Упражнение 9.2. а) Показать, что функция Фойгта нормирована следующим образом:

$$\int_{-\infty}^{\infty} H(a, v)dv = \pi^{1/2}.$$

б) Проверить соотношение $H_n(v) = -[d^2H_{n-2}(v)/dv^2]/n(n-1)$, при помощи которого функции более высокого порядка могут быть последовательно выражены через $H_0(v)$ и $H_1(v)$. в) Получить $H_2(v)$, $H_3(v)$ и $H_4(v)$ в явном виде, выразив, в частности, $H_3(v)$ через $F(v)$. г) Показать, что при $a^2 + v^2 \gg 1$ функция $H(a, v) \approx \approx a\pi^{-1/2}/(a^2 + v^2)$.

Принимая во внимание результат упражнения 9.2 (г), мы видим, что $H(a, v) \approx a/\pi^{1/2}v^2$ при $v \gg 1$. Таким образом, функцию Фойгта можно схематически представить в виде

$$H(a, v) \sim e^{-v^2} + a/\pi^{1/2}v^2, \tag{9.45}$$

где первое слагаемое применимо в ядре линии (при $v \leqslant v^*$), а второе — в крыле линии (при $v \geqslant v^*$). При этом v^* выбирается так, что при $v = v^*$ оба слагаемых совпадают. В ядре линии преобладает доплеровское уширение, а в крыльях основную роль играет затухание.

9.3. Уширение вследствие столкновений. классическое ударное приближение

ПРИБЛИЖЕНИЕ ВАЙСКОПФА

Простейшее классическое ударное приближение берет свое начало с работ Лоренца, рассматривавшего атом как излучающий осциллятор, который испытывает изменения в фазе при столкновениях с возмущающими частицами. Предполагается, что излучающий атом сталкивается в каждый данный момент времени с одной возмущающей частицей. Считается, что столкновения происходят практически мгновенно, так что цуг волн испытывает мгновенный сбой фазы, который фактически этот цуг обрывает. Считается, что в промежутках между столкновениями атом не испытывает возмущений. Итак, предположим, что время между двумя последовательными столкновениями равно T и что в течение этого промежутка времени атом излучает монохроматическую волну $f(t) = \exp(i\omega_0 t)$. Преобразование Фурье от этого конечного цуга волн равно

$$F(\omega, T) = \int_0^T e^{i(\omega_0 - \omega)t} dt = \frac{\exp[i(\omega - \omega_0)T] - 1}{i(\omega - \omega_0)}. \tag{9.46}$$

Энергетический спектр $E(\omega, T)$ такого цуга волн получается путем подстановки $F(\omega, T)$ в выражение (9.3).

Вообще говоря, какого-либо *единого* промежутка времени между столкновениями не существует, а величины этих промежутков каким-то случайным образом распределены около некоторого среднего значения. Если столкновения происходят в результате процесса случайного блуждания и *среднее время между столкновениями* равно τ, то вероятность того, что промежуток времени между двумя последовательными столкновениями заключен в интервале $(T, T + dT)$, составляет

$$W(T)dT = e^{-T/\tau} dT/\tau. \tag{9.47}$$

Поэтому, усредняя по всем значениям промежутков времени между столкновениями, получим средний энергетический спектр

$$E(\omega) \equiv \langle E(\omega, T) \rangle = (2\pi)^{-1} \int_0^\infty F^*(\omega, T) F(\omega, T) W(T) dT. \tag{9.48}$$

Вычисляя этот интеграл и учитывая нормировку, находим

$$E(\omega) = \frac{1/\pi\tau}{(\omega - \omega_0)^2 + (1/\tau)^2} = \frac{\Gamma/2\pi}{(\omega - \omega_0)^2 + (\Gamma/2)^2}. \tag{9.49}$$

Упражнение 9.3. Вывести формулу (9.49).

