

движутся с релятивистскими скоростями. По этой причине вместо материальной точки говорят о частице.

Релятивистской динамике принадлежат соотношения между динамическими характеристиками свободной частицы и законы сохранения. Кроме того, здесь изучается хотя и не общий, но важный частный случай взаимодействия тел и полей, при котором индивидуальность частиц — масса покоя — сохраняется, а в результате взаимодействия при движении изменяются импульс и энергия, положение в пространстве. Этот случай называется квазирелятивистским и укладывается при внесении релятивистских поправок в рамки основной задачи механики. Поэтому в курсе изучается *релятивистское обобщение* основного уравнения динамики. Релятивистскими обобщениями определяются в данном разделе курса функции Лагранжа, Гамильтона.

Что касается предельно релятивистского объекта — физического поля, в частности фундаментального электромагнитного поля, то оно изучается в III части курса.

При изложении классической механики подчеркивалась мысль о ее основополагающем значении для всей физики, так как в ней рассматриваются вопросы о пространстве, времени, механическом движении, неотделимом от других форм движения материи. Не в меньшей, а в большей степени это относится к релятивистской механике, ибо в ней по существу уточняются все исходные понятия классической, а она сама выступает как предельный случай релятивистской (при $c = \infty$).

ГЛАВА I. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ (СТО) И КИНЕМАТИКА ДВИЖЕНИЙ С ВЫСOKИМИ СКОРОСТЯМИ

§ 1. Постулаты Эйнштейна. Преобразования Лоренца

1.1 Проблема абсолютно неподвижной (привилегированной) системы отсчета. Принцип относительности Галилея провозглашает полное равноправие или эквивалентность всех инерциальных систем отсчета (ИСО) по отношению к механическим явлениям. Это означает, что, находясь в любой ИСО, нельзя установить с помощью механических явлений скорость ее движения относительно некоторой абсолютно неподвижной исходной или, как говорят, *привилегированной системы*, если последняя и существует. В самом деле, в формуле сложения скоростей

$$\vec{v}_a = \vec{v}_n + \vec{v}_{ot},$$

деление скоростей на абсолютную \vec{v}_a и относительную \vec{v}_{ot} имеет чисто условный характер и связано с тем, что одну из инерциальных систем отсчета мы выбираем в качестве неподвижной, тогда другая система движется в первой с постоянной скоростью \vec{v}_n , \vec{V} . Но с тем же основанием в качестве неподвижной системы можно выбрать вторую, а движущейся — первую.

Целесообразно поэтому не употреблять названия неподвижная и подвижная системы, заменив их другими: нештрихованная система (или K) и штрихованная система (или K'). Формула сложения скоростей в таком случае приобретает вид:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}, \quad (1.1)$$

где \vec{V} — скорость движения штрихованной системы в нештрихованной.

Наблюдатель в некоторой системе отсчета K может с помощью кинематических измерений найти скорость \vec{V} относительного движения любой другой системы K' , и только. А ответить на вопрос, движется или неподвижна его система отсчета, с помощью таких измерений нельзя, так как речь идет об *относительном движении*.

В силу принципа относительности Галилея нельзя сделать такого заключения и с помощью изучения динамики механических явлений в инерциальной системе: движение системы не влияет на механические процессы, происходящие в ней.

Постановка вопроса об абсолютном движении или покое инерциальной системы в механике бессодержательна, так как привилегированной системы здесь просто нет — все инерциальные системы равноправны. Однако создатель классической механики И. Ньютона считал, что движение или покой могут иметь место в абсолютном пространстве, существующем безотносительно к чему-либо, само по себе. Он допускал возможность обнаружения такого движения. Взгляды на абсолютное пространство как исходную привилегированную систему отсчета продержались до начала нашего века, пока не были детально изучены электромагнитные явления и не было установлено, что принцип относительности распространяется не только на механические, но и электромагнитные явления. Стали возможными некоторые опыты по обнаружению абсолютного движения системы отсчета путем наблюдения за электромагнитными явлениями, но все они дали так называемый *отрицательный результат*: движение системы наблюдателя относительно исходной неподвижной системы — абсолютного пространства — обнаружить не удалось. Положение о равноправии инерциальных систем было распространено на все физические явления, происходящие в них. Утвердился принцип относительности для всех физических явлений, а абсолютное пространство было признано фикцией.

