Пример 5.7. **Комптон-эффект.**

Рассмотрим соударение частицы без массы покоя с обычной частицей, например фотона с электроном Это явление называется комптон-эффектом. Задача состоит в нахождении энергии фотона после взаимодействия. Используя результаты предыдущего примера, учтем, что для фотона на основании формулы (4.16) $p = \frac{E}{c}$ Поэтому имеем:

$$p_1^2 = \left(\frac{E}{c}\right)^2 + \left(\frac{E_2}{c}\right)^2 - \frac{2EE_2}{c^2}\cos\vartheta \qquad (1)$$

Здесь ϑ — угол, составляемый импульсом фотона после взаимодействия с импульсом до взаимодействия (см. рис. 5.2) Закон сохранения энергии дает соотношение

$$mc^2 + E = E_1 + E_2, \qquad (2)$$

причем

$$E_1 = c\sqrt{p_1^2 + m^2c^2} \qquad (3)$$

Определяя из (3) величину

$$c^2p_1^2 = E_1^2 - m^2c^4$$

и подставляя в нее значение $c^2p_1^2$ из (1), имеем.

$$E_1^2 - m^2c^4 = E^2 + E_2^2 - 2EE_2\cos\vartheta.$$

Значение E_1^2 в последнем уравнении исключим с помощью соотношения (2):

$$m^2c^4 + E^2 + E_2^2 + 2mc^2E - 2mc^2E_2 - 2EE_2 - m^2c^4 = E^2 + E_2^2 - 2EE_2\cos\vartheta.$$

Отсюда находим E_2:

$$E_2 = \frac{mc^2E}{mc^2 + E(1 - \cos\vartheta)}$$

Изменение энергии фотона при соударении с учетом квантовых соотношений приводит к изменению длины волны рассеянного света Передаваемая энергия превращается в кинетическую энергию электрона:

$$T = E - E_2 = \frac{E^2(1 - \cos\vartheta)}{mc^2 + E(1 - \cos\vartheta)}$$

Она значительна при

$$E \gg mc^2,$$

т е при высокочастотных излучениях

§ 6. Релятивистское обобщение основного уравнения динамики. Частица в силовом поле

6.1. Лоренц-инвариантная форма дифференциального уравнения движения материальной точки. Обратимся сейчас к законам Ньютона и рассмотрим их применимость для релятивистской области. В соответствии с законом сохранения релятивистского импульса для свободной изолированной материальной точки делаем вывод: *первый закон Ньютона справедлив для релятивистской области;* свободная изолированная материальная точка движется равномерно прямолинейно в любой инерциальной системе. Второй закон Ньютона приводит к очевидным противоречиям с положением о существовании предельной скорости движения материальных тел и должен быть специально обобщен для *квазирелятивистской* области движения.

Рассмотрим взаимодействие, при котором передаваемая энергия удовлетворяет неравенству $E < mc^2$, т. е. масса покоя, а с ней и другие внутренние параметры материального тела или частицы сохра-

няются. В то же время скорость достаточна для того, чтобы принимать в расчет не классические, а релятивистские значения для основных динамических характеристик материальной точки: ее энергии и импульса. Такой случай и называют, как говорилось выше, квазирелятивистским.

Если импульс материальной точки изменяется непрерывно и в некоторой инерциальной системе известна скорость передачи импульса материальной точке извне, то эту *скорость передачи импульса,* как и в классической механике, можно назвать *силой.* Если сила задана как функция координат точки пространства, скорости и времени, то, используя выражение для релятивистского импульса (4.5), можно написать равенство, выражающее закон сохранения импульса при передаче его между полем и точкой:

$$\frac{d}{dt}\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \vec{F}(\vec{r},\ \vec{v},\ t). \tag{6.1}$$

