Глава 9

Профиль коэффициента поглощения в линии

Профили линий, которые видны в звездных спектрах, несут в себе сведения как о физических условиях, так и о содержании химических элементов в звездной атмосфере. Поэтому они служат чрезвычайно ценным средством для диагностики атмосфер, и нужно стремиться как можно полнее извлечь ту информацию, которая в них заключена. Чтобы иметь возможность выполнить анализ наблюдаемых профилей линий, нам нужно знать, как та функция, которая описывает распределение непрозрачности в линии в функции частоты, т.е. *коэффициент поглощения* в линии, зависит от локальных условий — плотности, температуры и т.д. У изолированного атома с уровнями, имеющими практически бесконечные времена жизни, спектральные линии были бы почти абсолютно тонкими. Но на самом деле имеется несколько механизмов, которые вызывают размытость уровней у реальных атомов, находящихся в плазме, и, как следствие этого, приводят к *уширению линий*.

Первым механизмом уширения линий, который будет рассмотрен ниже, является *естественное затухание* (или *затухание вследствие излучения*). Этим термином описывается ширина линии, определяемая конечностью времени жизни атомных уровней из-за их распада вследствие самого процесса излучения. Естественное затухание имеет место даже у одиночного изолированного атома. Если атом находится в плазме, то его линии будут испытывать дополнительное *расширение вследствие давления*, вызываемое возмущением цуга излучаемых волн из-за столкновений с другими атомами или заряженными частицами газа.

В рамках классической электродинамики расширение давлением описывается двумя приближенными теориями, соответствующими различным предельным случаям. Первая из них известна под названием *ударного приближения*. В ней излучающий атом считается осциллятором, испытывающим столкновение, которое происходит практически мгновенно и прерывает излучаемый цуг волн, вызывая внезапный сдвиг фазы или переход на другой энергетический уровень. Подобные столкновения являются, таким образом, причиной того, что промежутки между «началом» и «концом» процесса излучения у атома конечны. Это в свою очередь приводит к расплыванию полосы частот в излучаемой волне и к сдвигу линии относительно ее несмещенной центральной частоты. Альтернативный подход известен под названием *статистической теории*. Здесь считается, что излучающий атом находится в поле, создаваемом ансамблем возмущающих частиц. Это поле из-за движения частиц будет испытывать статистические флуктуации около некоторого среднего значения. При той или иной конкретной напряженности поля энергетические уровни излучающего атома слегка сдвигаются и соответственно частота линии несколько изменяется. Далее принимается, что интенсивность излучения на любой заданной смещенной частоте пропорциональна вероятности, с которой встречается соответствующая величина напряженности поля.

Границы применимости *классических* теорий уширения вследствие давления определяются в первую очередь их неспособностью учитывать истинную *структуру* излучающего атома и возможность переходов между уровнями под действием столкновений с возмущающими частицами. *Квантовая теория* уширения давлением свободна от обоих этих недостатков. Ее результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Наконец, следует учесть, что в звездной атмосфере мы наблюдаем совокупность движущихся атомов, имеющих определенное распределение проекций скоростей на луч зрения. Профиль линии у каждого атома смещен из-за эффекта Доплера на величину, определяемую проекцией скорости этого атома на луч зрения. Профиль, порождаемый совокупностью атомов, есть суперпозиция таких смещенных профилей отдельных атомов, даваемая сверткой атомного профиля и распределения атомов по скоростям.

За последнее десятилетие в теории уширения линий был достигнут колоссальный прогресс. К настоящему времени имеются надежные расчеты профилей для многих линий, представляющих для астрофизики первостепенный интерес. Квантовая теория достигла высокого совершенства, но одновременно стала и довольно сложной. Поскольку имеется несколько монографий, посвященных систематическому изложению общей теории уширения линий (см., в частности, [264], [268], [629]), в этой главе будет дана лишь краткая сводка важнейших результатов. За дальнейшими сведениями следует обратиться к только что упомянутым книгам или к статьям, ссылки на которые собраны в [228], [229], [232].

