

Полная энергия материальной точки складывается из энергии покоя, пропорциональной массе  $m$ , и кинетической энергии  $T = \frac{mv^2}{2}$ .

Важно, что  $\frac{mv^2}{2} \ll mc^2$ , поэтому в классической области изменения энергии при взаимодействии малы по сравнению с энергией покоя и масса сохраняется. Однако в релятивистской области кинетическая энергия может быть сравнима с энергией покоя, а может и превышать ее в любое число раз. В таком случае закон сохранения энергии не будет препятствовать образованию новых частиц с переходом энергии движения в энергию покоя. Опыт показывает, что в релятивистской области при взаимодействиях элементарных частиц масса их не сохраняется. Это означает, что энергия покоя может переходить в энергию движения и наоборот.

Иногда вводят *движущуюся*, или *релятивистскую массу*, придавая релятивистскому импульсу (4.5) классический вид:  $p = mv$ . Для этого определяют релятивистскую массу соотношением

$$m_r = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (4.19)$$

С введением релятивистской массы  $m_r$  (ранее введенная масса  $m$  именуется *массой покоя*) зависимость между энергией и массой (4.6) и (4.17) для движущегося и покоящегося объектов становится единой:  $E = m_r c^2$ .

Релятивистская масса зависит от скорости и не является инвариантной величиной, что делает ее применение ограниченным, особенно для элементарных частиц, где масса покоя является одним из важнейших параметров частицы.

Итак, в классической области кинетическая энергия (приближенно) выражается формулой

$$T = \frac{p^2}{2m},$$

в релятивистской:

$$T = E - mc^2 = c\sqrt{p^2 + m^2c^2} - mc^2.$$

В предельно релятивистской  $T \approx E \approx cp$ , причем связь ее с релятивистским импульсом определяется формулой, справедливой и для безмассовых частиц. По этой причине об энергии квантов электромагнитного поля говорят иногда как о кинетической энергии.

## § 5. Законы сохранения в системе взаимодействующих частиц

**5.1. Релятивистская модель взаимодействия. Понятие о поле.** В классической механике взаимодействие между материальными точками понимается как дальнодействие: система состоит только из тел, моделируемых материальными точками, и действие тел друг на друга осуществляется на расстоянии, передаваясь мгновенно.

СТО уточняет характер передачи взаимодействия, вводя не только предельную скорость  $c$ , но и переносчика взаимодействия — реально существующее материальное поле.

Необходимо различать передачу взаимодействия посредством поля в макромире и микромире. В макромире применяется *полевая, или квазирелятивистская, модель материи и взаимодействия*: в систему входят тела и непрерывное поле, передающее взаимодействие между телами. В микромире применяется *квантово-релятивистская модель*: в систему входят только микрочастицы, в том числе кванты полей. В квазирелятивистском случае число материальных точек в системе и их масса сохраняются; в квантово-релятивистском — число частиц и их масса может изменяться в результате взаимодействия.

Проведем подробный анализ взаимодействия для макроскопического случая. Квазирелятивистская модель системы содержит материальные точки и непрерывное поле. Взаимодействие же есть близкодействие, т. е. действие поля на материальную точку в той геометрической точке поля, в которой материальная точка находится. Одно тело действует на другое не непосредственно, а через поле, которое создает вокруг себя.

Поле распространяется в пространстве с конечной скоростью, не большей скорости света  $c$ .

В классической механике понятие поля использовалось, однако оно имело чисто математический характер, так как никакому материальному объекту в пространстве силовое поле не соответствовало. Рассматривалась сила, действующая на материальную точку со стороны других точек, как функция координат точки пространства. В релятивистской же механике схема взаимодействия изменяется принципиально — поле входит в систему как материальный объект, обладающий энергией и импульсом, распределенными по пространству непрерывно (макроскопическое поле занимает большие области пространства). Взаимодействие в системе состоит в *непрерывном обмене импульсом и энергией* между материальными точками и полем.

В природе известны *два макроскопических поля: электромагнитное и гравитационное*. Оба они входят в соответствующие системы взаимодействующих материальных объектов. Так, гравитационное поле связывает между собой любые макроскопические тела, проявляясь прежде всего в силе всемирного тяготения. Электромагнитное же поле входит в систему электрически заряженных тел или частиц. Однако при изучении первых и вторых систем выясняется их значительное отличие друг от друга.

