объекты, такие, как *рентгеновские источники*. Хотя объем книги не позволяет дать обсуждение этих явлений, излагаемый ниже материал может служить основой при изучении только что упомянутых более сложных случаев и обеспечивает подготовку к работе с литературой.

15.1. Уравнения гидродинамики для идеальной сжимаемой жидкости

В этом параграфе дается краткий вывод уравнений гидродинамики для идеальной (невязкой) сжимаемой жидкости, которая считается идеальным газом. Будем пренебрегать влиянием ионизации, считая, что вещество уже практически полностью ионизовано. Мы не будем пытаться обсуждать эти уравнения сколько-нибудь полно, поскольку по гидродинамике имеется много превосходных учебников и монографий [385], [692], [104], [490]. Для удобства изложения уравнения выводятся в декартовых координатах (в тех случаях, когда требуется явно указывать координатную систему), затем переписываются в векторно-тензорных обозначениях, и, наконец, для использования в задаче о звездном ветре уравнения выписываются в сферических координатах (в предположении сферической симметрии).

КИНЕМАТИКА

Рассмотрим сначала некоторые основные кинематические свойства сплошной среды. Считается, что газ состоит из смеси частиц разных видов (например, протонов, электронов, тяжелых ионов). Каждый вид частиц k имеет массу m_k и *функцию распределения* в пространстве и по скоростям $f_k(\mathbf{r}, \mathbf{V}, t)$, такую, что $f_k dx_1 dx_2 dx_3 dV_1 dV_2 dV_3$ представляет собой число частиц типа k в элементе объема $(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \mathbf{dr}) = [(x_1, x_1 + dx_1), (x_2, x_2 + dx_2), (x_3, x_3 + dx_3)]$ со скоростями в промежутке

$$(\mathbf{V}, \mathbf{V} + \mathbf{dV}) = [(V_1, V_1 + dV_1), (V_2, V_2 + dV_2), (V_3, V_3 + dV_3)]$$

в момент времени t. Предполагается, что плазма химически однородна, так что относительные концентрации частиц повсюду одни и те же. Распределение по скоростям характеризуется обычно *макроскопической скоростью течения* и *микроскопическим тепловым распределением*. Первое описывает движения частиц *в среднем* (а потому и локальное движение среды как целого) при наблюдении в неподвижной лабораторной системе отсчета, второе же описывает *случайные* движения отдельных частиц относительно этого среднего. Считается, что частота кулоновских столкновений в плазме настолько велика, что а) *нет дрейфа* частиц разных видов друг относительно друга и б) на микроскопическом уровне имеет место полное равнораспределение энергии в каждой точке, так что *частицы всех видов имеют одно и то же тепловое распределение*, характеризуемое *единой температурой* $T(\mathbf{r})$. Далее, предполагается, что микроскопическое распределение скоростей *изотропно*.

Концентрация (см^{-3}) частиц вида k есть

$$n_k(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} dV_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dV_2 \int_{-\infty}^{+\infty} dV_3 f_k(\mathbf{r}, \mathbf{V}, t). \tag{15.1}$$

Плотность, обусловленная частицами вида k, равна $m_k n_k(\mathbf{r}, t)$, а *полная плотность* (г/см^3) есть

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \sum_k m_k n_k(\mathbf{r}, t). \tag{15.2}$$

Средняя скорость $\langle V_i \rangle_k$ (т.е. *скорость течения жидкости*) в направлении i-го орта определяется так:

$$n_k \langle V_i \rangle_k = \int_{-\infty}^{+\infty} dV_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dV_2 \int_{-\infty}^{+\infty} dV_3 f_k(\mathbf{r}, \mathbf{V}, t) V_i. \tag{15.3}$$