Итак, изложенная выше теория уширения линий вследствие столкновений также приводит к лоренцевскому профилю с параметром затухания $\Gamma = 2/\tau$ (это является результатом предположения, что все столкновения имеют дискретный характер). Чтобы завершить построение теории, нам надо получить оценку τ. Как и в случае осциллятора, затухающего из-за излучения, примем, что профиль ансамбля непрерывно возникающих осцилляторов со случайно распределенными фазами пропорционален энергетическому спектру отдельного осциллятора [усредненному по всем промежуткам времени, т.е. даваемому выражением (9.49)]. Если происходит затухание как вследствие *излучения*, так и из-за *столкновений* с ширинами Γ_R и Γ_c соответственно и если предположить, что эти два процесса полностью *независимы*, то результирующий профиль является сверткой двух лоренцевских профилей. Посредством тех же рассуждений, которые привели нас к формуле (9.24), легко показать, что комбинированный профиль также является лоренцевским с полной шириной $\Gamma = \Gamma_R + \Gamma_c$. Влияние доплеровского уширения можно учесть точно так же, как и в § 9.2. В результате получим фойгтовский профиль с соответствующей полной шириной, обусловленной затуханием.

Теперь наша задача состоит в определении среднего времени между столкновениями τ. Если излучающие атомы и возмущающие частицы имеют атомные веса A_r и A_p соответственно, причем скорости и тех и других распределены согласно формуле Максвелла с температурой T, то их средняя относительная скорость равна

$$v = \langle v^2 \rangle^{1/2} = [(8kT/\pi m_H)(A_r^{-1} + A_p^{-1})]^{1/2}. \tag{9.50}$$

Обозначив эффективное прицельное расстояние столкновений, ответственных за уширение, через ρ_0, получим

$$\tau^{-1} = \pi \rho_0^2 N v \tag{9.51}$$

и

$$\Gamma = 2\pi \rho_0^2 N v, \tag{9.52}$$

где N — концентрация возмущающих частиц. Следовательно, нам нужно определить ρ_0.

Следуя Вайскопфу [661], предположим, что а) возмущающая частица *классическая* ; б) она движется мимо атома с постоянной скоростью по *прямолинейной траектории с прицельным расстоянием* ρ_0; в) *взаимодействие* между атомом и возмущающей частицей приближенно описывается формулой

$$\Delta\omega = C_p / r^p, \tag{9.53}$$

где $r(t) = (\rho^2 + v^2 t^2)^{1/2}$, причем момент $t = 0$ соответствует точке наибольшего сближения; г) воздействие возмущающей частицы не вызывает в атоме *никаких переходов*. Справедливость этих предположений мы обсудим ниже. Формула (9.53), описывающая взаимодействие, лишь приближенная, однако она достаточно точна в пределах довольно широкого интервала расстояний. Значение показателя p зависит от природы взаимодействия. Значения, интересные для астрофизики, и те виды взаимодействий, которые ими представляются, следующие: $p = 2$ — *линейный эффект Штарка* (водород + заряженная частица); $p = 3$ — *резонансное уширение* (атом A + атом A); $p = 4$ — *квадратичный эффект Штарка* (неводородоподобный атом плюс заряженная частица); $p = 6$ — *взаимодействие Ван-дер-Ваальса* (атом A + атом B).

Константу взаимодействия C_p можно рассчитать по квантовой теории или измерить экспериментально.

Сдвиг фазы, вызываемый возмущением, равен

$$\eta(t) = \int_{-\infty}^{t} \Delta\omega(t')dt' = C_p \int_{-\infty}^{t} (\rho^2 + v^2 t'^2)^{-p/2} dt'. \tag{9.54}$$

Полный сдвиг фазы $\eta_\rho = \eta(t = \infty)$ находится непосредственно и оказывается равным

$$\eta_\rho = C_p \psi_p / v\rho^{p-1}, \tag{9.55}$$

где

$$\psi_p = \pi^{1/2}\Gamma((p-1)/2)/\Gamma(p/2). \tag{9.56}$$

Здесь $\Gamma(x)$ — обычная гамма-функция. При $p = 2; 3; 4; 6$ находим, что $\psi_p = \pi; 2; \pi/2; 3\pi/8$ соответственно.

Предположим теперь, что для уширения линии существенны лишь те столкновения, которые вызывают полный сдвиг фазы, больший некоторого критического значения η_0. Эффективное прицельное расстояние для таких столкновений будет тогда

$$\rho_0 = (C_p \psi_p / \eta_0 v)^{1/(p-1)}, \tag{9.57}$$

а соответствующее значение постоянной затухания

$$\Gamma = 2\pi N v (C_p \psi_p / \eta_0 v)^{2/(p-1)}. \tag{9.58}$$

В качестве критического сдвига фазы Вайскопф произвольно принял $\eta_0 = 1$. При таком выборе η_0 формула (9.57) дает *радиус Вайскопфа* ρ_w, а (9.58) — параметр затухания Вайскопфа Γ_W.