Подавляющая часть проявлений гравитационных взаимодействий в окружающем нас мире на Земле и в Солнечной системе укладывается (хотя и в приближении) в *схему классической механики*, тогда как электромагнитные взаимодействия в большинстве случаев носят *релятивистский характер*. Поэтому гравитационное поле описывалось в курсе классической механики только по своему силовому действию, а электромагнитное будет изучаться как самостоятельный

релятивистский объект; движение в нем дополняется релятивистской динамикой<sup>1</sup>.

В квантово-релятивистской модели оба вида материи — вещество и поле — дискретны и состоят из элементарных частиц. Например, электромагнитное поле состоит из фотонов, отличающихся от элементарных частиц вещества нулевой массой. В микромире наряду с электромагнитным полем известны еще два фундаментальных поля: сильное и слабое. Их квантами — глюоны и  $\pi$ -мезоны, промежуточные мезоны  $W^+$ ,  $W^-$ ,  $Z^0$  — имеют отличную от нуля массу, а взаимодействие передают только на очень малые — микроскопические — расстояния ( $r \leq 10^{-15}$  м). Таким образом, если на макроуровне система взаимодействующих тел включает непрерывное поле, то на микроуровне она состоит только из дискретных материальных объектов — элементарных частиц. Взаимодействие здесь передается соответствующими частицами — квантами полей — при их непосредственном контакте и имеет квантовый характер. Результат взаимодействия состоит не только в механическом движении, а и в исчезновении одних и образовании других частиц.

**5.2. Законы сохранения энергии и импульса для замкнутой изолированной релятивистской системы.** Рассмотрим сначала макроскопическую систему заряженных тел (материальных точек) и непрерывного (электромагнитного) поля. Система называется в механике замкнутой, если в ней действуют только внутренние силы, т. е. силы взаимодействия только между точками системы. Как известно, для потенциальных сил в замкнутой системе сохраняется механическая энергия, а для любых сил — импульс и момент импульса системы. Соответствующие величины введены выше для релятивистских частиц, и показано, что в системе невзаимодействующих частиц, т. е. системе без поля, они сохраняются. Теперь переходим к системе с взаимодействием.

Поскольку в релятивистском случае в систему материальных точек входит поле, механическое понятие замкнутости оказывается недостаточным. Расширим его на квазирелятивистскую систему. Система называется замкнутой изолированной, если не испытывает взаимодействия со своим окружением, нет поля излучения из системы и нет других полей излучения, поступающих в систему.

Таким образом, в системе имеется только поле, созданное входящими в него телами; через него и осуществляется взаимодействие тел.

Такое определение замкнутой изолированной системы оказывается целесообразным расширением понятия механической замкнутой системы потому, что для нее строго сохраняются при любых известных в настоящее время взаимодействиях релятивистская энергия системы, релятивистский импульс системы, момент импульса системы. В отличие от полной механической энергии системы, включающей в себя кинетическую и потенциальную, теперь энергия складывается из релятивистских энергий всех тел и энергии поля, непрерывно распределенной в пространстве:

$$\sum_{i=1}^n \frac{m_i c_i^2}{\sqrt{1 - v_i^2/c^2}} + \int_V w dV = \text{const}, \quad (5.1)$$

где  $w$  — плотность энергии поля.

<sup>1</sup> В настоящее время релятивистские поправки учитываются в точных расчетах движения планет и других тел Солнечной системы.

Аналогичны формулы законов сохранения импульса и момента импульса системы:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\vec{m}_i \vec{v}_i}{\sqrt{1 - v_i^2/c^2}} + \int_V \vec{g} dV = \text{const}, \quad (5.2)$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{\vec{m}_i [\vec{r}_i \vec{v}_i]}{\sqrt{1 - v_i^2/c^2}} + \int_V \vec{l} dV = \text{const}, \quad (5.3)$$

где  $\vec{g}$  — плотность импульса,  $\vec{l}$  — плотность момента импульса поля. Заметим, что сейчас законы сохранения нами не выводятся потому, что еще не изучены законы поля — сохранение энергии и импульса для электромагнитного поля будет выведено позже как следствие законов механики и электродинамики. Законы (5.1), (5.2), (5.3) следует считать очень общими постулатами — принципами сохранения, являющимися обобщением опыта.