1.2. Опыт Майкельсона. Постулаты Эйнштейна. Из экспериментов, лежащих в основе СТО, рассмотрим один, получивший наибольшую известность как исторически первый и физически наглядный. Он был осуществлен американским физиком Майкельсоном в 1881 г. и должен был установить влияние движения Земли по орбите на скорость распространения света в системе отсчета, связанной с Землей. На рисунке 1.1 схематически изображен ход лучей в интерферометре, построенном Майкельсоном для осуществления опыта. Полупрозрачное зеркало A разделяет монохроматический пучок света от источника S на два пучка, распространяющиеся во взаимно перпендикулярных направлениях. После от-

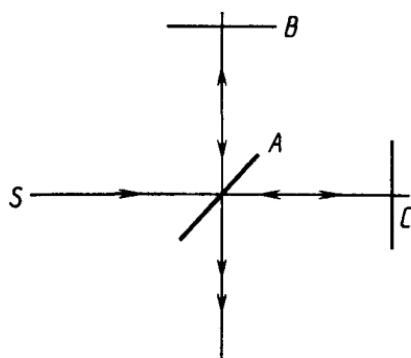


Рис. 1.1.

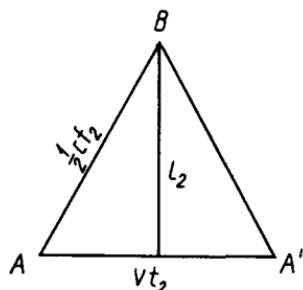


Рис. 1.2.

ражения от зеркал B и C эти пучки вновь соединяются и результат интерференции пучков наблюдается в фокальной плоскости зрительной трубы. Положение полос интерференции будет определяться разностью времени, затрачиваемой пучками на прохождение плеч интерферометра по ABA и ACA . Пусть плечо AC совпадает по направлению со скоростью движения Земли по орбите. Подсчитаем, какое время затрачивает свет на прохождение этого плеча туда и обратно, исходя из предположения, что Земля движется в абсолютном пространстве со скоростью v , а свет — со скоростью c . Время достижения светом зеркала C за счет «убегания» зеркала от пучка в соответствии с формулой (1.1) увеличивается:

$$t_B = \frac{l_1 + vt_B}{c}.$$

откуда

$$t_B = \frac{l_1}{c - v}.$$

Точно так же время возвращения светового сигнала к зеркалу A будет уменьшаться за счет «набегания» этого зеркала:

$$t_A = \frac{l_1}{c + v}.$$

Обозначая через t_1 время, затраченное на прохождение ACA , имеем:

$$t_1 = \frac{l_1}{c - v} + \frac{l_1}{c + v} = \frac{2l_1}{c} \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Подсчет времени, которое затрачивается вторым пучком на прохождение пути ABA , поясняется на рисунке 1.2. Если это время равно t_2 , то зеркало A успевает переместиться на расстояние vt_2 и траектория пучка в неподвижной системе оказывается совпадающей со сторонами равнобедренного треугольника ABA' . По теореме Пифагора получаем:

$$c^2 t_2^2 = 4l_1^2 + v^2 t_2^2, \quad t_2 = \frac{2l_1}{c} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Нас интересует разность времен прохождения светом плеч интерферометра. Она выражается формулой:

$$t_1 - t_2 = \frac{2}{c} \left(\frac{l_1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} - \frac{l_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right). \quad (a)$$

Если интерферометр повернуть на 90° , то плечи поменяются местами и новая разность времени окажется равной:

$$t'_1 - t'_2 = \frac{2}{c} \left(\frac{l_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{l_2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right). \quad (b)$$

Разности времени прохождения световым лучом плеч AC и AB неодинаковы при разных положениях интерферометра, и, следовательно, при повороте прибора должно произойти смещение полос интерференции. Смещение будет определяться величиной

$$\vartheta = (t_1 - t_2) - (t'_1 - t'_2) = \frac{2}{c} (l_1 + l_2) \left(\frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right).$$

Приняв во внимание неравенство $v \ll c$, приближенно имеем:

$$\vartheta = \frac{l_1 + l_2}{c} \frac{v^2}{c^2}.$$

Если ϑ окажется равным полупериоду светового колебания $\tau = \frac{\lambda}{2c}$, то смещение будет равно ширине одной полосы (соответствующей разности фаз π). Отсюда получается — для $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ см, $v = 3 \cdot 10^4$ м/с, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с — смещение на ширину одной полосы при $l_1 + l_2 = 50$ м. В первом варианте установки ожидалось максимальное смещение на одну треть ширины полосы, но никакого смещения не было обнаружено.