Если C_p задано, изложенная выше теория дает вполне определенное значение для Γ и результаты оказываются по порядку величины правильными. Однако в ней остаются серьезные дефекты. а) Выбор $\eta_0 = 1$ является произвольным, и нет никаких средств, чтобы определить априори то правильное значение η_0, которое на самом деле следовало бы использовать. б) Это приближение не учитывает столкновений с большими ρ, вызывающих малые сдвиги фазы, хотя число таких столкновений растет, как ρ^2. в) Это приближение оказывается не в состоянии объяснить существование *сдвига линии*. Как будет показано ниже, этот недостаток обусловлен пренебрежением слабыми столкновениями, о чем уже говорилось в п. (б).

ПРИБЛИЖЕНИЕ ЛИНДХОЛЬМА

Существенные усовершенствования в классическую ударную теорию были внесены Линдхольмом [397], [398] и Фоли [221]. В соответствии с их подходом считается, что атом излучает на *мгновенной частоте* $\omega(t)$, которая из-за возмущений отличается от *номинальной частоты* ω_0 на величину $\Delta\omega(t)$. Тогда можно написать

$$f(t) = \exp\left[i\omega_0 t + i\int\limits_{-\infty}^{t} \Delta\omega(t')dt'\right] \equiv \exp\{i[\omega_0 t + \eta(t)]\}, \tag{9.59}$$

где $\eta(t)$ — *мгновенная фаза* осциллятора. Чтобы получить профиль линии, рассчитаем автокорреляционную функцию $\Phi(s)$, определяемую формулой (9.6). Положим $\phi(s) = \exp(-i\omega_0 t)\Phi(s)$, выделив множитель, соответствующий невозмущенным колебаниям. Тогда из формулы (9.6) находим

$$\phi(s) = \lim_{T\to\infty} T^{-1}\int\limits_{-T/2}^{T/2} e^{-i\omega_0 s}e^{-i[\omega_0 t + \eta(t)]} \times$$
$$\times\, e^{i[\omega_0(t+s) + \eta(t+s)]}dt = \lim_{T\to\infty} T^{-1}\int\limits_{-T/2}^{T/2} e^{i[\eta(t+s) - \eta(t)]}dt. \tag{9.60}$$

Ясно, что $\phi(s)$ — это усредненное по времени значение *дополнительного сдвига фазы*, происходящего на интервале времени длиной s. Для краткости обозначим

$$\eta(t, s) = \eta(t+s) - \eta(t). \tag{9.61}$$

Тогда

$$\phi(s) = \langle\exp[i\eta(t, s)]\rangle_T. \tag{9.62}$$

Далее, для дифференциала $d\phi(s) = \phi(s+ds) - \phi(s)$ имеем

$$d\phi(s) = \langle e^{i\eta(t,s)}(e^{i\eta'} - 1)\rangle_T, \tag{9.63}$$

где η' обозначает *сдвиг фазы*, набегающий за промежуток времени ds в результате столкновений, которые происходят за это время. Если столкновения происходят случайным образом, то *изменение* фазы не должно коррелировать с ее *мгновенным значением*. Поэтому среднее от произведения можно заменить произведением средних, т.е.

$$d\phi(s) = \langle e^{i\eta(t,s)}\rangle_T \cdot \langle e^{i\eta'} - 1\rangle_T = \phi(s)\langle e^{i\eta'} - 1\rangle_T. \tag{9.64}$$

Если мы сможем вычислить среднее от $e^{i\eta'}$, то получим дифференциальное уравнение для $\phi(s)$.