Перейдем к квантово-релятивистской системе. Замкнутой изолированной будем называть систему, в которой взаимодействие частиц происходит только друг с другом; извне частицы в систему не поступают и из системы частицы не излучаются. Как правило, сам механизм взаимодействия для предельно релятивистских систем неизвестен, т. е. неизвестны динамические законы, описывающие превращения частиц. Поэтому практически очень важным является следующий случай взаимодействия в системе.

Имеется система удаленных друг от друга частиц, так что их можно считать невзаимодействующими. Такую систему называют системой асимптотически невзаимодействующих частиц. Затем частицы сближаются, взаимодействуют и расходятся на такие большие расстояния друг от друга, что снова их можно считать невзаимодействующими. Для системы при любых известных в настоящее время взаимодействиях на основании обобщения опыта постулируется строгое сохранение энергии, импульса, момента импульса:

$$\sum_{i=1}^n c \sqrt{p_i^2 + m_i^2 c^2} + \sum_{k=1}^N c p_k = \sum_{i=1}^{n'} c \sqrt{p'_i^2 + m'^i c^2} + \sum_{k=1}^{N'} c p'_k, \quad (5.4)$$

$$\sum_{i=1}^n \vec{p}_i + \sum_{k=1}^N \vec{p}_k = \sum_{i=1}^{n'} \vec{p}'_i + \sum_{k=1}^{N'} \vec{p}'_k, \quad (5.5)$$

$$\sum_{i=1}^n \vec{L}_i + \sum_{k=1}^N \vec{S}_k = \sum_{i=1}^{n'} \vec{L}'_i + \sum_{k=1}^{N'} \vec{S}'_k. \quad (5.6)$$

В формулы включены импульсы частиц без масс покоя ( $p_k$ ), орбитальные моменты импульса, вызванные движением частиц как материальных точек  $\vec{L}_i$ , собственные моменты, измеренные в системе, где частица поконится,  $\vec{S}_k$ .

При использовании формул (5.4) — (5.6) следует иметь в виду, что отдельно ни масса покоя, ни число частиц, ни деление на частицы с нулевой и отличной от нуля

массой не сохраняются, т. е. закон не запрещает различные взаимные превращения частиц. В этой связи можно заметить, что закон сохранения вещества Ломоносова — Лавуазье, эквивалентный утверждению о сохранении массы покоя, в релятивистской области несправедлив: происходят взаимные превращения вещества и поля.

**5.3. Энергия связи. Масса системы связанных частиц.** При изучении строения вещества выяснена общая закономерность: физические объекты, рассматриваемые на некотором структурном уровне деления как самостоятельные цельные образования, оказываются состоящими из отдельных частей — более простых структурных единиц. Например, тела состоят из атомов, атомы — из ядра и электронов, ядра — из нуклонов. Отдельные части связаны в целом тем или иным взаимодействием, причем многие объекты характерны устойчивостью по отношению к внешним воздействиям; чтобы систему разделить на части, требуется сообщить ей определенную энергию  $\Delta E$ . Эта энергия носит название *энергия связи*, и так как она сообщается устойчивой системе, то считается отрицательной. Следовательно, чем больше энергия связи по модулю, тем устойчивее система. Соответственно при образовании целого (системы) из частей выделяется энергия, равная модулю энергии связи.

Энергия связи является важной характеристикой взаимодействия, соединяющего части в целое, и в то же время важной характеристикой данных систем как структурных единиц вещества. В ряде случаев фундаментальные законы физики — уравнения, описывающие взаимодействие и движение, — позволяют вычислить энергию связи. Именно так нами вычислялась потенциальная энергия системы двух материальных точек, притягивающихся друг к другу с силой всемирного тяготения:

$$U = -G \frac{mM}{r}. \quad (5.7)$$

Это и есть энергия связи данной системы, если точки находятся друг от друга на расстоянии  $r$ .

Теоретически удается вычислить энергию связи для электрона в атоме, молекуле. Но во многих других случаях энергия связи определяется экспериментально, а теория не достигла уровня, необходимого для ее исчерпывающего расчета. Так обстоит дело с энергией связи нуклонов в ядре атома,夸ков в элементарных частицах. Имеет место общая качественная закономерность: энергия связи *растет с уменьшением* размеров системы и расстояния между ее структурными частями. Удельная энергия связи, т. е. энергия связи, приходящаяся на структурную единицу по порядку величин, приведена в таблице 3.