В последующие годы Майкельсон повторял опыт со все более чувствительной и точной аппаратурой. Но смещения интерференционных полос при повороте прибора в опытах не получилось. Подобные опыты ставили неоднократно другие исследователи. Ставились и чисто электромагнитные опыты для обнаружения влияния движения Земли по орбите на электромагнитное поле. Эти опыты неизменно давали отрицательный результат.

В исторический период, предшествовавший созданию теории относительности, как уже говорилось, предполагалось, что существует привилегированная абсолютно неподвижная система отсчета, связанная с самим пространством. Абсолютно неподвижное пространство именовалось также *светоносным эфиром*. Это гипотетическая среда, в которой разыгрываются электромагнитные явления, распространяется свет. Истолкование отрицательного результата опыта Майкельсона с точки зрения основополагающих положений классической

механики вызывает серьезные затруднения. Ведь в соответствии с этим результатом скорость света не зависит от скорости движения системы отсчета.

Делались неоднократные попытки ввести специальные гипотезы для объяснения отрицательного результата опыта Майкельсона без отказа от предположения о существовании неподвижного электромагнитного эфира. Все выдвигаемые гипотезы, какими бы остроумными они ни были, в свою очередь приводили к новым трудностям и противоречиям и свидетельствовали лишь о беспомощности классической физики в разрешении проблемы. Необходим был принципиально новый подход к разрешению проблемы о привилегированной неподвижной системе отсчета.

Такой подход осуществил А. Эйнштейн в 1905 г., выдвинув предположение, которое он называет принципом относительности: «...не только в механике, но и в электродинамике никакие свойства явлений не соответствуют понятию абсолютного покоя и даже, более того, ...для всех координатных систем, для которых справедливы уравнения механики, справедливы те же самые электродинамические и оптические законы...» Кроме принципа относительности, Эйнштейн вводит добавочное допущение: «...свет в пустоте всегда распространяется с определенной скоростью, не зависящей от состояния движения излучающего тела»¹.

По Эйнштейну, нужно не объяснять со старых позиций, почему «не удается» опыт Майкельсона и подобные ему опыты, а рассматривать его результат в качестве подтверждения принципиальных положений — постулатов новой теории. Для удобства дальнейших применений сформулируем их отдельно:

I. **Принцип относительности Эйнштейна.** Любое физическое явление протекает одинаково во всех инерциальных системах отсчета. Иными словами, любой закон природы одинаково справедлив во всех инерциальных системах. Если в одной инерциальной системе некоторый физический закон выражен математической формулой, то вид ее должен быть тем же самым во всех других инерциальных системах. Это значит, что законы физики должны быть инвариантны по отношению к переходам между инерциальными системами.

II. **Принцип постоянства скорости света.** Во всех инерциальных системах по всем направлениям скорость распространения света в пустоте имеет одно и то же значение, равное c . Расшифруем принцип. Равноправие всех физических систем позволяет рассматривать некоторый источник света в любой из них. В одной системе источник покоятся, во всех остальных — движется. По принципу постоянства скорости света получается, что движение источника в инерциальной системе не оказывает влияния на скорость испускаемого им света.

¹ Эйнштейн А. К электродинамике движущихся тел // Собрание научных трудов.— М.: Наука, 1965.— Т. I.— С. 7. Далее из оригинального текста статьи следует, что речь идет об одних и тех же электродинамических и оптических законах, об одинаковой их форме во всех инерциальных системах.

