чете на один атом, вспомним соотношения (4.34) и (4.35), из которых следует, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} \alpha_\nu d\nu = (\pi e^2/mc)f. \tag{9.25}$$

Тогда, взяв профиль излучения вида (9.19) и вернувшись в нем к обычной частоте, получим, что сечение поглощения равно

$$\alpha_\nu = \frac{\pi e^2}{mc} f \frac{\Gamma/4\pi^2}{(\nu - \nu_0)^2 + (\Gamma/4\pi)^2}. \tag{9.26}$$

Затухание вследствие излучения имеет первостепенное значение для сильных линий в средах низкой плотности, например для L_α в межзвездной среде. В звездных же атмосферах в большинстве случаев линии образуются в областях, где концентрация возмущающих атомов, ионов и электронов настолько высока, что становятся существенными (или даже преобладают) эффекты уширения вследствие давления.

9.2. Влияние доплеровского уширения. Фойгтовский профиль

Когда наблюдается линия, образующаяся в спектре звездной атмосферы (или лабораторной плазмы), мы видим результат суммарного поглощения всеми атомами из целого ансамбля. Каждый атом будет иметь некоторую скорость вдоль луча зрения (в системе координат, связанной с наблюдателем), и собственный профиль этого атома вследствие эффекта Доплера окажется смещенным по частоте на соответствующую величину. Если процесс затухания, определяющий собственный профиль каждого атома, не коррелирует со скоростью этого атома, то, чтобы получить полное сечение поглощения, смещенные профили следует наложить друг на друга, что достигается взятием свертки.

Примем, что плазма характеризуется кинетической температурой T, а распределение частиц по скоростям максвелловское, так что вероятность обнаружить атом с проекцией скорости на луч зрения ξ, лежащей в промежутке $(\xi, \xi + d\xi)$, равна

$$W(\xi)d\xi = (\pi^{1/2}\xi_0)^{-1}\exp(-\xi^2/\xi_0^2)d\xi, \tag{9.27}$$

где $\xi_0 = (2kT/m)^{1/2} = 12{,}85(T/10^4A)^{1/2}$ км/с, причем A — атомный вес атомов. Тогда, если мы наблюдаем на частоте ν, то атом с проекцией скорости ξ поглощает в своей собственной системе отсчета на частоте $\nu(1 - \xi/c)$ и коэффициент поглощения этого атома есть $\alpha(\nu - \xi\nu/c)$. Полный коэффициент поглощения на частоте ν дается поэтому интегралом, представляющим собой свертку

$$\alpha_\nu = \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(\nu - \xi\nu/c) W(\xi) d\xi. \tag{9.28}$$

Формулу (9.28) можно применять для учета влияния *доплеровского уширения* при любом профиле поглощения. Всюду в дальнейшем в этом параграфе мы ограничиваемся рассмотрением случая, когда собственный профиль является лоренцевским.

Подставляя соотношения (9.26) и (9.27) в формулу (9.28) и вводя обозначения

$$v = (\nu - \nu_0)/\Delta\nu_D, \tag{9.29}$$

$$y = \Delta\nu/\Delta\nu_D = \xi/\xi_0 \tag{9.30}$$

$$a = \Gamma/4\pi\Delta\nu_D, \tag{9.31}$$

где $\Delta\nu_D$ — ***доплеровская ширина*** линии

$$\Delta\nu_D = \xi_0\nu_0/c, \tag{9.32}$$

найдем, что коэффициент поглощения можно записать в виде

$$\alpha_\nu = (\pi^{1/2} e^2 f/mc\Delta\nu_D) H(a, v), \tag{9.33}$$

где

$$H(a, v) = \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-y^2} dy}{(v - y)^2 + a^2}. \tag{9.34}$$

Функция $H(a, v)$ называется *функцией Фойгта*. При выводе (9.34) считалось приближенно, что $\xi\nu/c \approx \xi\nu_0/c$ (для звездных атмосфер это оправдано). Обширные таблицы $H(a, v)$ даются в [219] и [314].