Если взять среднее по достаточно большому промежутку времени T, то в силу случайного характера столкновений будут с соответствующими статистике весами учтены столкновения со всеми значениями ρ. Далее, для замены усреднения по времени на соответствующее суммирование по прицельным расстояниям привлекается *эргодическая гипотеза*. Число столкновений с ρ, лежащими в интервале $(\rho, \rho + d\rho)$, которые происходят за время ds, равно $2\pi\rho d\rho Nvds$. Поэтому

$$\langle e^{i\eta'} - 1\rangle_T = \langle e^{i\eta'(\rho)} - 1\rangle_\rho = 2\pi Nvds\int_0^\infty [e^{i\eta(\rho)} - 1]\rho d\rho. \tag{9.65}$$

Интеграл в равенстве (9.65) имеет как вещественную, так и мнимую часть, так что можно написать

$$\langle e^{i\eta'(\rho)} - 1\rangle_\rho = -Nvds(\sigma_R - i\sigma_I), \tag{9.66}$$

где

$$\sigma_R = 2\pi\int_0^\infty [1 - \cos\eta(\rho)]\rho d\rho = 4\pi\int_0^\infty \sin^2[\eta(\rho)/2]\rho d\rho \tag{9.67}$$

и

$$\sigma_I = 2\pi\int_0^\infty \sin\eta(\rho)\rho d\rho. \tag{9.68}$$

Собирая вместе соотношения (9.64), (9.65) и (9.66) и решая получающееся дифференциальное уравнение с начальным условием $\phi(0) = 1$, получаем

$$\phi(s) = \exp[-Nv(\sigma_R|s| - i\sigma_I s)]. \tag{9.69}$$

Наконец, вычислив интенсивность по формуле (9.7) и пронормировав профиль, найдем

$$I(\omega) = \frac{Nv\sigma_R/\pi}{(\omega - \omega_0 - Nv\sigma_I)^2 + (Nv\sigma_R)^2}. \tag{9.70}$$

Упражнение 9.4 Проверить формулы (9.69) и (9.70).

Итак, теория Линдхольма приводит к лоренцевскому профилю с *шириной*, обусловленной *затуханием*, равной

$$\Gamma = 2Nv\sigma_R, \tag{9.71}$$

и со *сдвигом линии*

$$\Delta\omega_0 = Nv\sigma_I. \tag{9.72}$$

Вывод о наличии сдвига согласуется с экспериментом, где такие сдвиги наблюдаются. Квантовая теория дает профиль той же самой формы, что и формула (9.70), но при этом получаются явные выражения для Γ и $\Delta\omega_0$ через матричные элементы потенциала возмущения и параметры переходов в атоме. Как будет показано ниже, по теории Линдхольма для данного фиксированного значения p получается универсальное значение $\Gamma/\Delta\omega_0$. В квантовой же теории показывается, что это отношение в действительности несколько меняется с изменением T и N и различно для разных линий. Влияние доплеровского уширения легко учесть, используя фойгтовский профиль с соответствующим параметром затухания и со смещением частоты центра линии на величину $\Delta\omega_0$.

Определяющие вклады в σ_R и σ_I вносят совершенно различные области значений прицельного расстояния ρ. Из формулы (9.55) видно, что $\eta(\rho) \propto \rho^{-(p-1)}$. Поэтому при $\rho/\rho_W > 1$ подынтегральная функция в выражении для σ_R мала (см. [629], стр. 16, или [638], стр. 305), и *основной вклад в уширение линии дают* (*сильные*) *столкновения с прицельными расстояниями, меньшими радиуса Вайскопфа*, т.е. с $\rho/\rho_W < 1$. Напротив, подынтегральное выражение для σ_I при $\rho/\rho_W < 1$ часто меняет знак и в среднем оказывается близким к нулю. Следовательно, *определяющий вклад в сдвиг линии дают* (*слабые*) *столкновения с* ρ, *бóльшими радиуса Вайскопфа*. Легко понять, из-за чего происходит сдвиг. Очень слабые столкновения ($\eta \ll 1$, $\rho \gg \rho_W$) чрезвычайно многочисленны и происходят практически с постоянным темпом, вызывая в среднем за единицу времени сдвиг фазы, равный

$$\bar{\eta} = 2\pi N v \int_{\rho^*}^{\infty} \eta(\rho)\rho d\rho, \tag{9.73}$$

где ρ^* выбирается так, чтобы было обеспечено выполнение неравенства $\eta(\rho^*) \ll 1$. Но как можно убедиться из формулы (9.59), если фаза изменяется с постоянной скоростью, то это по определению есть одновременно некоторое изменение $\Delta\omega$ — частоты осциллятора.

ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ

В астрофизических работах теория Линдхольма наиболее широко применяется для случаев $p = 3, 4, 6$. Для этих значений p интегралы в формулах (9.67) и (9.68) можно вычислить в явном виде, что дает значения, приведенные в табл. 9.1 (подробности см. в [629], стр. 14). В последней строке таблицы приведены значения η_0,

ТАБЛИЦА 9.1.

Значения параметров теории Линдхольма

p	3	4	6
Γ	$2\pi^2 C_3 N$	$11{,}37\, C_4^{2/3} v^{1/3} N$	$8{,}08\, C_6^{2/5} v^{3/5} N$
$\Delta\omega_0$		$9.85\, C_4^{2/3} v^{1/3} N$	$2.94\, C_6^{2/5} v^{3/5} N$
$\Gamma / \Delta\omega_0$		1,16	2,75
η_0	0,64	0,64	0,61

такие, что если их подставить в формулу Вайскопфа (9.58), то получается линдхольмовские значения Г. Поскольку η_0 всегда меньше единицы, ясно, что формула Вайскопфа приводит к заниженным значениям Г.

Резонансное уширение ($p = 3$) представляет интерес главным образом применительно к столкновениям водородных атомов друг с другом. При этом атмосфера должна быть достаточно горячей, чтобы у водорода был возбужден уровень $n = 2$ (чтобы могли образоваться доступные наблюдениям бальмеровские линии). Но в то же время она должна быть и холодной, чтобы водород не был почти полностью ионизован. Поэтому эффекты резонансного уширения представляют интерес для звезд солнечного типа. Константа взаимодействия C_3 в формуле (9.53) для уровня n равна (см. [662], [112], стр. 231)

$$C_3 = e^2 f_{1n} / 2m\omega_{1n}. \tag{9.74}$$

Квантовомеханический расчет дает для Г значение, слегка отличающееся от линдхольмовского, а именно

$$\Gamma_3 = 16\pi n_1 C_3 / 3 = 4 n_1 e^2 f_{1n} / 3m\nu_{1n}. \tag{9.75}$$

Водородные линии не испытывают сдвигов, так как штарковские компоненты расположены симметрично относительно центра линии (см. § 9.4), и сдвиг тождественно равен нулю. Резонансное уширение наиболее существенно для самых нижних линий в сериях, где штарковское уширение меньше всего. Влияние резонансного уширения, как оказалось, существенно для солнечной линии H_α, однако для более высоких членов бальмеровской серии оно пренебрежимо мало [146].

Квадратичный эффект Штарка ($p = 4$) играет существенную роль в уширении линий неводородоподобных атомов и ионов за счет их столкновений с заряженными частицами (электронами) и является основным механизмом уширения таких линий из-за эффектов давления в атмосферах звезд ранних спектральных типов. При применении классической теории Линдхольма постоянная взаимодействия C_4 обычно оценивалась по экспериментальным измерениям сдвигов линий в электрических полях или по стационарной теории возмущений для квадратичного эффекта Штарка (примеры этого см. в [11], стр. 319 — 320, или в [638], стр. 326 — 328). Получающиеся ширины затухания, однако, обычно слишком малы, так как в приближении Линдхольма предполагается, что столкновения являются адиабатическими (т.е. не вызывают переходов в излучающем атоме). Это предположение часто не выполняется. Точные квантовомеханические расчеты с учетом неадиабатических эффектов (см. § 9.5) приводят к гораздо бóльшим ширинам линий.

Взаимодействие Ван-дер-Ваальса ($p = 6$) неводородоподобных атомов при их столкновениях с нейтральными водородными атомами является главным источником уширения линий вследствие давления у звезд солнечного типа. При обычном классическом рассмотрении учитывается член в потенциале, описывающий диполь-дипольное взаимодействие, что дает (см. [629], стр. 91 — 97; [638], стр. 331 — 334)

$$\Delta\omega = C_6/r^6 = e^2\alpha a_0^2[\bar{R}_u^2 - \bar{R}_l^2]/\hbar r^6, \tag{9.76}$$