Принцип постоянства скорости света находится в определенной связи с принципом относительности. Если допустить, что в природе существует предельная скорость движения материальных объектов, и распространить принцип относительности на все физические явления, то эта предельная скорость будет одинаковой во всех инерциальных системах. В противном случае нарушается их равноправие, эквивалентность, вытекающая из принципа относительности. Оказывается, что предельная скорость равна c . Ею, в частности, обладают электромагнитные волны, свет. Но подчеркнем, что принцип постоянства скорости света не является просто следствием принципа относительности: только предельная скорость будет одной и той же во всех инерциальных системах. По этой причине в качестве второго постулата можно выбрать *принцип существования предельной скорости распространения взаимодействий, равной c* .

Два рассмотренных выше принципа лежат в основе специальной теории относительности (СТО), созданной А. Эйнштейном в результате критического анализа классических представлений о пространстве и времени в связи с изучением электромагнитных явлений в движущихся системах. В настоящее время СТО является общефизической теорией и основанием ряда современных физических теорий. В ней фундаментальную роль играет константа c , равная скорости света в вакууме. Приведем ее современное значение: $c = 299\,972\,458 \pm 1,2$ м/с.

Историческая справка. Во избежание искажения исторической последовательности событий заметим, что опыт Майкельсона не оказал решающего влияния на появление основополагающей работы Эйнштейна «К электродинамике движущихся тел», хотя автор и упоминает о неудавшихся попытках обнаружить движение Земли относительно светоносной среды. Однако это ни в коей мере не умаляет роли данного опыта в истории развития современной физики. Эта роль многократно подчеркивалась самим Эйнштейном.

Среди более поздних опытов отметим опыт Бонч-Бруевича 1956 г. с внеземным движущимся источником света относительно Земли. Опыт показал, что скорость света не зависит от скорости движения источника. С развитием науки и техники стало возможным обнаруживать очень малые изменения скорости света. Но новые опыты (в частности, опыты Кантора 1962—1964 гг.) дали отрицательный результат. Опыты, проведенные в 60-е гг., и современные астрономические измерения установили независимость скорости света от скорости движения источника с очень высокой точностью. В настоящее время второй постулат СТО надежно подтвержден экспериментально.

1.3. Преобразования Лоренца. Из аксиомы о постоянстве и предельном характере скорости света следует, что преобразования Галилея неприменимы к скорости движения, равной c . При достаточно высоких скоростях движения тел (и систем отсчета) они должны быть заменены другими преобразованиями. Такие преобразования были найдены Лоренцем еще до появления теории относительности, и хотя их толкование в СТО изменилось, они носят название преобразований Лоренца.

В релятивистской области движений — области высоких скоростей — сохраняется модель пространства и времени, рассмотренная ранее в классической механике (I, § 1). Согласно модели реальное пространство трехмерно и евклидово, оно непрерывно, однородно, изотропно. Время одномерно, непрерывно, однородно и однородно направ-

ленно. Новыми являются преобразования координат и времени при переходе между двумя инерциальными системами, так как они должны удовлетворять теперь принципу постоянства скорости света, чего не было в классической механике. Выведем преобразования Лоренца, ограничившись выбором направления осей координат, представленным на рисунке 1.3. В силу изотропности пространства этот выбор не уменьшает общности рассмотрения вопроса, так как все направления осей равноправны. Когда направление скорости \vec{v} в некоторой системе определено, с ним и совмещаем любые оси, например $Ox, O'x'$. Такой выбор целесообразен как выбор, упрощающий формулы.

Далее предположим, что в обеих системах установлена координатная сетка при помощи эквивалентных эталонов длины, а время измеряется одинаковыми часами. Физическое равноправие систем допускает такую возможность. Часы, находящиеся в началах координат, в момент совпадения начал в пространстве поставлены на одинаковое время: $t = t' = 0$. Штрихованная система движется в нештрихованной со скоростью $v_x = V, v_y = 0, v_z = 0$. Нештрихованная в штрихованной — со скоростью $v'_x = -V, v'_y = 0, v'_z = 0$. Различие знака у проекции скорости движения систем вдоль оси Ox — единственное математическое отличие систем друг от друга.

Если в классической механике полагали, что скорость синхронизирующих часы сигналов бесконечно велика, то теперь это неправомерно, ведь утверждается наличие *пределной скорости*, что и должно быть принято в расчет при синхронизации часов. Часы в обеих системах синхронизированы с помощью сигналов, распространяющихся с конечной скоростью c : по сигналу времени $t = 0$ в системе K часы на расстоянии r от начала поставлены на время $t = \frac{r}{c}$, а часы в системе K' — на $t' = \frac{r'}{c}$.