Как упоминалось выше, считается, что скорость $\langle V_i \rangle_k$ для частиц всех видов одна и та же. Поэтому индекс k можно опустить. Компонент V_i полной скорости любой конкретной частицы можно тогда представить в виде $V_i = \langle V_i \rangle + V_i'$, где V_i' — случайная тепловая скорость в i-м направлении. Ясно, что $\langle V_i' \rangle = 0$. Полная *скорость течения* равна

$$v(\mathbf{r}, t) = \langle V_1 \rangle \mathbf{i} + \langle V_2 \rangle \mathbf{j} + \langle V_3 \rangle \mathbf{k} \equiv v_1(\mathbf{r}, t)\mathbf{i} + v_2(\mathbf{r}, t)\mathbf{j} + v_3(\mathbf{r}, t)\mathbf{k}. \tag{15.4}$$

Движение жидкости приводит к переносу массы. *Поток массы* определяется следующим образом:

$$\sum_k m_k n_k (\langle V_1 \rangle \mathbf{i} + \langle V_2 \rangle \mathbf{j} + \langle V_3 \rangle \mathbf{k}) = (\sum_k m_k n_k)\mathbf{v} = \rho \mathbf{v}. \tag{15.5}$$

Кроме того, частицы обладают импульсом, и скорость переноса i-й компоненты импульса через площадку, расположенную перпендикулярно к j-му орту, частицами вида k равна

$$\begin{aligned}
\Pi_{ij}^k(\mathbf{r}, t) &= m_k \int_{-\infty}^{+\infty} dV_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dV_2 \int_{-\infty}^{+\infty} dV_3 f_k(\mathbf{r}, \mathbf{V}, t) V_i V_j = \\
&= m_k \int_{-\infty}^{+\infty} dV_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dV_2 \int_{-\infty}^{+\infty} dV_3 f_k(\mathbf{r}, \mathbf{V}, t)(v_i + V_i')(v_j + V_j') = \\
&= m_k n_k(\mathbf{r}, t)(v_i v_j + v_i \langle V_j' \rangle_k + v_j \langle V_i' \rangle_k + \langle V_i' V_j' \rangle_k) = \\
&= m_k n_k(\mathbf{r}, t)(v_i v_j + \langle V_i' V_j' \rangle_k).
\end{aligned} \tag{15.6}$$

Величина $\langle V_i' V_j' \rangle_k$ есть среднее значение произведения i-й и j-й компонент случайной тепловой скорости. Поскольку распределение тепловых скоростей изотропно и между различными компонентами скорости корреляции нет, то

$$\langle V_i' V_j' \rangle_k = \langle (V_i')^2 \rangle_k \delta_{ij} = (kT/m_k)\delta_{ij}. \tag{15.7}$$

Поэтому

$$\Pi_{ij}^k = m_k n_k v_i v_j + (n_k kT)\delta_{ij} = m_k n_k v_i v_j + p_k \delta_{ij}, \tag{15.8}$$

где p_k — *парциальное давление,* обусловленное частицами вида k. Суммируя по частицам всех видов, получаем для полного *тензора потока импульса* выражение

$$\Pi_{ij} = (\sum_k m_k n_k) v_i v_j + (\sum_k p_k)\delta_{ij} = \rho v_i v_j + p\delta_{ij}, \tag{15.9}$$

где p — *полное давление газа.*

Наконец, упомянем о том, что имеются две (заметно отличающиеся друг от друга по своей идее) удобные схемы описания изменений, происходящих в жидкости в результате движений вещества. С точки зрения внешнего наблюдателя, естественное описание свойств среды будет состоять в том, чтобы найти любую характеристику α как функцию α (x_1, x_2, x_3, t). Изменение α в функции времени и положения описывается производной по времени $\partial/\partial t$, вычисленной при *фиксированных* x_1, x_2, x_3, и производными по пространственным координатам $\partial/\partial x_i$, найденными для *фиксированного* t. Эта схема называется *эйлеровым описанием*. С другой стороны, представим себе, что мы *следим за движением* элемента жидкости, содержащего определенное количество вещества. Эта схема называется *лагранжевым описанием*. Изменение со временем свойств лагранжева элемента жидкости описывается при помощи производной по времени D/Dt в *сопутствующей системе отсчета* (ее называют также лагранжевой, полной или субстанциональной производной). Связь между лагранжевой производной и производными в эйлеровой системе можно получить следующим образом. Производная $D\alpha/Dt$ определяется как предел при $\Delta t \to 0$ отношения $[\alpha(t + \Delta t) - \alpha(t)]/\Delta t$, *где α измеряется в системе отсчета, связанной с жидкостью* в моменты времени t и $t + \Delta t$ в двух различных (вообще говоря) точках, $\mathbf{r}$ и $\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r} = \mathbf{r} + \mathbf{v}\Delta t$. Учитывая изменение положения элемента жидкости, имеем