где α — поляризуемость водорода и $\bar{R}^2$ — средний квадрат радиуса для данного уровня. Для некоторых случаев имеются квантовомеханические расчеты $\bar{R}^2$. Если же их нет, то используют оценки этой величины для водородоподобного атома. С определенной таким образом константой C_6 по теории Линдхольма можно рассчитать Г. Если это выполнить (например, для линий FeI), то обнаруживается, что получающиеся теоретические значения намного меньше, чем нужно (на множитель от 5 до 30) [382]. Квантовомеханические расчеты, в которых также используется только диполь-дипольный член, не приводят к большому увеличению Г (см. [264], стр. 98; [86], [599]). Это указывает в первую очередь просто на неприменимость диполь-дипольного приближения, а не на что-либо иное (см. также [301], [302], [541]). Расчеты, основанные на использовании более близкого к реальности потенциала Леннарда-Джонса [303], приводят к существенно бóльшим ширинам. Были предприняты попытки учесть в разложении потенциала взаимодействия большее число членов [233]. Это увеличивает значения Г, но они все же остаются меньше наблюдаемых. Сходимость такого разложения медленная. В другом методе, который был применен к линиям FeI, величина взаимодействия рассчитывалась путем использования водородных волновых функций, соответствующим образом масштабированных [116]. Это позволило получить приемлемое согласие между теоретическими и наблюдаемыми значениями Г. Еще один метод основан на предположении, что основной причиной уширения линии является взаимодействие между возмущающей частицей и валентным электроном [539], [540]. Тогда можно использовать потенциал Смирнова [578] и получить некоторое явное выражение для параметра затухания. Этим методом были составлены обширные таблицы [193], в которых приведены параметры α и β формулы $\Gamma = N\alpha T^{\beta}$. Значения α и β даются в них в зависимости от эффективных квантовых чисел n^* верхнего и нижнего уровней для переходов $s - p$, $p - d$ и $d - f$.

КРИТЕРИИ ПРИМЕНИМОСТИ

1. Эффективное время соударения τ_s можно определить таким образом, чтобы произведение τ_s на максимальное значение $\Delta\omega$ для столкновения, характеризуемого эффективным прицельным расстоянием, т.е. $C_p \cdot \rho_0^{-p}$, было равно полному сдвигу фазы, определяемому формулой (9.55). Это дает

$$\tau_s = \psi_p \rho_0 / v. \tag{9.77}$$

Чтобы ударное приближение было применимо, следует потребовать, чтобы одновременно происходило лишь одно столкновение, так что $\tau_s < \tau = 1/N\pi\rho_0^2 v$. Подставив сюда $N = 3/4\pi r_0^3$, где r_0 — среднее расстояние между частицами, найдем что $\tau_s/\tau = 3\psi_p(\rho_0/r_0)^3/4$. Таким образом, ударное приближение будет справедливо только тогда, когда концентрация частиц настолько низка, что радиус Вайскопфа мал по сравнению со средним расстоянием между частицами.

2. Ясно, что по мере того, как $\rho \to \infty$, эффективное время соударения τ_s становится все больше и больше. В конце концов оно превзойдет среднее время между столкновениями τ, так что столкновения начнут перекрываться. Таким образом, очень слабые столкновения вызывают практически *непрерывное* возмущение атома. Можно ожидать, что здесь должно начать работать статистическое приближение. В самом деле, выше было показано, что эти слабые столкновения вызывают сдвиг линии точно так же, как это было бы при наложении стационарного возмущения. Хотя теория Линд-

хольма, являющаяся ударной теорией, и учитывает слабые столкновения, этот учет не является, строго говоря, логически последовательным.

3. Ударное приближение теряет силу при достаточно больших смещениях частоты $\Delta\omega$ от центра линии, и там вступает в силу статистическое приближение. Как следует из общих свойств преобразований Фурье, в ударном приближении характерное время прерывания излучения τ, соответствующее смещению частоты $\Delta\omega$, равно $\tau \sim 1/\Delta\omega$. При достаточно больших $\Delta\omega$ в конце концов получим $\tau \ll \tau_s$, и ударное приближение становится неприменимым. Этим значениям $\Delta\omega$ отвечают большие сдвиги фазы (т.е. $\Delta\omega \cdot \tau_s \gg 1$), а следовательно, — сильные столкновения, прицельные расстояния для которых меньше радиуса Вайскопфа. Построить теорию, которая являлась бы переходной от ударного приближения к статистическому, очень трудно. Полезно ввести следующее понятие. Предположим, что существует некоторая «граничная» величина смещения $\Delta\omega_g$, такая, что при $\Delta\omega < \Delta\omega_g$ справедливо ударное приближение, а при $\Delta\omega > \Delta\omega_g$ — статистическое. С хорошим приближением (см. [637], [306]) имеем $\Delta\omega_g \approx \Delta\omega_W$, где через $\Delta\omega_W$ обозначен сдвиг частоты, вызываемый возмущающей частицей при прицельном расстоянии, равном радиусу Вайскопфа, т.е.