Это равенство и является *релятивистским обобщением основного уравнения динамики.* Основное уравнение классической динамики

$$\frac{dm\vec{v}}{dt} = \vec{F}(\vec{r},\ \vec{v},\ t) \tag{6.2}$$

инвариантно по отношению к преобразованиям Галилея, а релятивистское уравнение (6.1) должно быть инвариантно по отношению к преобразованиям Лоренца. Чтобы придать (6.1) явную инвариантную форму, используем математический формализм 4-пространства. Предварительно получим интеграл энергии, т. е. умножим обе части уравнения (6.1) на $d\vec{r}$:

$$\vec{v}d\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \vec{F}d\vec{r} = \delta A. \tag{6.3}$$

Произведя действия, убеждаемся в справедливости тождества

$$d\frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \equiv \vec{v}d\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \tag{6.4}$$

поэтому из (6.3) следует, что

$$\frac{d}{dt}\frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \vec{F}\vec{v}, \tag{6.5}$$

где $\vec{F}\vec{v}$ — механическая мощность. Перепишем теперь (6.1) и (6.5), используя обозначения составляющих 4-импульса p_α:

$$\frac{d}{dt}\vec{p} = \vec{F},\quad \frac{d}{dt}p_0 = \frac{i}{c}\vec{F}\vec{v}.$$

Последний этап состоит в замене t на инвариантное собственное время (2.11):

$$\frac{dp_0}{d\tau} = \frac{i\vec{F}\vec{v}}{c\sqrt{1-v^2/c^2}},\quad \frac{d\vec{p}}{d\tau} = \frac{\vec{F}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \tag{6.6}$$

В формулах (6.6) слева стоит четырехмерный вектор $\frac{dp_\alpha}{d\tau}$, поэтому справа величины также образуют 4-вектор:

$$f_\alpha = \left(\frac{i\vec{F}\vec{v}}{c\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \frac{\vec{F}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right); \tag{6.7}$$

он носит название *силы Минковского.*

Итак, релятивистскому уравнению динамики (6.1) вместе с уравнением закона изменения энергии (6.4) придана четырехмерная форма, неизменная во всех ИСО:

$$\frac{dp_\alpha}{d\tau} = f_\alpha. \tag{6.8}$$

Обсудим смысл полученного результата (6.8) подробнее.

В классической механике инвариантность уравнения (6.2) означает не только неизменность его формы во всех ИСО, но и сохранение входящих в него величин: массы, ускорения $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, силы. В релятивистской механике положение иное: *инвариантна лишь масса,* в то время как 4-импульс и 4-сила в (6.8) не инварианты преобразований Лоренца, а 4-векторы, преобразующиеся по формулам (3.4). *Сохраняется лишь общая форма уравнений движения* (6.8) во всех ИСО. Что же касается входящих в них величин — проекций 4-векторов, то они в разных системах имеют *различные* значения. Сохранение формы уравнений (при изменяющихся в них величинах) в математике называют ковариантностью. Таким образом, получены уравнения движения (6.8), *ковариантные* по отношению к преобразованиям Лоренца. Для практических применений следует пользоваться системой уравнений (6.1) и (6.5), эквивалентной четырехмерному уравнению (6.8). *Эти уравнения также будут ковариантны, т. е. будут иметь указанный в равенствах (6.1) и (6.5) вид во всех инерциальных системах, если $\vec{F}$ преобразуется в соответствии с ее связью с 4-силой (6.7).*

Уравнения (6.1) и (6.5) рассмотрены нами для движения тела или частицы в заданном поле, т. е. в случае, когда поле не изменяется при перемещении частицы, а сила известна как функция координат, скорости и времени.

Однако эти уравнения описывают квазирелятивистское движение тела и в других случаях взаимодействия, т. е. могут быть учтены не только силы, действующие на тело со стороны гравитационного или электромагнитного поля, но и силы инерции, реакции связей, диссипативные силы, реактивная сила тяги, лишь бы они были известны как скорость передачи импульса телу. Иное дело, что практически квазирелятивистское уравнение находит себе сравнительно узкое применение Так, в пределах Солнечной системы для описания движения в гравитационном поле достаточно в большинстве случаев классической механики. То же относится и к другим перечисленным выше силам, так как релятивистские уравнения динамики здесь вполне заменяются классическими. В основном этим уравнениям подчиняется движение заряженных материальных точек, моделирующих малые тела, элементарные частицы в макроскопическом электромагнитном поле.