Обратимся теперь к взаимосвязи энергии и массы. Согласно формуле (4.17) энергии связи соответствует изменение массы:

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}. \quad (5.8)$$

Это значит, что масса целого, образованного взаимодействием частей, меньше массы частей, взятых в свободном состоянии, т. е. вне

взаимодействия. Масса оказывается, таким образом, величиной *неаддитивной*. Неаддитивность массы обусловлена и другим обстоятельством: зависимостью релятивистской энергии (или массы) от скорости движения. Если энергия связи уменьшает массу системы, то кинетическая энергия движения частиц в системе увеличивает ее. Надо, однако, учесть, что для устойчивой системы энергия связи больше кинетической энергии движения частей системы.

На основании сопоставления энергии связи в разных системах заключаем, что в классической области взаимодействия, отличающейся малыми энергиями связи, с обеспечивающим высокую точность результатов приближением, можно пользоваться законом сохранения массы тел. Так, например, об убыли массы системы Солнце — Земля или Земля — тело при объединении их в систему силами тяготения говорить не приходится. Также следует пренебречь этой убылью при образовании систем на атомно-молекулярном уровне. Например, при сгорании 2 млн. кг нефти масса продуктов сгорания — нефти и кислорода — уменьшается примерно на 1 г. Но уже для ядра, образовавшегося в результате соединения нуклонов, изменения массы могут составлять от тысячной до сотой части.

С ядер как систем нуклонов по энергии связи и начинается область релятивистских систем. Что касается элементарных частиц, то масса кварков, составляющих нуклоны, превышает массу самих нуклонов, вероятно, в несколько раз. Говорить о сохранении массы покоя в таких процессах, конечно, нельзя. Более того, известны реакции с элементарными частицами, при которых в результате взаимодействия полностью исчезает масса покоя; например, при аннигиляции электрона и позитрона образуются два фотона — частицы без массы покоя.

В микромире энергия связи часто определяется измерением убыли массы путем сравнения масс свободных частиц, входящих в систему, и массы системы. Формулы

$$\Delta m = M - \sum_{i=1}^n m_i, \quad \Delta E = c^2 (M - \sum_{i=1}^n m_i) \quad (5.9)$$

применяются непосредственно, например, для определения энергии связи ядер.

#### Пример 5.1. Применение понятия энергии связи для качественного анализа массы макроскопических тел.

Тело состоит из элементарных частиц, массы которых входят в массу тела. Но масса тела не равна сумме масс этих частиц, кинетическая энергия движения частиц увеличивает массу тела, а энергия связи уменьшает ее. Энергия связи обусловлена изменением энергии полей, обеспечивающих взаимодействие частиц. Поле обладает энергией и дает вклад в массу как элементарной частицы, так и тела, в состав которого последняя входит. При этом связь микрочастиц образуется потому, что «полевая» часть энергии и массы частиц при образовании устойчивой системы уменьшается.

На уровне элементарных частиц вклад в энергию и массу вносят кванты поля, передающие взаимодействие. В стационарных случаях эти кванты называются виртуальными. Например, электромагнитное поле электрона — это окружающее его (весмы разреженное) облако виртуальных фотонов; «сильное» поле нуклона образовано плотным облаком л-мезонов и т. д. При образовании устойчивых систем

часть виртуальных квантов переходит в реальные частицы или кинетическую энергию частиц, т. е. масса частиц, вступающих в связь, уменьшается, а энергия покоя системы переходит в другие формы или к другим (образовавшимся) частицам. Но ответить в настоящее время на вопрос, каково соотношение между массой «голой» частицы и массой ее «шубы» — облака виртуальных квантов, не представляется возможным.