9.1. Профиль, обусловленный естественным затуханием

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР, СПЕКТР МОЩНОСТИ И АВТОКОРРЕЛЯЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ

Приведем сначала несколько основных соотношений, которые понадобятся нам в дальнейшем. Рассмотрим некоторый зависящий от времени процесс с амплитудой $f(t)$. *Преобразование Фурье* $F(\omega)$ определим следующим образом:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} t(t)e^{-i\omega t}dt. \tag{9.1}$$

Обращение преобразования Фурье дается формулой

$$f(t) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{i\omega t}d\omega. \tag{9.2}$$

Величина

$$E(\omega) = (2\pi)^{-1}F^*(\omega)F(\omega) \tag{9.3}$$

называется *энергетическим спектром* процесса. Такое название мотивируется тем, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} E(\omega)d\omega = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} F^*(\omega)F(\omega)d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} f^*(t)f(t)dt. \tag{9.4}$$

Это равенство можно проверить прямой подстановкой в него (9.1). Если, например, $f(t)$ — напряжение на концах сопротивления в 1 Ом, то $f^*(t)f(t)$ — мгновенная мощность, подводимая к сопротивлению, а интеграл по времени дает полную энергию. Таким образом, $E(\omega)$ непосредственно измеряет энергию цуга волн на частоте ω.

Во многих случаях используется не сам энергетический спектр, а количество энергии, подводимой за единицу времени. Оно характеризуется *спектром мощности* $I(\omega)$, который вводится так:

$$I(\omega) = \lim_{T\to\infty} (2\pi T)^{-1} \left| \int_{-T/2}^{T/2} f(t)e^{-i\omega t}dt \right|^2. \tag{9.5}$$

Однако для колебаний конечной продолжительности (или, скажем, с экспоненциальным затуханием) спектр мощности будет равен нулю, так как усреднение *конечной* полной излученной энергии по *бес-*

конечному временному промежутку даст нулевую мощность. В подобных случаях, представляющих практический интерес, используется непосредственно энергетический спектр, причем предполагается, что мы наблюдаем *ансамбль* осцилляторов, *возникающих с постоянным темпом* и обладающих *случайными фазами*. Тогда в результате мы получим конечную мощность с распределением по частотам, пропорциональным энергетическому спектру отдельных осцилляторов.

В некоторых случаях рассчитать спектр мощности, исходя непосредственно из его определения (9.5), оказывается невозможным. Тогда целесообразно использовать *автокорреляционную* функцию

$$\Phi(s) = \lim_{T\to\infty} T^{-1} \int_{-T/2}^{T/2} f^*(t)f(t+s)dt, \tag{9.6}$$

через которую спектр мощности выражается следующим образом:

$$I(\omega) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(s)e^{-i\omega s}ds, \tag{9.7}$$

что можно проверить непосредственной подстановкой, выполнив предельный переход при интегрировании по s. Автокорреляционная функция представляет собой мощное средство для расчета спектров мощности излучения, испускаемого атомами, возмущаемыми столкновениями.

КЛАССИЧЕСКИЙ ЗАТУХАЮЩИЙ ОСЦИЛЛЯТОР

Простейшее описание процесса излучения в линии получается, если считать атом классическим осциллятором. В §4.2 при расчете мощности энергии, испускаемой осциллятором, было показано, что профиль линии, излучаемой возбуждаемым синусоидальной волной затухающим осциллятором, является лоренцевским. Применим кратко описанные выше понятия к осциллятору, затухающему вследствие излучения, и покажем, что профиль получается тем же самым. Согласно классической электродинамике, уравнение движения излучающего осциллятора имеет вид [см. уравнение (4.27)]

$$\ddot{x} = -\omega_0^2 x - \gamma x, \tag{9.8}$$

где γ — *классическая постоянная затухания*

$$\gamma = 2e^2\omega_0^2/3mc^3. \tag{9.9}$$

Член, описывающий затухание вследствие излучения, гораздо меньше по величине, чем член, дающий упругую силу. Поэтому его можно оценить, пользуясь незатухающим решением $x = x_0 \exp(i\omega_0 t)$, что дает

$$\ddot{x} = -(\omega_0^2 + i\gamma\omega_0)x. \tag{9.10}$$

Если пренебречь членами порядка γ^2, то решение уравнения (9.10) дается выражением

$$x = x_0 e^{i\omega_0 t} e^{-\gamma t/2}. \tag{9.11}$$

Это экспоненциально затухающие колебания. Найдя преобразование Фурье в предположении, что колебания начинаются внезапно при $t = 0$, мы получим

$$F(\omega) = x_0 \int_0^\infty e^{-i(\omega - \omega_0)t} e^{-\gamma t/2} dt = x_0/[i(\omega - \omega_0) + \gamma/2]. \tag{9.12}$$