Чтобы закончить анализ возможностей применения законов Ньютона в релятивистской области движений, необходимо еще остановиться на *третьем законе Ньютона.* Очевидно, что в *общем случае он*

не выполняется, так как обмен импульсом между телами осуществляется через поле. Совсем не обязательно, чтобы скорость изменения импульса одного тела из двух взаимодействующих была равна скорости изменения импульса другого тела, так как часть импульса может сообщаться полю. Это видно из закона сохранения импульса (5.2), который для двух точек и поля имеет вид:

$$\frac{m_1\vec{v}_1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}+\frac{m_2\vec{v}_2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}+\vec{P}_{\text{поля}}=\text{const}.$$

Если

$$\frac{dP}{dt}\neq 0,$$

то

$$\frac{d}{dt}\frac{m_1\vec{v}_1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\neq-\frac{d}{dt}\frac{m_2\vec{v}_2}{\sqrt{1-v^2/c^2}},\quad \vec{F}_{1,2}\neq-\vec{F}_{2,1}.$$

Силы, приложенные к точкам, не равны друг другу.

Пример 6.1. **Преобразование сил.**

Для преобразования составляющих силы $\vec{F}$ запишем сначала формулы преобразования 4-силы. С помощью формул (3.3) и (3.4) имеем:

$$f_0'=\frac{f_0-i\frac{V}{c}f_1}{\sqrt{1-V^2/c^2}},\quad f_1'=\frac{i\frac{V}{c^2}f_0+f_1}{\sqrt{1-V^2/c^2}},\quad f_2'=f_2,\ f_3'=f_3.$$

Подставим в это уравнение значение f_α в соответствии с (6.7):

$$\frac{\vec{F}'\vec{v}'}{\sqrt{1-v'^2/c^2}}=\frac{\vec{F}\vec{v}-VF_x}{\sqrt{1-V^2/c^2}\sqrt{1-v^2/c^2}},$$

$$\frac{F_x'}{\sqrt{1-v'^2/c^2}}=\frac{F_x'-\frac{V}{c^2}\vec{F}\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}\sqrt{1-V^2/c^2}},$$

$$\frac{F_y'}{\sqrt{1-v'^2/c^2}}=\frac{F_y}{\sqrt{1-v^2/c^2}},$$

$$\frac{F_z'}{\sqrt{1-v'^2/c^2}}=\frac{F_z}{\sqrt{1-v^2/c^2}}.$$

Используя найденное ранее в примере (3.1) соотношение

$$\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}=\frac{1-\frac{Vv_x}{c^2}}{\sqrt{1-V^2/c^2}\sqrt{1-v^2/c^2}},$$ получаем для проекции силы

$$F_x'=\frac{F_x-\frac{V}{c^2}\vec{F}\vec{v}}{1-\frac{Vv_x}{c^2}},\qquad(1)$$

$$F_y'=\frac{F_y\sqrt{1-V^2/c^2}}{1-\frac{Vv_x}{c^2}},\qquad(2)$$

$$F_z'=\frac{F_z\sqrt{1-V^2/c^2}}{1-\frac{Vv_x}{c^2}},\qquad(3)$$

$$\vec{F}'\vec{v}'=\frac{\vec{F}\vec{v}-VF_x}{1-\frac{Vv_x}{c^2}}\qquad(4)$$

Из формул (1—4) видно, что сила существенно зависит от скорости v движения точки в системе.

Пример 6.2. **Преобразование силы, действующей в некоторой системе на неподвижную точку.**

Пусть в нештрихованной системе материальная точка покоилась и на нее действовала сила $F_x = F$, $F_y = 0$, $F_z = 0$. В штрихованной системе $F'_x = F$, $F'_y = 0$, $F'_z = 0$, $\vec{F}'_1 \vec{v}' = -VF$, т е. сила в этой системе совершает работу $-VF$. Если все проекции силы в некоторой системе — нули, то силы нет и во всех остальных системах.