$$\alpha(t + \Delta t) = \alpha(\mathbf{r}, t) + \Delta t[(\partial\alpha/\partial t)_r + \sum (\partial\alpha/\partial x_i)_t v_i] =$$
$$= \alpha(\mathbf{r}, t) + \Delta t[(\partial\alpha/\partial t)_r + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\alpha].$$

Таким образом, заключаем, что для любого α (скаляра или вектора)

$$D\alpha/Dt = \partial\alpha/\partial t + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\alpha. \tag{15.10}$$

Лагранжево описание особенно удобно при изучении нестационарных *одномерных* течений (плоскопараллельных или сферически-симметричных), тогда как в случае сложных геометрий предпочтительнее эйлеров подход. Для *установившихся течений* (т.е. таких, у которых с точки зрения внешнего наблюдателя все свойства не зависят от времени, так что $\partial/\partial t \equiv 0$) обычно используется эйлерово описание.

УРАВНЕНИЕ НЕРАЗРЫВНОСТИ

Рассмотрим в жидкости некоторый фиксированный объем V. Если потребовать, чтобы общая *масса сохранялась*, то скорость уменьшения массы, заключенной в объеме V, дается полным потоком массы из этого объема через ограничивающую его поверхность

S. Таким образом,

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho d\tau = -\oint_S (\rho \mathbf{v}) \cdot \mathbf{dS} = -\int_V \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) d\tau, \tag{15.11}$$

где второе равенство следует из теоремы Гаусса. Написанное выше соотношение справедливо для *произвольного* объема V, и поэтому подынтегральные выражения должны быть равны. Отсюда получаем *уравнение неразрывности*

$$\partial\rho/\partial t + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \tag{15.12}$$

или, в силу соотношения (15.10),

$$D\rho/Dt + \rho\nabla \cdot \mathbf{v} = 0. \tag{15.13}$$

Уравнение (15.12) было выведено также в § 5.4 из уравнений статистического равновесия, написанных без использования предположения об ЛТР [см. уравнение (5.50)]. Для *установившегося течения* $\partial/\partial t \equiv 0$, и поэтому

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0. \tag{15.14}$$

Для одномерного сферически-симметричного течения уравнение (15.12) принимает вид

$$\partial\rho/\partial t + r^{-2}\partial(r^2\rho v)/\partial r = 0, \tag{15.15}$$

откуда следует, что в случае установившегося течения

$$4\pi r^2 \rho v = \text{const} = \dot{\mathcal{M}}. \tag{15.16}$$

Здесь $\dot{\mathcal{M}}$ — *скорость потери массы* через всю поверхность сферы, v — скорость в радиальном направлении.