Теперь абсолютное совпадение моментов времени для какого-либо события в разных системах, как это было в случае преобразований Галилея (I, § 3), не имеет места. Чтобы убедиться в этом, рассмотрим в качестве события попадание светового сигнала, испущенного из совпадающих начал систем K и K' в нулевой момент времени в точку A , покоящуюся в системе K , в которой сигнал прошел расстояние r' и попал в точку A в момент $t = \frac{r}{c}$. В системе K' точка A двигалась, и здесь сигнал прошел другое (меньшее) расстояние r' (рис. 1.4), так что свет пришел в точку A в момент $t' = \frac{r'}{c}$. Это значит, что для одного и того же события по синхронизированным часам $t \neq t'$. Поэтому мы не можем заранее считать, что время преобразуется тождественно, т. е. что $t = t'$, кроме нулевого момента в начале координат. Следует искать формулы преобразования координат и времени.

Искомые формулы преобразования должны быть *линейными*, так как пространство и время *однородны*; началом координат и отсчета

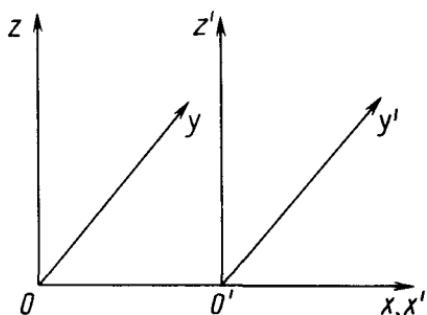


Рис. 1.3.

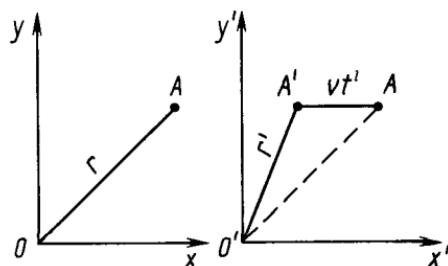


Рис. 1.4.

времени в обеих системах может служить любая точка. Найдем сначала, как будут преобразовываться координаты y и z , перпендикулярные направлению относительной скорости движения систем. В соответствии со сделанными предположениями относительно систем координат наиболее общей линейной связью между штрихованными и нештрихованными координатами является связь

$$y' = \varepsilon y, z' = \varepsilon z,$$

причем взят один и тот же коэффициент ε в силу изотропности пространства. Коэффициент ε имеет простой механический смысл: он указывает, во сколько раз возрастает длина отрезка, покоящегося в первой системе, расположенного вдоль оси Oy или Oz , при его измерении во второй системе (штрихованной). Относительно этой системы отрезок движется в направлении $O'x'$ со скоростью V . Так как обе системы равноправны, то обратные преобразования будут иметь точно такой же вид: $y = \varepsilon y'$, $z = \varepsilon z'$.

Но так как

$$y = \frac{1}{\varepsilon} y', z = \frac{1}{\varepsilon} z',$$

то $\frac{1}{\varepsilon} = \varepsilon$, $\varepsilon = \pm 1$.

Приходим к результату, что указанные координаты преобразуются тождественно: $y' = y$, $z' = z$. Знак «минус» опущен, так как он говорит о выборе противоположного направления штрихованных осей, что интереса не представляет.

Для нахождения закона преобразования координаты x заметим, что положение начала координат штрихованной системы для любого момента времени в системах задается так: $x' = 0$, $x = Vt$. Соответственно для начала координат нештрихованной системы $x = 0$, $x' = -Vt'$. Отсюда однородное линейное преобразование, связывающее координаты x и x' , должно иметь следующий вид:

$$x' = \gamma(x - Vt), \quad x = \gamma(x' + Vt').$$

Коэффициент пропорциональности γ в прямом и обратном преобразованиях должен быть одинаков в силу равноправия систем. Для определения величины этого коэффициента используем принцип по-

