ны, говорит Флеминг, то такое законодательство не имеет смысла.

Вопрос „реальны" или „не реальны" боковые полосы, не имеет смысла. Так вопрос ставить нельзя. Переход от формулы (9) к (10) — простая тригонометрия. Никакое приемное устройство не различит, имеется ли одна модулированная волна или соответствующие ей три волны от трех немодулированных передатчиков.

Вопрос о реальности боковых полос — это такой же вопрос, как, например, что реально: то, что $10 = 2 + 8$, или то, что $10 = 5 + 5$? Правильно ставить вопрос можно только так: как целесообразно в данном конкретном случае представить число 10. А это зависит от того, что вы хотите сделать.

По вопросу о „реальности" боковых полос возникла целая литература[1].

СЕМНАДЦАТАЯ ЛЕКЦИЯ

(28/XII 1930 г.)

Действие помех на линейную колебательную систему с одной степенью свободы. Увеличение отношения сигнал/помеха при уменьшении затухания.

Рассмотрим действие помех на линейный контур. Помехи — явление непериодическое. Они имеют не дискретный, а сплошной спектр.

Вспомним некоторые соотношения, относящиеся к случаю действия синусоидальной внешней силы на линейную систему. Пусть

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = E\cos pt. \tag{1}$$

Тогда при установившихся колебаниях

$$\begin{aligned} x &= X\cos(pt - \varphi), \\ \dot{x} &= -\dot{X}\sin(pt - \varphi), \end{aligned} \tag{2}$$

[1] [C. L. Fortescue, H. Bedford, H. W. Baxter и др. Nature, **125**, 198, 271, 1930; Exper. Wir. a. Wir. Eng., **7**, 119, 1930; **8**, 4, 257, 259, 312, 431, 538, 660, 1931.]

причем

$$X = \frac{E \sin\varphi}{2\delta p}, \qquad \dot{X} = \frac{E \sin\varphi}{2\delta}, \tag{3}$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{2\delta p}{\omega_0^2 - p^2}. \tag{4}$$

Среднее значение какой-нибудь величины y есть

$$\bar{y} = \lim_{\tau\to\infty} \frac{1}{\tau} \int_0^\tau y(t)\,dt, \tag{5}$$

или, если $y(t)$ — периодическая функция с периодом τ,

$$\bar{y} = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau y(t)\,dt. \tag{6}$$

Воспользуемся выражением (6) для вычисления среднего значения квадрата силы тока (или скорости). Имеем:

$$\overline{\dot{x}^2} = \dot{X}^2\, \overline{\sin^2(pt - \varphi)}.$$

Но

$$\overline{\sin^2(pt - \varphi)} = \frac{1}{2},$$

и, следовательно,

$$\overline{\dot{x}^2} = \frac{1}{2}\dot{X}^2 = \frac{E^2}{8\delta^2}\sin^2\varphi.$$

Пусть W_p — объемная плотность энергии, создаваемая на месте приема передающей станцией. Тогда можно принять, что

$$E^2 = \alpha W_p,$$

где α — некоторый коэффициент пропорциональности, зависящий, вообще говоря, от p. Следовательно,

$$\overline{\dot{x}^2} = \beta \frac{W_p \sin^2\varphi}{\delta^2}, \tag{7}$$

причем $\beta^2 = \alpha/8$. В случае резонанса

$$\overline{\dot{x}^2} = \beta \frac{W_{\omega_0}}{\delta^2}. \tag{8}$$

Пусть теперь действует сумма синусоидальных э. д. с. разных периодов:

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = \sum_i E_i \cos(p_i t + \psi_i).$$

При установившемся колебании

$$\dot{x} = -\sum_i \dot{X}_i \sin(p_i t + \psi_i - \varphi_i),$$

где

$$\dot{X}_i = \frac{E_i \sin\varphi_i}{2\delta}.$$

Проводя аналогичный расчет с помощью (5), получаем:

$$\overline{\dot{x}^2} = \frac{1}{2}\sum_i \dot{X}_i^2 = \sum_i \frac{\beta_i}{\delta^2} W_{p_i} \sin^2\varphi_i. \qquad (9)$$

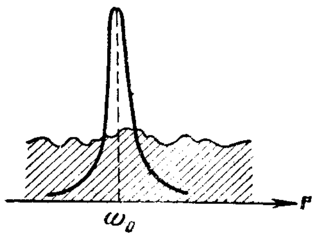

Рис. 64.

Рассмотрим теперь действие помех. Как сказано, помехи имеют непрерывный спектр (рис. 64). u_p есть спектральная плотность на частоте p. Это означает, что $u_p dp$ есть та часть объемной плотности энергии, которая относится к интервалу частот $(p, p + dp)$.