Пример 6.3. **Преобразование силы, поперечной движению.**

Пусть в нештрихованной системе на точку, движущуюся со скоростью $v_y = v$, $v_x = 0$, $v_z = 0$, действует сила $F'_y = F$, $F'_x = F'_z = 0$ В таком случае в штрихованной системе составляющие силы таковы:

$$F'_x = \frac{-V}{c^2} \vec{F} \vec{v}, \quad F'_y = F\sqrt{1 - V^2/c^2}, \quad F'_z = 0.$$

Кроме составляющей по оси $O'y'$, возникла перпендикулярная составляющая F'_x, не равная нулю. Такая составляющая, не имевшая место в нештрихованной системе, возникает при действии в этой системе сил, перпендикулярных $\vec{V}$, и при скорости точки, также перпендикулярной $\vec{V}$.

Пример 6.4. **Сравнение направлений ускорения и силы в релятивистском случае.**

Выполним указанное в уравнении (6.1) дифференцирование, предварительно деля обе части его на m:

$$\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\vec{v}}{mc^2} \frac{d}{dt} \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{\vec{F}}{m},$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\vec{v}}{mc^2} (\vec{F} \vec{v}) = \frac{\vec{F}}{m},$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{m} \left(\vec{F} - \frac{\vec{v}}{c^2} (\vec{F} \vec{v}) \right). \tag{1}$$

Ускорение $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ не совпадает с направлением силы в общем случае.

Пусть в начальный момент времени $\vec{v} = 0$, или $\vec{F} \parallel \vec{v}$. Тогда для постоянной по направлению силы $\vec{a} \parallel \vec{F}$ и $\vec{v} \parallel \vec{F}$ в течение всего времени движения, а движение прямолинейное. В этом случае вместо векторного можно записать скалярное уравнение

$$\frac{d}{dt} \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = F,$$

откуда после выполнения дифференцирования получается:

$$\frac{m}{(1 - v^2/c^2)^{3/2}} a = F. \tag{2}$$

Если сопоставить формулу (2) с обычным ньютоновым уравнением $m\vec{a} = \vec{F}$, то можно видеть, что роль массы в этом движении играет величина

$$m_{\text{пр}} = \frac{m}{(1 - v^2/c^2)^{3/2}}.$$

Эту массу называли ранее продольной

Пусть сила в течение всего времени движения перпендикулярна скоростн. В таком

случае ускорение сонаправлено с вектором силы, а скорость постояиа по модулю. Вместо (6.1) имеем·

$$\frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\vec{a}=\vec{F}.$$

Роль классической массы играет величина

$$m_{\text{поп}}=\frac{m}{(1-v^2/c^2)^{1/2}}.$$

Она именовалась ранее в ходе развития СТО поперечной массой.

Заметим еще, что в системе отсчета, где материальная точка покоится в данный момент времени, как уравнение (6.1), так и равенство (1) рассматриваемого примера переходят в обычное ньютоново уравнение.

Пример 6.5 **Прямолииейное движение под действием постояиной силы.**

Пусть $F_x=F$, $F_y=F_z=0$, где $F=\text{const}$, а в начальный момент времени материальная точка покоится в начале координат. Уравнения (6.1) и (6.5) при этих условиях имеют вид:

$$\frac{d}{dt}\frac{mv}{\sqrt{1-v^2/c^2}}=F,\quad (1)\qquad \frac{d}{dt}\frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}=F\frac{dx}{dt}.\qquad (2)$$

Из уравнения (2) получаем интеграл энергии

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}-mc^2=Fx,$$

откуда находим скорость движения точки. Но предварительно удобио ввести обозначения для постоянного отношения силы к массе, т. е.