Упражнение 15.1. Показать, что для любой физической переменной α (скалярной или векторной) из уравнения неразрывности следует соотношение

$$\rho(D\alpha/Dt) = \partial(\rho\alpha)/\partial t + \nabla \cdot (\rho\alpha\mathbf{v}). \tag{15.17}$$

УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ

Плотность импульса (т.е. импульс в расчете на единицу объема) в движущемся веществе равна $\rho\mathbf{v}$. Если опять рассмотреть некоторый фиксированный объем V, то производную по времени от импульса в этом объеме можно приравнять алгебраической сумме скорости потери импульса, определяемой *потоком импульса* через поверхность S, ограничивающую V, и скорости приобретения импульса под действием *силы* $\mathbf{f}$ *в расчете на единицу объема*, действующей на вещество в V. Поэтому

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\int_V \rho \mathbf{v} d\tau\right) = -\oint_S \mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{dS} + \int_V \mathbf{f} d\tau = \int_V (\mathbf{f} - \nabla \cdot \mathbf{\Pi}) d\tau, \qquad (15.18)$$

где опять была использована теорема Гаусса. Поскольку объем произволен, то приходим к выводу, что

$$\partial(\rho \mathbf{v})/\partial t = -\nabla \cdot \mathbf{\Pi} + \mathbf{f}. \qquad (15.19)$$

Подставляя для $\mathbf{\Pi}$ выражение (15.9), находим

$$\partial(\rho \mathbf{v})/\partial t + \nabla \cdot (\rho\, \mathbf{v}\, \mathbf{v}) = -\nabla p + \mathbf{f}. \qquad (15.20)$$

Уравнение (15.20) с учетом соотношения (15.17) можно переписать таким образом, что получим *уравнение движения*

$$\rho D\mathbf{v}/Dt = \rho[\partial \mathbf{v}/\partial t + (v \cdot \nabla)\mathbf{v}] = -\nabla p + \mathbf{f}. \qquad (15.21)$$

Для сферически-симметричного одномерного течения в поле силы тяжести $f_r = -G\mathcal{M}\rho/r^2$ уравнение (15.21) приобретает вид

$$\rho(\partial v/\partial t) + \rho v(\partial v/\partial r) = -\partial p/\partial r - GM\rho/r^2. \qquad (15.22)$$

Для *установившегося течения* первый член в уравнении (15.22) равен нулю.

УРАВНЕНИЕ ЭНЕРГИИ

Формулировка закона *сохранения энергии* для элемента объема газа дается в удобном виде *первым законом термодинамики*, который гласит, что сумма изменения de удельной (т.е. рассчитанной на единицу массы) внутренней энергии и работы, совершаемой газовым давлением p, когда удельный объем меняется на величину $d(1/\rho)$, равна количеству тепла dq в расчете на единицу массы, которое подводится к элементу, т.е.

$$de + pd(1/\rho) = dq. \qquad (15.23)$$

Представим себе, что эти изменения происходят в движущемся лагранжевом элементе жидкости в течение времени Δt, и предположим, что обмен теплом с окружающей средой происходит только путем *теплопроводности* (другие же механизмы подвода и оттока энергии, например за счет излучения и за счет диссипации механической энергии, не учитываются). Обусловленный ею *поток тепла* $\mathbf{q}_c$ дает скорость потери энергии в расчете на единицу массы, равную $(1/\rho)\nabla \cdot \mathbf{q}_c$. Тогда (15.23) дает *уравнение энергии для газа*

$$\rho[De/Dt + pD(1/\rho)/Dt] = -\nabla \cdot \mathbf{q}_c. \tag{15.24}$$

Обычно поток тепла вследствие теплопроводности записывается в виде $\mathbf{q}_c = -\varkappa\nabla T$, где $\varkappa$ — *коэффициент теплопроводности* вещества.