Общие методы вычисления функции Фойгта описываются в работах [314], [527], [528]. В условиях, представляющих интерес для астрофизики, обычно $a \ll 1$. В этом предельном случае можно получить удобное разложение $H(a, v)$ в ряд по степеням параметра a. Делается это следующим образом. Пользуясь тем, что преобразование Лапласа от косинуса равно

$$\int_0^{\infty} e^{-ax} \cos bx dx = a/(a^2 + b^2), \tag{9.35}$$

и используя формулу для косинуса суммы, можем записать функцию Фойгта в виде

$$H(a, v) = \pi^{-1} \int_0^\infty dx e^{-ax} \cos vx \int_{-\infty}^\infty dy e^{-y^2} \cos xy. \tag{9.36}$$

Но косинус-преобразование функции Гаусса равно

$$\int_{-\infty}^\infty e^{-y^2} \cos xy dy = \sqrt{\pi} e^{-x^2/4}, \tag{9.37}$$

откуда видно, что

$$H(a, v) = \pi^{-1/2} \int_0^\infty e^{-ax - x^2/4} \cos vx dx. \tag{9.38}$$

Если принять, что $a \ll 1$, то функцию e^{-ax} можно заменить ее разложением в ряд. Проинтегрировав его почленно, получим

$$H(a, v) = \Sigma a^n H_n(v), \tag{9.39}$$

где обозначено

$$H_n(v) = [(-1)^n / \pi^{1/2} n!] \int_0^\infty e^{-x^2/4} x^n \cos vx dx. \tag{9.40}$$

Из формулы (9.37) непосредственно следует, что

$$H_0(v) = e^{-v^2}. \tag{9.41}$$

Проинтегрировав первый член нечетного порядка по частям, можно переписать его в виде

$$H_1(v) = -(2/\pi^{1/2})(1 - v \int_0^\infty e^{-x^2/4} \sin vx dx). \tag{9.42}$$

Воспользовавшись следующим представлением синус-преобразования гауссовой функции:

$$\int_0^\infty e^{-y^2} \sin 2vy dy = e^{-v^2} \int_0^v e^{y^2} dy \equiv F(v), \tag{9.43}$$

найдем

$$H_1(v) = (2/\pi^{1/2}([2vF(v) - 1]. \tag{9.44}$$

Функция $F(v)$ называется *интегралом Доусона*. Эффективные методы ее вычисления приводятся в [170]. Функции $H_n(v)$ для $n \leqslant 4$ табулированы в [281] и в [11], стр. 325.

Упражнение 9.2. а) Показать, что функция Фойгта нормирована следующим образом:

$$\int_{-\infty}^{\infty} H(a, v)dv = \pi^{1/2}.$$

б) Проверить соотношение $H_n(v) = -[d^2H_{n-2}(v)/dv^2]/n(n-1)$, при помощи которого функции более высокого порядка могут быть последовательно выражены через $H_0(v)$ и $H_1(v)$. в) Получить $H_2(v)$, $H_3(v)$ и $H_4(v)$ в явном виде, выразив, в частности, $H_3(v)$ через $F(v)$. г) Показать, что при $a^2 + v^2 \gg 1$ функция $H(a, v) \approx \approx a\pi^{-1/2}/(a^2 + v^2)$.

Принимая во внимание результат упражнения 9.2 (г), мы видим, что $H(a, v) \approx a/\pi^{1/2}v^2$ при $v \gg 1$. Таким образом, функцию Фойгта можно схематически представить в виде

$$H(a, v) \sim e^{-v^2} + a/\pi^{1/2}v^2, \tag{9.45}$$

где первое слагаемое применимо в ядре линии (при $v \leqslant v^*$), а второе — в крыле линии (при $v \geqslant v^*$). При этом v^* выбирается так, что при $v = v^*$ оба слагаемых совпадают. В ядре линии преобладает доплеровское уширение, а в крыльях основную роль играет затухание.

9.3. Уширение вследствие столкновений. классическое ударное приближение

ПРИБЛИЖЕНИЕ ВАЙСКОПФА

Простейшее классическое ударное приближение берет свое начало с работ Лоренца, рассматривавшего атом как излучающий осциллятор, который испытывает изменения в фазе при столкновениях с возмущающими частицами. Предполагается, что излучающий атом сталкивается в каждый данный момент времени с одной возмущающей частицей. Считается, что столкновения происходят практически мгновенно, так что цуг волн испытывает мгновенный сбой фазы, который фактически этот цуг обрывает. Считается, что в промежутках между столкновениями атом не испытывает возмущений. Итак, предположим, что время между двумя последовательными столкновениями равно T и что в течение этого промежутка времени атом излучает монохроматическую волну $f(t) = \exp(i\omega_0 t)$. Преобразование Фурье от этого конечного цуга