### Пример 5.2. Распад частиц (экзотермическая реакция).

Кроме соединения частей в целое с образованием устойчивых систем, имеет место и распад квазистабильных систем на части с выделением энергии. Рассмотрим распад тела или микрочастицы с массой  $M$  на две части с массами  $m_1$  и  $m_2$  в системе отсчета, где исходное тело покоялось. В таком случае по закону сохранения энергии

$$Mc^2 = \frac{m_1 c^2}{\sqrt{1 - v_1^2/c^2}} + \frac{m_2 c^2}{\sqrt{1 - v_2^2/c^2}}. \quad (5.10)$$

Равенство (5.10), в силу того что корни в знаменателях меньше единицы, выполняется при условии

$$M > m_1 + m_2, \Delta m > 0. \quad (5.11)$$

Таким образом, распад идет с выделением кинетической энергии за счет уменьшения энергии покоя:

$$T = [M - (m_1 + m_2)] c^2.$$

Процессы такого рода в физике носят общее название — *экзотермические*.

### Пример 5.3. Распад частиц, порог реакции.

Для устойчивых систем выполняется неравенство

$$M < m_1 + m_2, \Delta m < 0.$$

Для распада необходимо сообщение системе энергии извне, равной модулю энергии связи; процесс распада в этом случае относится к *эндотермическим*. Эндотермический процесс характеризуется *порогом реакции* — минимальной энергией, необходимой для распада. Поскольку в случае эндотермической реакции необходимо внешнее воздействие, то необходима и частица, приносящая энергию. Порог реакции будет равен кинетической энергии относительного движения сталкивающихся частиц в системе центра масс этих частиц, если в ней продукты распада покоятся, т. е. кинетическая энергия равна энергии связи:

$$E_{\text{пор}} = |\Delta E| \quad (5.12)$$

### Пример 5.4. Объяснение квазистабильности системы.

Устойчивость системы при отрицательной энергии связи понятна с точки зрения сохранения энергии, а относительную устойчивость системы при положительной энергии связи требуется дополнительно объяснить. Рассмотрим график зависимости энергии связи от расстояния между частицами системы (рис. 5.1). Энергия связи увеличивается до расстояния  $r_0$ , что и соответствует устойчивости. Если же системе сообщить энергию, равную порогу, меньшую энергии связи, т. е.  $E_{\text{пор}} = E_0 - E_{\text{мин}}$ , то далее расстояние между частицами будет увеличиваться с выделением энергии. Такая ситуация характерна для деления тяжелых ядер, например, для ядер урана.

Надо отметить, что при взаимодействии в микромире часто о силе говорят не в обычном механическом смысле как о причине ускорений, а применительно к энергии связи: если энергия связи частей системы *растет с расстоянием*, то эти части *притягиваются*, если же она *убывает* — части *отталкиваются*. Такая «*словая*» терминология широко применяется за пределами классической механики, в том числе и тогда, когда основное уравнение динамики, позволяющее измерить силу по ускорению, оказывается совершенно неприменимым. (Например, в системе, состоящей из нуклонов, связанных в ядре ядерными силами притяжения.)

### Пример 5.5. Расчет порогового значения энергии в лабораторной системе.

Обычно кинетическая энергия, вызывающая распад частицы, изменяется в лабораторной системе — это комната, где находится экспериментатор. В таком случае часть энергии в распаде не участвует, так как относится к энергии движения центра масс продуктов распада. Вычислим пороговое значение энергии в лабораторной системе.

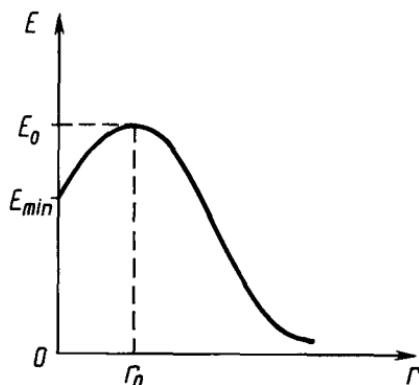


Рис. 5.1.

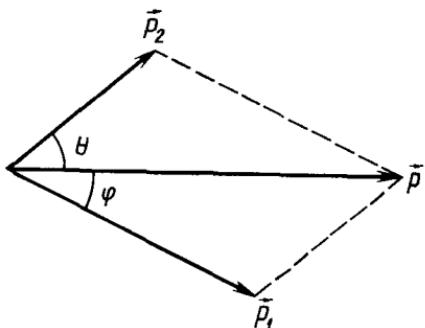


Рис. 5.2.