Из уравнения неразрывности видно, что $\rho D(1/\rho)/Dt = \nabla \cdot \mathbf{v}$. Поэтому уравнение (15.24) можно переписать в другой форме:

$$\rho De/Dt + p\nabla \cdot \mathbf{v} = -\nabla \cdot \mathbf{q}_c. \tag{15.25}$$

Далее, закон *сохранения механической энергии* можно вывести из уравнения движения (15.21), умножив его скалярно на $\mathbf{v}$. В результате находим

$$\rho D\left(\frac{1}{2}v^2\right)/Dt + (\mathbf{v} \cdot \nabla)p = \mathbf{v} \cdot \mathbf{f}. \tag{15.26}$$

Складывая уравнения (15.25) и (15.26) и замечая, что $\nabla \cdot (a\mathbf{b}) = (\mathbf{b} \cdot \nabla)a + a(\nabla \cdot \mathbf{b})$, находим *полное уравнение энергии*

$$\rho D\left(\frac{1}{2}v^2 + e\right)/Dt + \nabla \cdot (p\mathbf{v}) = \mathbf{v} \cdot \mathbf{f} - \nabla \cdot \mathbf{q}_c. \tag{15.27}$$

Используя соотношение (15.17) вместо (15.27) можно также написать

$$\partial\left(\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho e\right)/\partial t + \nabla \cdot \left[\left(\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho e + p\right)\mathbf{v} + \mathbf{q}_c\right] = \mathbf{v} \cdot \mathbf{f}. \tag{15.28}$$

Для *сферически-симметричного течения* уравнение (15.28) принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho e\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left[r^2\rho v\left(\frac{1}{2}v^2 + e + \frac{p}{\rho}\right) - r^2\varkappa\frac{\partial T}{\partial r}\right] = -\frac{G\mathcal{M}\rho v}{r^2}. \tag{15.29}$$

Для *установившегося* сферически-симметричного течения

$$\frac{\partial}{\partial r}\left[r^2\rho v\left(\frac{1}{2}v^2 + h\right) - r^2\varkappa\frac{\partial T}{\partial r}\right] + r^2\rho v G\mathcal{M}/r^2 = 0, \tag{15.30}$$

где $h = e + p/\rho$ — *удельная энтальпия*. Если вспомнить, что

$r^2\rho v = \text{const}$, то уравнение (15.30) можно проинтегрировать, что дает *полный интеграл энергии*

$$4\pi r^2\rho v\left[\frac{1}{2}v^2 + h - (G\mathcal{M}/r)\right] - 4\pi r^2\varkappa(\partial T/\partial r) = C. \qquad (15.31)$$

Соотношение (15.31) показывает, что полный поток энергии через сферическую поверхность (складывающийся из потоков кинетической энергии, энтальпии газа, потенциальной энергии и потока тепла за счет теплопроводности) для установившегося течения постоянен.

ЗВУКОВЫЕ ВОЛНЫ

Когда сжимаемая среда испытывает малое мгновенное возмущение, в ней возникают и начинают распространяться колебания малой амплитуды (состоящие из чередующихся сжатий и разрежений). Эти колебания представляют собой *звуковые волны*, а характерная скорость их распространения есть *скорость звука*. Предположим, что среда обладает плоской симметрией и однородна. Пусть первоначально она находится в покое, имея плотность ρ_0 и давление p_0. Запишем возмущенные значения плотности и давления в виде $\rho = \rho_0 + \rho_1$ и $p = p_0 + p_1$ соответственно, где считается, что $\rho_1 \ll \rho_0$ и $p_1 \ll p_0$. Кроме того, и скорость распространения возмущения v также следует рассматривать как малую величину. Тогда, подставляя эти выражения в уравнение неразрывности (15.12) и уравнение движения (15.21) (с внешней силой $f = 0$), выполняя необходимые разложения и удерживая только члены первого порядка относительно возмущений, находим

$$\partial\rho_1/\partial t + \rho_0\partial v/\partial x = 0 \qquad (15.32)$$

и

$$\rho_0\partial v/\partial t + \partial p_1/\partial x = 0. \qquad (15.33)$$

В *идеальной* жидкости (т.е. в жидкости без вязкости и без теплопроводности) обмена тепловой энергией между отдельными элементами нет и вещество ведет себя *адиабатически*. Поэтому можно написать

$$\partial p_1/\partial x = (\partial p/\partial\rho)_s(\partial\rho_1/\partial x) = a^2(\partial\rho_1/\partial x),$$