$$\frac{F}{m}=w.$$

Теперь скорость выражается формулой

$$v=c\sqrt{1-\frac{1}{\left(1+\frac{wx}{c^2}\right)^2}}.\qquad (3)$$

Для нахождения кинематического уравнения движения $x=x(t)$ можно использовать формулу (3) или непосредственно (1):

$$d\frac{v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}=wdt,$$

откуда

$$v=\frac{wt}{\sqrt{1+\left(\frac{wt}{c}\right)^2}}.\qquad (4)$$

Далее,

$$\frac{dx}{dt}=\frac{wt}{\sqrt{1+\left(\frac{wt}{c}\right)^2}},\quad x=\int\frac{wtdt}{\sqrt{1+\left(\frac{wt}{c}\right)^2}}+x_0,$$

$$x=\frac{c^2}{w}\left(\sqrt{1+\left(\frac{wt}{c}\right)^2}-1\right).\qquad (5)$$

Из формул (3) и (4) видно, что пределом v является c, т. е. $v < c$, как долго бы ни продолжался разгон тела. Формула (4) переходит в классическую при малых t:

$$v = wt$$

То же относится и к (5), если разложить корень выражения по биноминальной формуле, то

$$x = \frac{wt^2}{2}.$$

6.2. Движение заряженной материальной точки в электромагнитном поле. Выше говорилось, что этот случай типичен для квазирелятивистских движений. Сила Лоренца, действующая на точечный заряд в электромагнитном поле, принадлежит к обобщенно-потенциальным силам, а функция Лагранжа, соответствующая ей и инвариантная по отношению к преобразованиям Галилея, написана ранее в виде

$$L = \frac{mv^2}{2} - q\varphi + q\vec{A}\vec{v}$$

Потребуем, чтобы она была лоренц-инвариантна. С учетом формул (4.2) и (4.3) имеем:

$$L = -mc^2\sqrt{1 - v^2/c^2} - q\varphi + q\vec{A}\vec{v}, \tag{6.9}$$

где выражение $\dfrac{-q\varphi + q\vec{A}\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$

должно быть скаляром преобразований Лоренца.

Уравнение Лагранжа

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \vec{v}} - \frac{\partial L}{\partial \vec{r}} = 0$$

для данного случая нетрудно записать, если опираться на вычисления, проделанные ранее в § 4 и в примере I, 21.5. После вычислений получим:

$$\frac{d}{dt}\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = q\vec{E} + q[\vec{v}\vec{B}], \tag{6.10}$$

где $\vec{E}$ — напряженность электрического поля, $\vec{B}$ — индукция магнитного поля.

Нетрудно вычислить и функцию Гамильтона, играющую роль полной энергии заряженной точки в поле:

$$\vec{E} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + q\varphi. \tag{6.11}$$

Она сохраняется в стационарном поле.

Временно́е уравнение для данного случая будет иметь вид:

$$\frac{d}{dt}\frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = q\vec{E}\vec{v}. \tag{6.12}$$

Подчеркнем важную особенность силы Лоренца: она получена как ковариантное выражение для всех ИСО. Поэтому при переходе от одной ИСО к другой изменяются векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$ электромагнитного поля, но форма силы Лоренца сохраняется во всех ИСО:

$$\vec{F}_{\text{Л}} = q\vec{E} + q[\vec{v}\vec{B}]. \tag{6.13}$$

Получим также обобщенный импульс заряженной точки в электромагнитном поле. По формуле (I, 22.7) находим, что

$$\vec{p}_{\text{об}} = \frac{m\vec{v}^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} + q\vec{A}; \tag{6.14}$$

обобщенный импульс не совпадает с релятивистским импульсом свободной точки.

Осталось заметить, что рассмотренный случай реализуется, как правило, для ионов и элементарных частиц, разгоняемых в ускорителях; для электронов в некоторых вакуумных электронных приборах и установках; для частиц в космических электромагнитных полях. Но при ускоренном движении зарядов имеет место излучение, а следовательно, и действие на частицу, кроме силы Лоренца, диссипативной силы. Последней мы пренебрегли, ограничиваясь случаями, когда излучение мало.