Пусть частица массой  $\mu$  и с энергией  $\epsilon$  налетает на покоящуюся частицу массой  $M$  и происходит распад. В результате распада появляется несколько частиц  $m_i$ . Законы сохранения энергии и импульса для процесса запишутся в виде уравнений

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i, \quad \epsilon + Mc^2 = \sum_{i=1}^n E_i$$

Используя инвариантную величину — скалярный квадрат 4-импульса, — и применяя этот инвариант для перехода в систему отсчета центра масс, в которой при пороговом значении энергии все образовавшиеся частицы  $m_i$  покоятся, получим:

$$\frac{(\epsilon + Mc^2)^2}{c^2} - p^2 = c^2(\sum_i m_i)^2. \quad (a)$$

Используя для налетающей частицы ту же формулу, имеем:

$$p^2 = \frac{\epsilon^2}{c^2} - \mu c^2,$$

что позволяет заменить в (a)  $p$  через  $\epsilon$  и найти  $\epsilon$ :

$$\epsilon = \frac{c^2(\sum_i m_i)^2 - \mu^2 c^2 - M^2 c^2}{2M}. \quad (b)$$

Осталось найти пороговое значение энергии, равное кинетической энергии налетающей частицы в данных условиях:

$$E_{\text{пор}} = T = \epsilon - \mu c^2.$$

Из (b) получим:

$$E_{\text{пор}} = \frac{c^2(\sum_i m_i)^2 - c^2(\mu + M)^2}{2M} = \frac{c^2(\sum_i m_i + \mu + M)(\sum_i m_i - \mu - M)}{2M}.$$

Выразим пороговое значение энергии в лабораторной системе через энергию связи (5.9).

$$E_{\text{пор}} \approx -\Delta E \left( \frac{\sum_i m_i}{M} + \frac{\Delta E}{2Mc^2} \right).$$

При больших значениях  $\Delta E$  пороговое значение энергии оказывается большим, так как  $\Delta E$  входит в него в квадрате. Этот релятивистский эффект затрудняет осуществление соответствующих реакций.

**Пример 5.6. Упругое соударение частиц.**

Рассмотрим столкновение двух частиц с массами и импульсами:  $m$ ,  $0$  и  $\mu$ ,  $\vec{p}$ . В релятивистской области столкновения называются упругими, если массы частиц не изменяются. После столкновения неподвижная частица  $m$  будет двигаться с импульсом

сом  $\vec{p}_1$ , а движущаяся изменит импульс на  $\vec{p}_2$  (рис. 5.2). На основе законов сохранения запишем равенства:

$$\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2, \quad (1)$$

$$mc^2 + E = E_1 + E_2. \quad (2)$$

В классическом случае решался вопрос о скоростях частиц после удара (см. I, пример 4.3); в релятивистском — ставится аналогичная задача о переданной энергии при ударе. Найдем кинетическую энергию ранее покоящейся частицы:

$$T = E_1 - mc^2.$$

С помощью (2) запишем выражение для энергии:

$$E = E_2 + E_1 - mc^2 = E_2 + T, \quad (3)$$

которое с учетом (4.15) примет вид:

$$\sqrt{p^2c^2 + \mu^2c^4} = \sqrt{p_2^2c^2 + \mu^2c^4} + T. \quad (4)$$

На основании рисунка 5.2 получим:

$$p_2^2 = p^2 + p_1^2 - 2pp_1 \cos \varphi. \quad (5)$$

Для исключения из (4) и (5)  $p_2$ , предварительно пользуясь формулой (4.15), заменим  $p_1$  через  $T_1$ :

$$p_1^2 = \frac{T_1^2 + 2mc^2T_1}{c^2}. \quad (6)$$

Далее возводя (3) в квадрат и подставляя в него  $p_2^2$  из (5), а также заменив  $p_1^2$  по (6), получим:

$$pp_1c^2 \cos \varphi = T(\sqrt{p^2c^2 + \mu^2c^4} + mc^2).$$

Снова возведем равенство в квадрат и заменим  $p_1$ . Окончательно получим выражение для кинетической энергии:

$$T = \frac{2mp^2c^4 \cos \varphi}{(\sqrt{p^2c^2 + \mu^2c^4} + mc^2)^2 - p^2c^2 \cos \varphi}. \quad (7)$$

Передаваемая энергия зависит от  $p$ ,  $\mu$ ,  $m$  и угла  $\varphi$ , который определяется не законами сохранения, а некоторым механизмом соударения, не учтенным в задаче.

