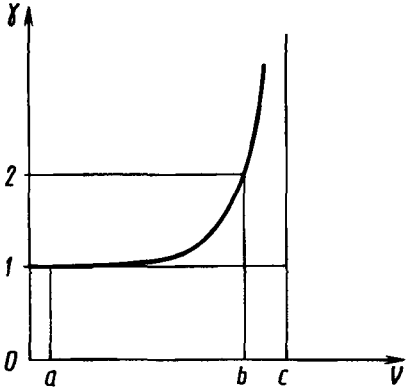

Рис. 1.5.

Если бы существовали бесконечно быстрые сигналы, то их можно было бы использовать для регулировки часов и преобразовывать время тождественно. Но бесконечно быстрых сигналов в природе нет, и осуществить такую синхронизацию часов невозможно. Однако в подавляющем большинстве случаев, с которыми сталкивается механика, отношение $\frac{V}{c} = \beta$ — очень малая величина; в приближении преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея. Поэтому последние достаточно правильно отражают пространственно-временные соотношения для медленных движений по сравнению со скоростью распространения света. Для движений, у которых скорость сравнима со скоростью света, преобразования Галилея, а также некоторые законы ньютоновой механики становятся неверными. Соотношения между инерциальными системами отсчета в этом случае должны определяться формулами преобразований Лоренца.

Итак, условие $V \ll c$ качественно определяет границу между классической и релятивистской областями.

Построим график величины γ, входящей в формулы (1.2) и (1.3). Область скоростей, в которой график в пределах доступной или интересующей нас точности не отличается от прямой, будет классической (для механики макротел условно, например $v < 100$ км/с), далее следует релятивистская область. В ряде случаев выделяют также квазирелятивистскую область (ab), в которой величина γ отлична от *1*, но не превышает *2* (рис. 1.5). В таком случае релятивистская область лежит за точкой b.

Переход формул из одной теории к формулам другой, менее общей, но применяющейся в качестве фундаментальной для широкого круга явлений, связывают с *принципом соответствия* между физическими теориями. *Согласно этому принципу более общие теории содержат менее общие в качестве своих предельных случаев, дающих простые универсальные модели для описания физических явлений в соответствующих областях.* Так, классическая механика содержится в релятивистской, но имеет самостоятельное значение в своей предметной области.

§ 2. Основные кинематические следствия преобразований Лоренца

2.1. Длины движущихся отрезков и промежутки времени по движущимся часам. Остановимся на важнейших выводах, которые вытекают из преобразований Лоренца и уточняют кинематические

понятия классической механики. Отсутствие в природе бесконечно быстрых сигналов заставляет критически проанализировать понятия длины или расстояния между двумя точками, в которых произошли некоторые события, и промежутка времени между моментами двух событий в различных инерциальных системах. Прежде всего напомним, что элементарным *механическим событием* мы называем попадание материальной точки в точку пространства с координатами x, y, z в момент времени t. Событие инвариантно по отношению ко всем системам отсчета, т. е. если оно происходит в какой-то одной из них, то происходит и во всех других, но координаты и момент времени его, разумеется, другие.

Понятие события распространяется на все физические явления. Под ним следует понимать любое физическое явление, происходящее в данной точке пространства в данный момент времени. Оно происходит во всех системах отсчета. В качестве примера события приведем вспышку света, выстрел, распад элементарной частицы. Понятие точечного события является абстракцией; реальное событие всегда имеет некоторую пространственную и временную протяженность и может рассматриваться как точечное только приближенно. Любой физический процесс есть некоторая последовательность точечных событий.

Пересмотр очевидных классических представлений о длине отрезков и продолжительности процессов как величин абсолютных связан с необходимостью уточнения *способа измерения* расстояний и времени, приведения их в соответствие с физически осуществимыми способами измерения данных величин. Именно это и сделано в СТО.

Рассмотрим вопрос об измерениях подробнее. Экспериментаторы располагают в каждой инерциальной системе следующим: для пространственных измерений имеются эталоны — твердые стержни, а для измерений времени — неограниченное число часов, идущих совершенно одинаково. При этом эквивалентность пространственных и временных эталонов распространяется в силу принципа относительности на все инерциальные системы. Опираясь на постулаты о геометрических свойствах пространства (непрерывность, евклидовость и т. д.), в любой ИСО можно осуществить с помощью измерений длин и углов *определение координат каждой точки* (измерение длин осуществляется для неподвижных отрезков наложением масштаба).