Пример 6.6 **Движение частицы в постоянном электрическом поле.**

Опираясь на пример 6.5, получаем все выводы об уравнении движения и скорости заряженной точки в постоянном поле, где $\vec{F} = q\vec{E}$. Скорость движения можно получить из интеграла энергии:

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + q\varphi = mc^2 + q\varphi_0 .$$

Вводя разность потенциалов $U = \varphi_0 - \varphi$, после простых выкладок имеем:

$$v = \sqrt{\frac{2qU}{m}} \sqrt{\frac{1 + \dfrac{qU}{2mc^2}}{1 + \dfrac{qU}{mc^2}}},$$

причем первый сомножитель совпадает с соответствующим классическим выражением, а второй дает релятивистскую поправку. Если выполняется неравенство $\dfrac{qU}{mc^2} \ll 1$, то применима классическая механика. Для электронов, например, получаем нерелятивистское движение при условии $U < 6 \cdot 10^5$ В. Это дает представление о релятивистской области разности потенциалов для этих частиц.

Пример 6.7 **Движение частицы в постоянном магнитном поле.**

Оно описывается уравнениями

$$\frac{d}{dt} \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = q\,[\vec{v}\,\vec{B}], \tag{1}$$

$$\frac{d}{dt} \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 0. \tag{2}$$

Из (2) следует, что $v = \text{const}$, $\vec{v} = v\vec{\tau}$, где $\vec{\tau}$ — единичный вектор касательной к траектории. Подставляя это выражение для скорости в (1), имеем:

$$\frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \frac{d\vec{\tau}}{dt} = qv[\vec{\tau}\vec{B}]. \tag{3}$$

Далее,

$$\frac{d\vec{\tau}}{dt} = \frac{d\vec{\tau}}{ds}\frac{ds}{dt} = v\frac{d\vec{\tau}}{ds}.$$

Из геометрии известно, что

$$\frac{d\vec{\tau}}{ds} = \frac{1}{R}\vec{n},$$

где R — радиус кривизны траектории, а $\vec{n}$ — единичный вектор нормали к ней. Поэтому вместо (3) получаем:

$$\frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \frac{v}{R}\vec{n} = qvB\sin(\vec{\tau}\hat{\ }\vec{B})\vec{n},$$

или окончательную формулу:

$$\frac{m}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \frac{v}{R} = qB\sin(\vec{\tau}\hat{\ }\vec{B}). \tag{4}$$

Для того чтобы равенство (4) выполнялось, необходимо сохранение величины угла между вектором $\vec{B}$ и касательной к траектории и постоянство кривизны траектории. Таким образом, траекторией будет винтовая линия, ось которой совпадает с направлением магнитного поля.

Важен случай, при котором частица начинает движение перпендикулярно полю. Тогда траекторией служит окружность с радиусом

$$R = \frac{m}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \frac{v}{qB}. \tag{5}$$

Релятивистские эффекты описаны в формуле (5) корнем в знаменателе.

На практике широко применяются «скрещенные» электрические и магнитные поля: в них электрическое поле ускоряет частицы; а магнитное — направляет их (ускорители элементарных частиц).

§ 7. Неинерциальные системы и гравитационное поле в теории относительности

7.1. Гравитационное поле в классической механике. Фундаментальное макроскопическое поле природы (гравитационное) в классической механике описывается законом всемирного тяготения

$$\vec{F} = -G\frac{mM}{r^3}\vec{r}, \tag{7.1}$$

где гравитационная постоянная $g = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н·м²·кг⁻². Такая сила действует на материальную точку массой m в поле, созданном другой точкой с массой M, помещенной в начале координат. Поле стационарное центрально-симметричное и потенциальное. В примере (1, 11.3) было показано, что потенциальная энергия частицы в поле в этом случае определяется формулой

$$U = -G\frac{mM}{r} = -\gamma\frac{m}{r}, \tag{7.2}$$

где $\gamma = GM$.