Поэтому энергетический спектр осциллятора есть

$$E(\omega) = (x_0^2/2\pi)[(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2]^{-1}. \tag{9.13}$$

Спектр мощности совокупности таких осцилляторов, непрерывно возникающих со случайными фазами, пропорционален $E(\omega)$. Поэтому профиль, нормированный так, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} I(\omega) d\omega = 1, \tag{9.14}$$

имеет вид

$$I(\omega) = (\gamma/2\pi)[(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2]^{-1}. \tag{9.15}$$

Таким образом, затухающий классический осциллятор порождает *лоренцевский профиль* с полной шириной по половинной интенсивности, равной γ. В шкале длин волн эта ширина равна

$$\Delta\lambda_c = 2\pi c\gamma/\omega_0^2 = 4\pi e^2/3mc^2 = 1{,}2 \cdot 10^{-4} \text{Å}. \tag{9.16}$$

Эта ширина гораздо меньше ширин линий в лабораторных или звездных спектрах. Поэтому нам следует изучить более общие представления о том, как протекают процессы излучения.

КВАНТОВОМЕХАНИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ

Квантовомеханический аналог затухающего осциллятора получается, если принять, что излучение возникает при переходе атома из возбужденного состояния с конечным временем жизни в основное состояние. Следуя Вигнеру и Вайскопфу, запишем вероятность обнаружить атом в возбужденном состоянии j в виде

$$P_j(t) = \psi_j^* \psi_j e^{-\Gamma t}, \tag{9.17}$$

где $\Gamma = A_{ji}$ — коэффициент спонтанного перехода. Тогда зависимость волновой функции этого состояния от времени описывается формулой

$$\psi_j(\mathbf{r}, t)e^{-\Gamma t/2} = u_j(\mathbf{r})e^{-iE_jt/\hbar}e^{-\Gamma t/2} = u_j(\mathbf{r})e^{-(i\omega_j + \Gamma/2)t}. \tag{9.18}$$

В соответствии с *принципом неопределенности* считаем, что состояние j, с которого происходит переход вниз (его характерное время жизни Δt_j), имеет не абсолютно точно определенную энергию, а представляет собой суперпозицию состояний с энергиями из некоторого промежутка около E_j (с характерной шириной $\Delta E_j \sim \hbar/\Delta t_j$). Согласно фундаментальным соотношениям взаимности квантовой механики, *амплитуда* распределения энергии дается преобразованием Фурье от временной зависимости волновой функции, а распределение *вероятностей* состояний с данной энергией есть квадрат этой амплитуды. Поэтому, вычислив преобразование Фурье от выражения (9.18), убедимся, что *по форме* получится тот же самый результат, который был найден из формулы (9.11). Действуя и дальше точно таким же образом, как при получении (9.15), окончательно найдем

$$I(\omega) = (\Gamma/2\pi)[(\omega - \omega_0)^2 + (\Gamma/2)^2]^{-1}. \tag{9.19}$$

Из (9.17) видно, что Γ следует интерпретировать как величину, обратную времени жизни верхнего состояния. Если из верхнего состояния U возможно *несколько* различных переходов, то соответствующей шириной состояния будет

$$\Gamma_U = \sum_{i<U} A_{Ui}. \tag{9.20}$$

Предположим теперь, что рассматриваемая линия возникает при переходе между двумя *возбужденными* состояниями, так что нижнее состояние L также имеет некоторую ширину Γ_L, определяемую формулой, аналогичной (9.20). Вообще говоря, профиль линии должен отражать ширины *обоих* состояний. Допустим, что распределение подсостояний каждого из уровней около его номинальной энергии дается лоренцевским профилем с соответствующим Γ. Положим для каждого из уровней $\delta = \Gamma/2$ и обозначим через x