Анализ формулы (7) показывает, что наибольшая передаваемая энергия получается при «лобовом» ударе, когда  $\varphi = 0$ . Релятивистские особенности соударения проявляются для быстрых частиц. Пусть  $\varphi = 0$ ,  $\mu \gg m$ , а  $pc \gg \mu c^2$ . Тогда

$$T \simeq 2mc^2 \frac{p^2c^2}{2mc^2pc + \mu^2c^4}.$$

Если имеет место сильное неравенство

$$pc \gg \frac{\mu^2c^4}{mc^2},$$

то

$$T \simeq pc \simeq E,$$

т. е. передается почти вся энергия налетающей частицы, что существенно отличается от классического соударения, при котором массивная частица не может передать легкой частице значительную часть своей энергии.

Отличия от классики имеются и в случае легкой падающей частицы. Пусть  $\mu \ll m$ , но если импульс ее велик,  $pc \gg \mu c^2$ , то

$$T \simeq 2mc^2 \frac{p^2c^2}{2mc^2pc + m^2c^4}.$$

При наличии неравенства  $pc \gg mc^2$

$$T \simeq pc \simeq E,$$

т. е. вопреки классической закономерности возможна почти полная передача энергии.

### Пример 5.7. Комптон-эффект.

Рассмотрим соударение частицы без массы покоя с обычной частицей, например фотона с электроном. Это явление называется комптон-эффектом. Задача состоит в нахождении энергии фотона после взаимодействия. Используя результаты предыдущего примера, учтем, что для фотона на основании формулы (4.16)  $p = \frac{E}{c}$ . Поэтому имеем:

$$p_1^2 = \left(\frac{E}{c}\right)^2 + \left(\frac{E_2}{c}\right)^2 - \frac{2EE_2}{c^2} \cos \theta \quad (1)$$

Здесь  $\theta$  — угол, составляемый импульсом фотона после взаимодействия с импульсом до взаимодействия (см. рис. 5.2). Закон сохранения энергии дает соотношение

$$mc^2 + E = E_1 + E_2, \quad (2)$$

причем

$$E_1 = c \sqrt{p_1^2 + m^2 c^2} \quad (3)$$

Определяя из (3) величину

$$c^2 p_1^2 = E_1^2 - m^2 c^4$$

и подставляя в нее значение  $c^2 p_1^2$  из (1), имеем.

$$E_1^2 - m^2 c^4 = E^2 + E_2^2 - 2EE_2 \cos \theta.$$

Значение  $E_1^2$  в последнем уравнении исключим с помощью соотношения (2):

$$m^2 c^4 + E^2 + E_2^2 + 2mc^2 E - 2mc^2 E_2 - 2EE_2 - m^2 c^4 = E^2 + E_2^2 - 2EE_2 \cos \theta.$$

Отсюда находим  $E_2$ :

$$E_2 = \frac{mc^2 E}{mc^2 + E(1 - \cos \theta)}$$

Изменение энергии фотона при соударении с учетом квантовых соотношений приводит к изменению длины волны рассеянного света. Передаваемая энергия пре-вращается в кинетическую энергию электрона:

$$T = E - E_2 = \frac{E^2(1 - \cos \theta)}{mc^2 + E(1 - \cos \theta)}$$

Она значительна при

$$E \gg mc^2,$$

т. е. при высокочастотных излучениях

## § 6. Релятивистское обобщение основного уравнения динамики. Частица в силовом поле

**6.1. Лоренц-инвариантная форма дифференциального уравнения движения материальной точки.** Обратимся сейчас к законам Ньютона и рассмотрим их применимость для релятивистской области. В соответствии с законом сохранения релятивистского импульса для свободной изолированной материальной точки делаем вывод: *первый закон Ньютона справедлив для релятивистской области*; свободная изолированная материальная точка движется равномерно прямолинейно в любой инерциальной системе. Второй закон Ньютона приводит к очевидным противоречиям с положением о существовании предельной скорости движения материальных тел и должен быть специально обобщен для *квазирелятивистской* области движения.

Рассмотрим взаимодействие, при котором передаваемая энергия удовлетворяет неравенству  $E < mc^2$ , т. е. масса покоя, а с ней и другие внутренние параметры материального тела или частицы сохра-