Ход времени во всех ИСО согласно постулату о равноправии систем эквивалентен, т. е. время во всех системах непрерывно, однонаправленно и т. д.

Пусть в каждой точке пространства находятся часы. По этим часам и должен определяться момент времени события, происходящего в данной точке. Для того чтобы это время было не местным, а общим для всей системы, необходимо *синхронизировать* ход часов Здесь возможны два способа. Первый: собрать часы в одну точку, установить на них одинаковые показания и затем распределить их по всей системе. При таком способе предполагается, что перенос часов (сообщение им ускорения) не оказывает влияния на их ход. Каких-либо научных оснований для такой гипотезы не имеется, и такой способ синхронизации следует забраковать. Второй способ, не требующий введения новых гипотез, состоит в посылке сигналов точного времени. (Как известно, этот способ является основным и в практической службе времени.) На основе опыта в принципе постоянства скорости света утверждается, что световые (электромагнитные) сигналы по всем направлениям в инерциальной системе распространяются с одинаковой скоростью. Синхронизированные показания всех часов системы получим, если в момент $t = 0$ из начала координат пошлем сигнал, а в момент получения сигнала на любых часах поставим время $t_1 = \frac{r}{c}$, где r — расстояние часов от начала координат. (Так мы уже поступали в предыдущем па-

раграфе.) Таким образом можно установить время для данной системы отсчета и получить возможность событию однозначно сопоставить четыре числа x, y, z, t, определяющие его место и время.

Длины неподвижных отрезков измеряются *наложением* эталонного масштаба. Для движущегося отрезка измерение методом наложения не годится, так как придется вводить гипотезу о независимости длины эталона от скорости движения, являющуюся произвольной. Для определения длины движущегося отрезка достаточно определить *положение его концов для одного и того же момента времени.* Расстояние между этими точками и является длиной движущегося отрезка в системе, где концы отрезка фиксировались. При таком способе измерения не возникает необходимости вводить какие-либо дополнительные допущения. Вышеописанные способы определения координат и времени, а также измерение длины движущегося отрезка находятся в полном соответствии с законами физики и практикой измерений этих величин.

Определим теперь длину отрезка в двух системах: в одной он движется, а в другой покоится. Пусть отрезок длиной l покоится вдоль оси Ox нештрихованной системы. Координаты его начала и конца для любого момента времени в этой системе будут x_1, $x_2 = x_1 + l$. Для определения длины отрезка в штрихованной системе, относительно которой он движется со скоростью — V, найдем координаты x_1' и x_2' для одного и того же момента времени. Для этой цели пользуемся формулами (1.3). Полагаем в первой из них $t' = 0$ и находим:

$$x_1' = x_1\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}},$$

$$x_2' = (x_1 + l)\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}.$$

Отсюда следует, что

$$l' = l\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}. \qquad (2.1)$$

Длина отрезка сокращается пропорционально множителю

$$\sqrt{1 - \frac{V}{c^2}}.$$

Итак, пространственные расстояния *не являются инвариантами* преобразований Лоренца, они изменяются при переходе от одной инерциальной системы к другой. Равноправие обеих систем выражается здесь в том, что измерение длины отрезка, покоящегося вдоль оси $O'x'$ штрихованной системы, в нештрихованной системе дает тот же результат — отрезок оказывается укороченным пропорционально множителю $\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$.

Рассмотрим, как будут восприниматься промежутки времени между двумя событиями с точки зрения различных ИСО. Определим в нештрихованной системе, какую величину имеет промежуток вре-

мени между двумя событиями, происходящими в одной и той же точке x' штрихованной системы. Для первого события часы, покоящиеся в точке x' штрихованной системы, показывают t'_1, а для второго t'_2. Используя последнюю формулу (1.3), получаем:

$$t_1 = \frac{t'_1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad t_2 = \frac{t'_2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}.$$