В случае помех сумму (9) нужно заменить интегралом, так что

$$\overline{\dot{x}^2} = \frac{1}{\delta^2}\int_0^\infty \beta u_p \sin^2\varphi\, dp. \qquad (10)$$

При достаточно малом δ существенную роль в интеграле играют только те „члены“, в которых p близко к ω_0 (рис. 64); остальные практически ничего не дают. Поэтому мы можем написать приближенно вместо (10):

$$\overline{\dot{x}^2} = \frac{\beta_{\omega_0} u_{\omega_0}}{\delta^2}\int_{\omega_0 - \Delta p}^{\omega_0 + \Delta p} \sin^2\varphi\, dp. \qquad (11)$$

Но согласно (4)

$$\operatorname{ctg}\varphi = \frac{(\omega_0 + p)(\omega_0 - p)}{2\delta p},$$

или приближенно, при $\delta \ll \omega_0$,

$$\operatorname{ctg}\varphi = \frac{\omega_0 - p}{\delta},$$

откуда

$$\frac{d\varphi}{\sin^2\varphi}=\frac{dp}{\delta}. \tag{12}$$

На основании (12) мы можем переписать (11) в таком виде:

$$\overline{x^2}=\frac{\beta_{\omega_0}u_{\omega_0}}{\delta}\int\limits_0^\pi d\varphi=\frac{\pi\beta_{\omega_0}u_{\omega_0}}{\delta}.$$

Таким образом, энергия от помех увеличивается с уменьшением коэффициента затухания δ обратно пропорционально его первой степени. Согласно же (8) энергия от регулярного сигнала частоты $p=\omega_0$ растет обратно пропорционально δ^2. Отношение

$$\frac{\text{энергия помех}}{\text{энергия регул. сигнала}}=\pi\frac{u_{\omega_0}}{W_{\omega_0}}\delta=\text{const}\cdot\delta=\text{const}\cdot d.$$

Отсюда видно, что для уменьшения относительной энергии помех нужно уменьшать логарифмический декремент контура.

Заметим, что в случае помех поглощаемая мощность не зависит от коэффициента затухания.

Когда мы уменьшаем затухание, оставляя постоянными ω_0 и p, то действие колебаний любой частоты увеличивается, но неодинаково. Действие колебаний той частоты, на которую контур настроен, возрастает гораздо больше, чем действие колебаний с частотами, далекими от резонанса. Этим и объясняется уменьшение отношения энергии помех к энергии сигнала при уменьшении затухания.

Представление энергии помех в виде

$$\int\limits_0^\infty u_p dp$$

связано с теоремой Релея в теории интеграла Фурье[1].

На этом мы закончим изучение резонанса. Хотя мы рассмотрели резонанс в простейшей системе, мы затронули все же ряд вопросов, которыми нужно хорошо владеть. До сих пор в этих вопросах делаются грубые ошибки.

Возьмем, например, Флеминга. Это — крупный радиоспециалист, член Королевского общества (английской Академии наук). Его

---

[1] [См., например, Титчмарш. Введение в теорию интегралов Фурье. М.—Л., 1941.]

книга „Волны в воде, воздухе и эфире“ — в общем неплохая, там есть много интересных сведений. Но по поводу резонанса там имеется явный вздор. Говорится, например, что мальчик, стреляя из рогатки, может разрушить железнодорожный мост через Темзу. Это невозможно из-за затухания.

ВОСЕМНАДЦАТАЯ ЛЕКЦИЯ

(5/I 1931 г.)

Уравнение колебаний маятника с горизонтально и вертикально колеблющейся точкой подвеса. Контур с периодически меняющейся емкостью. Теория линейного дифференциального уравнения второго порядка с периодическими коэффициентами.

Рассмотрим движение маятника, точка подвеса которого совершает заданное гармоническое колебание относительно инерциальной системы отсчета x_1, z_1.

Предположим сначала, что точка подвеса колеблется горизонтально (рис. 65). Пусть

$$x_0 = a\cos pt$$

есть координата точки подвеса в системе отсчета x_1, z_1. Напишем уравнение движения в неинерциальной системе отсчета x, z, в которой точка подвеса маятника покоится. Здесь нужно ввести силу инерции $(-m\ddot{x}_0)$, направленную по оси x, и уравнение движения таково:

$$I\ddot{\varphi} = -mgl\sin\varphi - m\ddot{x}_0\cos\varphi, \qquad (1)$$

где I — момент инерции маятника, φ — угол отклонения, m — масса, l — длина, причем

$$I = ml^2.$$

При достаточно малых колебаниях можно считать приближенно, что

$$\sin\varphi = \varphi, \quad \cos\varphi = 1,$$

и уравнение (1) принимает вид

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{l}\varphi = -\frac{\ddot{x}_0}{l} = -\frac{ap^2}{l}\cos pt. \qquad (2)$$