смещение определенного подсостояния по частоте от номинальной частоты, т.е. $x = (E - E_0)/\hbar$. Предположим, что вероятность перехода в данное конечное подсостояние x' нижнего уровня не зависит от подсостояния x верхнего уровня, из которого начинается переход. Тогда совместная вероятность того, что переход начнется из подсостояния x и закончится в подсостоянии x', равна

$$p(x, x') = (\delta_L \delta_U/\pi^2)[(x^2 + \delta_U^2)(x'^2 + \delta_L^2)]^{-1}. \qquad (9.21)$$

Если интересоваться лишь переходами, приводящими к излучению некоторой фиксированной частоты ω, то x и x' должны быть связаны соотношением $\omega_0 + x - x' = \omega$, или, если ввести обозначение $x_0 = \omega - \omega_0$,

$$x' - x = x_0. \qquad (9.22)$$

Полная интенсивность на частоте ω получается суммированием по всем верхним подсостояниям x, причем соответствующие x' определяются из равенства (9.22), так что

$$I(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x, x - x_0)dx =$$

$$= \frac{\delta_U \delta_L}{\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + \delta_U^2)[(x - x_0)^2 + \delta_L^2]}. \qquad (9.23)$$

Этот интеграл можно вычислить с помощью контурного интегрирования, воспользовавшись теорией вычетов. Следует учесть вклад от полюсов при $z = \pm i\delta_U$ и $z = x_0 \pm i\delta_L$. Выполнив интегрирование, убеждаемся, что и здесь $I(\omega)$ дается формулой (9.19), однако теперь ширина, обусловленная затуханием, равна

$$\Gamma = \Gamma_L + \Gamma_U. \qquad (9.24)$$

Итак, профиль является *лоренцевским с полушириной, равной сумме полуширин обоих уровней.*

Упражнение 9.1. Вычислить интеграл (9.23) путем интегрирования по контуру и убедиться в справедливости выражения (9.24).

Лоренцевский профиль, полученный нами выше, строго говоря, является *профилем излучения*. Если, однако, допустить, что имеет место *детальный баланс*, то *профиль поглощения* будет иметь *тот же самый вид*. Чтобы перейти к сечению поглощения в расчете на один атом, вспомним соотношения (4.34) и (4.35), из которых следует, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} \alpha_\nu d\nu = (\pi e^2/mc)f. \qquad (9.25)$$

Тогда, взяв профиль излучения вида (9.19) и вернувшись в нем к обычной частоте, получим, что сечение поглощения равно

$$\alpha_\nu = \frac{\pi e^2}{mc} f \frac{\Gamma/4\pi^2}{(\nu - \nu_0)^2 + (\Gamma/4\pi)^2}. \qquad (9.26)$$

Затухание вследствие излучения имеет первостепенное значение для сильных линий в средах низкой плотности, например для L_α в межзвездной среде. В звездных же атмосферах в большинстве случаев линии образуются в областях, где концентрация возмущающих атомов, ионов и электронов настолько высока, что становятся существенными (или даже преобладают) эффекты уширения вследствие давления.

9.2. Влияние доплеровского уширения. Фойгтовский профиль

Когда наблюдается линия, образующаяся в спектре звездной атмосферы (или лабораторной плазмы), мы видим результат суммарного поглощения всеми атомами из целого ансамбля. Каждый атом будет иметь некоторую скорость вдоль луча зрения (в системе координат, связанной с наблюдателем), и собственный профиль этого атома вследствие эффекта Доплера окажется смещенным по частоте на соответствующую величину. Если процесс затухания, определяющий собственный профиль каждого атома, не коррелирует со скоростью этого атома, то, чтобы получить полное сечение поглощения, смещенные профили следует наложить друг на друга, что достигается взятием свертки.

Примем, что плазма характеризуется кинетической температурой T, а распределение частиц по скоростям максвелловское, так что вероятность обнаружить атом с проекцией скорости на луч зрения ξ, лежащей в промежутке $(\xi, \xi + d\xi)$, равна

$$W(\xi)d\xi = (\pi^{1/2}\xi_0)^{-1}\exp(-\xi^2/\xi_0^2)d\xi, \qquad (9.27)$$

где $\xi_0 = (2kT/m)^{1/2} = 12{,}85(T/10^4A)^{1/2}$ км/с, причем A — атомный