Отсюда следует, что

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}. \tag{2.2}$$

Промежутки времени тоже приобретают относительный характер. Об этом образно говорят, как об изменении хода часов при их движении: движущиеся часы идут медленнее, нежели покоящиеся. Замедление хода часов происходит пропорционально множителю $\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$. Но суть дела не в том, что движение системы влияет на ход процессов, происходящих в ней, и на ход часов, а в относительном характере промежутка времени: *продолжительность процесса, или промежуток времени между двумя событиями, наименьший в той системе, в которой события происходят в одной и той же точке пространства.* Этот промежуток называется *собственным временем* $\Delta \tau$:

$$\Delta \tau = \Delta t \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}. \tag{2.3}$$

Промежуток времени Δt между этими же событиями во всех других системах, где они происходят в разных точках пространства (вместе с движущимся телом), *всегда больше собственного времени.*

Понятие одновременности двух событий, имевшее в классической физике абсолютный характер, на самом деле таковым не является. Если в какой-либо инерциальной системе события одновременны, то в другой, движущейся относительно первой, им соответствуют разные моменты времени. Об этом уже говорилось ранее, а сейчас неодновременность событий вытекает из формул преобразования времени. Пусть два события были одновременны в нештрихованной системе, т. е. $t_2 = t_1$. По формулам (1.3) имеем:

$$\frac{t'_2 - t'_1 + \frac{V}{c^2}(x'_2 - x'_1)}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = 0,$$

откуда

$$\Delta t' = \frac{V}{c^2}(x'_1 - x'_2).$$

Кроме того, с точки зрения первой системы часы во второй идут несинхронно: показания часов, как это видно из (1.3), зависят от их координаты x'.

Современная физика получила прямое экспериментальное подтверждение изменения промежутков времени в зависимости от скорости движения. Продолжительность жизни элементарных частиц — мюонов зависит от их скорости, и эта зависимость имеет ясно выраженный релятивистский характер, т. е. соответствует формулам (2.3). Существуют и другие подтверждения эффекта, в частности прямые эксперименты с движущимися точными часами.

2.2. Закон сложения скоростей. Пусть некоторая материальная точка движется и наблюдается в штрихованной и нештрихованной системах. Скорость ее в проекциях на оси выражается следующим образом:

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'}, \quad v'_y = \frac{dy'}{dt'}, \quad v'_z = \frac{dz'}{dt'}; \quad v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}.$$

С помощью преобразований Лоренца легко находим связь между скоростями в разных системах:

$$v_x = \frac{v'_x + V}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}}, \quad v_y = \frac{v'_y \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}}, \quad v_z = \frac{v'_z \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}}. \quad (2.4)$$

Для светового сигнала, например, распространяющегося по оси Ox, получим:

$$U = \frac{c + V}{1 + \frac{cV}{c^2}} = c,$$

что согласуется, конечно, с принципом постоянства скорости света.

Классическая формула скоростей (1.1), вытекающая из преобразований Галилея, является частным случаем релятивистских формул (2.4) при $c = \infty$.

2.3. Пространственно-временной интервал. Как пояснено в предыдущем параграфе, промежутки времени и расстояния не являются инвариантами преобразований Лоренца, они имеют разные значения в различных инерциальных системах отсчета. Вместо двух этих величин, являющихся абсолютными в классической физике и носящих относительный характер в СТО, важнейшим инвариантом в теории относительности выступает величина, называемая пространственно-временным интервалом.

Существование инварианта самым непосредственным образом вытекает из принципа постоянства скорости света. Пусть в момент $t = t' = 0$ в общем начале координат производится световая вспышка и в каждой системе в силу принципов относительности и постоянства скорости света распространяется сферическая световая волна, фронт которой удовлетворяет уравнениям

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = 0, \; x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2 = 0.$$

Отсюда следует, что квадратичная форма

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2$$

во всех инерциальных системах имеет для светового сигнала одно и то же значение (в данном случае равное нулю). Инвариантность указанной квадратичной формы можно проверить для любых двух событий путем непосредственной подстановки значений нештрихованных величин, взятых по формулам лоренцевых преобразований (1.2) или (1.3). Пусть теперь x_1, y_1, z_1, t_1 и x_2, y_2, z_2, t_2 — координаты и времена каких-либо двух событий в данной системе отсчета. Пространственный интервал между событиями равен:

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2},$$

а временной: $t_2 - t_1$.

