ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА ПЕРЕВОДА

В прикладных областях исследователи часто имеют дело с конкретными дифференциальными уравнениями, допускающими нетривиальную группу преобразований. Многие важные классы решений уравнений гидродинамики, теории упругости, магнитной гидродинамики и т. п. были получены с использованием групповых свойств этих уравнений. Это решения типа простых волн в гидродинамике, типа бегущих волн, так называемые автомодельные решения и т. д.

С другой стороны, метод разделения переменных, широко применяемый для отыскания частных решений линейного дифференциального уравнения, самым тесным образом связан с групповыми свойствами уравнения. Хорошо известно, что очень многие классические специальные функции первоначально появились при решении волнового уравнения и уравнения Лапласа методом разделения переменных. В связи со сказанным естественно возникает задача изучения дифференциальных уравнений с групповой точки зрения. Такое изучение является в известном смысле вынужденным ввиду следующего обстоятельства. По мере развития самой математики и по мере увеличения числа тех областей естествознания и техники, где математика находит широкие приложения, росло число специальных функций и различных относящихся к ним фактов. В то же время происходила резкая переоценка роли отдельных классов функций, а это приводило к тому, что целые поколения математиков-прикладников были начисто лишены необходимых знаний в отдельных областях теории специальных функций. Учитывая, что для непосвященного читателя теория специальных функций представляется кошмарным набором сложных формул, возникает большое желание навести порядок во всем этом таком сложном, но и таком чрезвычайно важном разделе математики. К счастью, эта задача не представляется столь уж безнадежной, и здесь прежде всего могут помочь методы теории групп и алгебр Ли и их представлений.

В предлагаемой монографии развит один из возможных подходов к вопросу о разделении переменных в ряде классических

уравнений математической физики, основанный на изучении алгебры Ли симметрий уравнения и на теории представлений этой алгебры Ли. В результате не только находятся все системы координат, в которых уравнение допускает разделение переменных, но и получается целый ряд соотношений из теории специальных функций. В частности, таким образом получаются различного рода производящие функции для различных классов специальных функций, теоремы сложения и т. п. Автор рассмотрел довольно большой набор специальных функций, включающий и функции, не принадлежащие к гипергеометрическому типу. Нам представляется, что специалисту по прикладной математике, использующему специальные функции, будет полезно владение изложенными в данной монографии алгебраическими навыками работы с ними, равно как и умение работать со специальными функциями с помощью ЭВМ. Но это уже иной аспект теории специальных функций.

Монография входит в известную «Энциклопедию математики и ее приложений», которая выпускается издательством «Эддисон — Уэсли» под общей редакцией Дж.-К. Роты [1]), и открывает серию, посвященную специальным функциям. Цели этого собрания книг и его структура описаны в следующих ниже предисловиях редактора Энциклопедии и редактора серии.

К. И. Бабенко

[1]) Переводы ряда монографий, входящих в эту энциклопедию, выпускаются издательствами «Наука» и «Мир». Готовятся к печати следующие монографии: Сантало Л. Интегральная геометрия и геометрические вероятности («Наука»), Эндрюс Г. Теория разбиений («Наука») и Минк Х. Перманенты («Мир»).