стоянства скорости распространения света. Пусть в момент времени $t = t' = 0$ из совпадающих начал координат посыпается световой сигнал, который фиксируется в обеих системах как вспышка на экране. Этому событию в первой системе соответствует значение координат $x = ct$, а во второй $x' = ct'$. Подставляя данные значения координат в предыдущие формулы преобразования, получаем:

$$ct' = \gamma(c - V)t, \quad ct = \gamma(c + V)t'.$$

После перемножения равенств и сокращения на общий множитель легко получаем:

$$\gamma = \pm \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}.$$

Искомый закон преобразования координат x получен:

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}.$$

Для нахождения закона преобразования времени решаем второе уравнение относительно t' и подставляем сюда значение x' из первой формулы. После несложных алгебраических преобразований приходим к исковому результату. Лоренцевы преобразования таковы:

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}. \quad (1.2)$$

Образные преобразования получим, обращая знак у скорости V :

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \frac{t' + \frac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}. \quad (1.3)$$

Знак «плюс» выбран для γ по следующим соображениям. Знак «минус» для координат означал бы просто другой выбор направления оси Ox , а в формуле для преобразования времени t — обратный ход времени в штрихованной системе. Но время однонаправленно, инерциальных систем с обратным ходом времени не существует, поэтому смысла знак «минус» не имеет. (Однако в микромире «минус» находит толкование для античастиц.)

Полученные преобразования координат Лоренца (1.2) и (1.3) играют фундаментальную роль в СТО и всей релятивистской физике, ибо они в аналитической форме выражают принципы Эйнштейна. Что же касается используемых в классической механике преобразований Галилея (I, § 3), то они являются предельным случаем этих более общих преобразований Лоренца. Формулы (1.2) при $c = \infty$ (т. е. $V \ll c$) переходят в классические — галилеевы:

$$x' = x - Vt, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t.$$

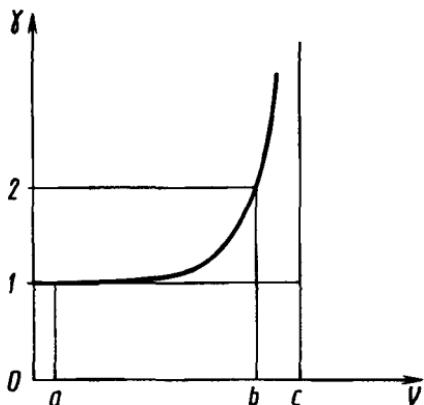


Рис. 1.5.

но отражают пространственно-временные соотношения для медленных движений по сравнению со скоростью распространения света. Для движений, у которых скорость сравнима со скоростью света, преобразования Галилея, а также некоторые законы ньютоновской механики становятся неверными. Соотношения между инерциальными системами отсчета в этом случае должны определяться формулами преобразований Лоренца.

Итак, условие $V \ll c$ качественно определяет границу между классической и релятивистской областями.

Построим график величины γ , входящей в формулы (1.2) и (1.3). Область скоростей, в которой график в пределах доступной или интересующей нас точности не отличается от прямой, будет классической (для механики макротел условно, например $v < 100$ км/с), далее следует релятивистская область. В ряде случаев выделяют также квазирелятивистскую область (ab), в которой величина γ отлична от 1, но не превышает 2 (рис. 1.5). В таком случае релятивистская область лежит за точкой b .

Переход формул из одной теории к формулам другой, менее общей, но применяемой в качестве фундаментальной для широкого круга явлений, связывают с *принципом соответствия* между физическими теориями. Согласно этому *принципу более общие теории содержат менее общие в качестве своих предельных случаев, дающих простые универсальные модели для описания физических явлений в соответствующих областях*. Так, классическая механика содержится в релятивистской, но имеет самостоятельное значение в своей предметной области.

§ 2. Основные кинематические следствия преобразований Лоренца

2.1. Длины движущихся отрезков и промежутки времени по движущимся часам. Остановимся на важнейших выводах, которые вытекают из преобразований Лоренца и уточняют кинематические

Если бы существовали бесконечно быстрые сигналы, то их можно было бы использовать для регулировки часов и преобразовывать время тождественно. Но бесконечно быстрых сигналов в природе нет, и осуществить такую синхронизацию часов невозможно. Однако в подавляющем большинстве случаев, с которыми сталкивается механика, отношение $\frac{V}{c} = \beta$ — очень малая величина; в приближении преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея. Поэтому последние достаточно правильны.