Составим квадратичную форму в виде

$$(\Delta S)^2 = -c^2(t_2 - t_1)^2 + (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 \quad (2.5)$$

и назовем ΔS *пространственно-временным интервалом* между рассматриваемыми событиями. Непосредственная проверка инвариантности квадратичной формы (2.5) по отношению к преобразованиям (1.2) не представляет каких-либо затруднений. Инвариантен, следовательно, и интервал ΔS.

Квадрат пространственно-временного интервала (2.5) может быть положительным и отрицательным числом. В первом случае интервал называется *пространственноподобным,* во втором — *времениподобным.* События, разделенные пространственноподобным интервалом, отстоят друг от друга на таком большом расстоянии и следуют друг за другом так быстро, что световой сигнал за этот промежуток времени успевает пройти меньшее расстояние, нежели расстояние между точками, где произошли события. В этом случае среди инерциальных систем всегда найдется такая, в которой оба события будут одновременны, т. е. $t_2' = t_1'$. Пространственно-временной интервал в этой системе совпадает с расстоянием между точками, в которых происходили события в один и тот же момент времени. События, причинно связанные друг с другом, не могут быть разделены пространственноподобным интервалом, так как в этом случае существовали бы физические взаимодействия, распространяющиеся со скоростью, большей c.

Для времени-подобного интервала расстояние между точками, в которых происходят события, меньше того расстояния, на которое успевает распространяться световой сигнал за промежуток времени, разделяющий события, т. е. $(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 < (t_2 - t_1)^2c^2$.

Среди инерциальных систем найдется такая, в которой оба события происходят в одной точке и инвариантная величина интервала будет пропорциональна времени, протекающему между событиями в этой системе. Все причинно связанные события разделены времениподобными интервалами. Последовательность этих событий во времени одинакова во всех инерциальных системах.

Вместо инвариантной величины ΔS, определяемой формулой (2.5), вводят другой инвариант преобразований Лоренца:

$$(\Delta \tau)^2 = (t_2 - t_1)^2 - \frac{1}{c^2}\left[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2\right]. \quad (2.6)$$

Когда $\Delta \tau^2 < 0$ — интервал пространственноподобный, а при $\Delta \tau^2 > 0$ — времени-подобный. Во втором случае найдется инерциальная система, в которой интервал совпадает с промежутком времени, протекающим между событиями, происходящими в одной точке, т. е.

$$\Delta \tau = t_2' - t_1'.$$

Это собственное время, выраженное формулой (2.3).

Сказанное относительно конечных пространственно-временных интервалов полностью справедливо и для событий, разделенных бесконечно малыми интервалами. Бесконечно малый интервал может быть охарактеризован инвариантами

$$dS^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2, \quad (2.7)$$

$$d\tau^2 = dt^2 - \frac{1}{c^2}(dx^2 + dy^2 + dz^2). \quad (2.8)$$

В этих формулах и везде далее приняты следующие сокращенные обозначения $(dS)^2 = dS^2$, $(dx)^2 = dx^2$ и т. д. Из сравнения инвариантов (2.7) и (2.8) вытекает формула

$$dS = icd\tau. \quad (2.9)$$

Рассмотрим движение материальной частицы по некоторой траектории. Движение можно трактовать как непрерывную последовательность событий — попадания движущейся частицы в соответствующие моменты времени в разные точки траектории. Интервалы, разделяющие эти события, времени-подобны:

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 = v^2dt^2 (v < c). \quad (2.10)$$

В системе координат, которая в данный момент имеет такую же скорость, как и частица, т. е. в которой частица покоится, $d\tau$ совпадает с бесконечно малым промежутком времени dt' между соседними событиями. Инвариантную величину $d\tau$ называют элементом собственного времени движущейся частицы. Связь между элементами собственного времени и временем в системе отсчета, по отношению к которой рассматривается движение частицы, получаем из (2.8):

$$d\tau = dt\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (2.11)$$

Итак, теория относительности не отрицает существование абсолютных величин. Как и в классической механике, в ней есть инварианты, не зависящие от выбора инерциальной системы отсчета. Теория, однако, устанавливает, что важнейшие инварианты классической механики — пространственные интервалы и промежутки времени — в действительности таковыми не являются. Инвариантом, соответствующим современному уровню знаний о свойствах пространства и времени, является пространственно-временной интервал.