$$\Delta\omega_W = (v^p / C_p \psi_p^p)^{1/(p-1)}. \tag{9.78}$$

Заметим, что $\Delta\omega_W$ соответствует сдвигу фазы, равному единице. Как будет показано в § 9.4, из соотношения (9.78) следует, что уширение водородных линий ионами описывается *статистической теорией*, а уширение *электронами* дается *ударной теорией.*

4. Классическое ударное приближение предполагает, что столкновения являются адиабатическими, т.е. не вызывают переходов в атоме. Столкновение, длящееся время τ_s, будет иметь фурье-компоненты с частотами вплоть до $\omega_s \approx 1/\tau_s$. Чтобы гарантировать адиабатичность столкновения, следует предположить, что ω_s гораздо меньше любой характерной частоты перехода ω_{ij}, т.е.

$$\omega_s = 1/\tau_s \ll \omega_{ij} = |E_i - E_j|/\hbar. \tag{9.79}$$

Для *невырожденных* уровней разность их энергий часто достаточно велика, чтобы приведенное выше условие было выполнено. Но для *вырожденных* уровней (например, водородных) энергетический зазор между уровнями будет пропорционален самому возмущающему полю, т.е.

$$|E_i - E_j| \sim \hbar C_p/\rho^p = \hbar\Delta\omega(\rho).$$

Тогда для выполнения условия адиабатичности требуется, чтобы $\Delta\omega(\rho)\tau_s = \eta(\rho) \gg 1$, т.е. *адиабатическими будут лишь столкновения с ρ, меньшими радиуса Вайскопфа.* В случае водорода $\Delta\omega_W$ для столкновений с ионами очень мало́, и практически для всего профиля справедливо статистическое приближение, а столкновения, вызывающие уширение, имеют ρ, меньшие радиуса Вайскопфа. Таким образом, ионное уширение будет адиабатическим. Для электронов верно прямо противоположное. Здесь $\Delta\omega_W$ будет велико, и почти весь профиль описывается ударным приближением, причем прицельные расстояния больше радиуса Вайскопфа. Электронное уширение сильно неадиабатично (и потому должно описываться квантовой теорией). Когда условие адиабатичности нарушено, получаются гораздо бо́льшие значения параметра затухания, чем те, которые даются классической теорией. По этой причине современные квантовомеханические результаты часто совершенно непохожи на те, которые получались в ранних классических работах.

9.4. Уширение вследствие столкновений. Статистическое приближение

Основная модель в этом приближении: излучающий атом находится в статистически флуктуирующем поле, создаваемом хаотически распределенными возмущающими частицами. Движение частиц не учитывается. Эта модель называется *квазистатическим* приближением. [Как мы увидим позже, это приближение хорошо для ионов (например, протонов), так как они движутся в плазме медленно.] То или иное конкретное распределение возмущающих частиц создает некоторое определенное поле. Относительная вероятность различных значений напряженности поля определяется тем, насколько часто осуществляются распределения частиц, создающие соответствующие напряженности. При заданной величине поля частота колебаний излучающего атома смещается на определенное $\Delta\omega$. Предполагается, что интенсивность излучения с таким $\Delta\omega$ пропорциональна статистической частости, с которой встречается соответствующее поле. Поэтому центральной проблемой здесь является определение распределения вероятности значений возмущающих полей. Если оно известно, профиль линии можно рассчитать. В этом разделе мы ограничимся рассмотрением квазистатического уширения водородных линий, обусловленного линейным эффектом Штарка из-за взаимодействия а мов водорода с протонами (хотя излагаемая теория применима и к другим случаям).