где $(\partial p/\partial\rho)_s$ — производная давления по плотности *при постоянной энтропии*. Далее, дифференцируя уравнение (15.32) по t, а (15.33) — по x и исключая смешанную производную $\partial^2 v/\partial t\partial x$, получаем

$$\partial^2\rho_1/\partial t^2 - a^2\partial^2\rho_1/\partial x^2 = 0. \qquad (15.34)$$

Уравнение (15.34) представляет собой *волновое уравнение,* причем a есть скорость распространения волн. Таким образом, *адиабатическая скорость звука* дается выражением

$$a_s = [(\partial p/\partial\rho)_s]^{\frac{1}{2}}. \qquad (15.35)$$

Для идеального газа, испытывающего адиабатические изменения, $p/p_0 = (\rho/\rho_0)^\gamma$, где γ — отношение удельных теплоемкостей при постоянном давлении и при постоянном объеме (для идеального одноатомного газа $\gamma = 5/3$). Поэтому

$$a_s = (\gamma p/\rho)^{\frac{1}{2}} = (\gamma kT/\mu m_H)^{\frac{1}{2}}, \qquad (15.36)$$

где μ — средний молекулярный вес. В некоторых случаях может иметь место почти свободный обмен энергией между волной и окружающим веществом за счет теплопроводности или излучения. При этом флуктуации температуры в звуковой волне подавляются (вследствие чего волна затухает), и ее распространение происходит изотермически. В этом случае $p = \rho(kT_0/\mu m_H)$, так что *изотермическая скорость звука* есть

$$a = (kT_0/\mu m_H)^{\frac{1}{2}}. \qquad (15.37)$$

СООТНОШЕНИЯ РЭНКИНА — ГЮГОНИО ДЛЯ СТАЦИОНАРНЫХ УДАРНЫХ ВОЛН

Скорость звука представляет собой ту скорость, с которой возмущение само по себе распространяется в сжимаемой жидкости. Если скорость течения превосходит скорость звука, то регулирование состояния жидкости с помощью звувовых волн происходит недостаточно быстро и возникают ситуации, когда характеристики течения могут заметно меняться на весьма малом расстоянии. Это порождает почти разрывные изменения параметров среды на поверхности раздела, называемой *фронтом ударной волны*. Ударные волны могут возникать при весьма различных обстоятельствах. Например, в пульсирующей звезде волна, возникшая на большой глубине, из-за падения плотности при ее продвижении вверх в атмосфере будет распространяться со все большей и большей скоростью. В конце концов скорость ее движения в веществе становится больше скорости звука, так что возникает ударная волна, которая движется наружу, в верхние слои атмосферы. Подобные ударные волны порождают интересные спектроскопические эффекты у звезд типа RR Лиры и у цефеид, однако заниматься здесь этим вопросом у нас нет возможности. С другой стороны, в случае установившегося течения может возникать *стационарная* ударная волна. Это происходит, когда можно считать, что газ наталкивается на препятствие (например, при сужении сопла или канала, по которому происходит течение, или в том месте, где звездный ветер наталкивается на межзвездную среду). Имея в виду цели этой главы, будем рассматривать только стационарные волны.

Структура фронта ударной волны определяется диссипативными процессами, обусловленными вязкостью, теплопроводностью и лучистым переносом. Кроме того, вещество за фронтом ударной волны может оказаться выведенным из состояния равновесия по одной или нескольким степеням свободы в зависимости от того, насколько велики характерные времена релаксации, за которые происходит восстановление равновесия (детальное обсуждение этих явлений см. в [692]). Этими эффектами мы будем полностью пренебрегать, предполагая, что среда представляет собой идеальный одноатомный газ, находящийся повсюду в равновесии, и что ударная волна — это разрыв, осуществляющийся в пределах бесконечно тонкого слоя. Если рассмотреть прохождение частиц через поверхность раздела, то ясно, что потоки массы, импульса и энергии должны сохраняться. Если для обозначения характеристик газа *до* разрыва (т.е. характеристик вещества, втекающего в разрыв) использовать индекс 1, а индекс 2 — для обозначения характеристик газа *после* разрыва (т.е. характеристик вещества, прошедшего через разрыв), то только что упомянутые условия сохранения приобретают вид (для плоской геометрии)

