

А. УОЛЛЕС

**Дифференциальная
топология.
Первые шаги**

ПРЕДИСЛОВИЕ

Что изучает дифференциальная топология? Если бы этот вопрос задал достаточно продвинувшийся учащийся с хорошей подготовкой по алгебраической топологии, то ему можно было бы дать довольно исчерпывающий ответ. Но этот ответ был бы техническим. Цель настоящей книги — ответить на этот вопрос студенту, находящемуся на гораздо более ранней стадии обучения. Мы попытались сделать это, создавая у читателей интуитивное понимание некоторых сторон предмета, причем мы сводим к минимуму необходимые предварительные знания и избегаем тонкостей и технически трудных мест.

Круг идей, излагаемых в книге, ограничен методом сферических перестроек и изучением критических точек функций на многообразиях. Эти идеи, с одной стороны, допускают простое геометрическое описание, а с другой — являются мощным инструментом для изучения структуры многообразий. Простым примером этого служит проведенная с их помощью в § 7 классификация двумерных многообразий.

Дальнейшее продвижение в изучении многообразий — а это является главной целью дифференциальной топологии — требует добавления к описанным здесь геометрическим методам более мощного алгебраического аппарата. Кое-какие указания о необходимых для этого идеях можно найти в § 8.

Короче говоря, в книге описаны только первые шаги дифференциальной топологии. Как и в любом разделе топологии, они должны быть геометрическими, при изучении дальнейших или технически более сложных шагов необходимо иметь интуитивное геометрическое понимание предмета и исходить из него.

От читателя предполагается знакомство с анализом, включая некоторые свойства дифференциальных

уравнений, а также с поведением квадратичных форм при линейной замене переменных. Никакого предварительного знания топологии не требуется. Все нужные сведения из общей топологии изложены в первом параграфе, а студенты, которые уже усвоили понятия открытого и замкнутого множества и непрерывного отображения, могут спокойно начать со второго параграфа.

Параграфы 2 и 3 знакомят читателя с понятиями гладкого многообразия и гладкого отображения. В § 4 изучается один из центральных вопросов дифференциальной топологии — теория критических точек функций на гладком многообразии. Это изучение продолжается в § 5, где исследуются многообразия уровня данной функции. В результате в § 6 мы естественно приходим к определению сферической перестройки. В § 7 развитые в предыдущих главах понятия применяются к задаче о классификации поверхностей. Параграф 8 содержит некоторые указания по поводу дальнейшего изучения предмета.

А. Уоллес

Филадельфия, Пенсильвания