$$\rho_1 v_1 = \rho_2 v_2, \tag{15.38}$$

$$p_1 + \rho_1 v_1^2 = p_2 + \rho_2 v_2^2, \tag{15.39}$$

$$\rho_1 v_1 [e_1 + (p_1/\rho_1) + \frac{1}{2} v_1^2] = \rho_2 v_2 [e_2 (p_2/\rho_2) + \frac{1}{2} v_2^2]. \tag{15.40}$$

Соответствующие потоки найдены с помощью формул (15.5), (15.9) и (15.28). В силу равенства (15.38) и того, что для идеального газа $e = (p/\rho)/(\gamma - 1)$ и $h = e + (p/\rho) = \gamma(p/\rho)/(\gamma - 1)$, соотношение (15.40) можно переписать в виде

$$[\gamma p_1/(\gamma - 1)\rho_1] + \frac{1}{2} v_1^2 = (\gamma p_2/(\gamma - 1)p_2] + \frac{1}{2} v_2^2. \tag{15.41}$$

Если с помощью равенства (15.38) исключить v_2, использовать определение скорости звука согласно формуле (15.36) и ввести *чис-*

ло Маха $M_1 = v_1/a_s$, то соотношения (15.39) и (15.41) можно переписать следующим образом:

$$(p_2/p_1) = 1 + \gamma M_1^2[1 - (\rho_1/\rho_2)], \tag{15.42}$$

$$2[(\rho_1 p_2/\rho_2 p_1) - 1] = (\gamma - 1)M_1^2[1 - (\rho_1/\rho_2)^2]. \tag{15.43}$$

Эти равенства называют *соотношениями Рэнкина — Гюгонио*. Соотношение (15.42) при заданных (p_1, ρ_1) дает p_2 в функции ρ_2. В принципе существуют два решения: а) $p_2 < p_1$ и $\rho_2 < \rho_1$ и б) $p_2 > p_1$ и $\rho_2 > \rho_1$. Однако можно показать (см. [385], § 82 — 84, или [692], § 17), что второй закон термодинамики и соображения устойчивости исключают случай б) и что физически возможны только *ударные волны сжатия*.

Соотношения (15.12) и (15.43) можно разрешить относительно p_2/p_1 и ρ_2/ρ_1, что дает

$$\rho_2/\rho_1 = v_1/v_2 = (\gamma + 1)M_1^2/[(\gamma - 1)M_1^2 + 2] \tag{15.44}$$

и

$$p_2/p_1 = [2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)]/(\gamma + 1). \tag{15.45}$$

Пользуясь уравнением состояния идеального газа, можно также написать

$$T_2/T_1 = [2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)][(\gamma - 1)M_1^2 + 2]/M_1^2(\gamma + 1)^2. \tag{15.46}$$

Упражнение 15.2. а) Проверить справедливость соотношений (15.42) и (15.43). б) Показать, что соотношение (15.43) можно привести к одному из обычно используемых видов

$$e_2 - e_1 = \frac{1}{2}(\rho_1^{-1} - \rho_2^{-1})(p_1 + p_2)$$

или

$$h_2 - h_1 = \frac{1}{2}(\rho_1^{-1} - \rho_2^{-1})(p_2 - p_1).$$

Упражнение 15.3. а) Проверить справедливость соотношений (15.44) — (15.46). б) Показать, что за фронтом ударной волны число Маха равно

$$M_2^2 = [(\gamma - 1)M_1^2 + 2]/[2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)]$$

и что, согласно этой формуле, за разрывом течение всегда является дозвуковым.