

$$A_3 = -\frac{\mu_0 j}{2} \left\{ (b^2 - a^2) \ln r + \frac{1}{2} (b^2 - a^2) + a^2 \ln a - b^2 \ln b \right\},$$

$$B_3 = \frac{\mu_0 j}{2} \frac{b^2 - a^2}{r}.$$

(При $a = 0$ получается поле тока, текущего по сплошному цилиндру:

$$B_1 = \frac{\mu_0 j}{2} r, \quad 0 \leq r \leq b;$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, \quad b \leq r \leq \infty;$$

$$I = j\pi b^2.)$$

Глава III ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ И ИЗЛУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

В данной главе исследуется свободное электромагнитное поле существующее и распространяющееся в пространстве в виде электромагнитных волн. Как показано в § 5, произвольное волновое поле может быть представлено суперпозицией плоских волн вида $f\left(t - \frac{\vec{k}_0 \vec{r}}{c}\right)$. Ниже волны рассматриваются подробнее; кроме того, обсуждается их происхождение, т. е. излучение электромагнитных волн системой электрических зарядов.

§ 9. Плоские электромагнитные волны

9.1. Уравнения Максвелла и образование электромагнитных волн. Положим в уравнениях Максвелла (2.3) $\rho = 0$ и $\vec{j} = 0$, тогда уравнения описывают свободное электромагнитное поле в пустоте:

$$\left. \begin{array}{l} 1. \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad 3. \operatorname{rot} \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \\ 2. \operatorname{div} \vec{E} = 0. \quad 4. \operatorname{div} \vec{B} = 0. \end{array} \right\} \quad (9.1)$$

Из уравнений (9.1) непосредственно вытекает, что электрическое и магнитное поля в данном случае соленоидальны, линии векторов \vec{E} и \vec{B} являются замкнутыми. В отличие от общего случая, рассмотренного выше, в § 2, источников линий электрического поля нет, и они охватывают линии переменного вектора \vec{B} . Магнитная составляющая любого поля соленоидальна, но в данном случае магнитное поле вызвано только «токами смещения»: линии магнитного поля охватывают линии переменного вектора \vec{E} .

Ни о каком разделении электромагнитного поля на самостоятель-

ные электрическое и магнитное поля, как это имело место в стационарных полях, не может быть и речи: обе компоненты электромагнитного поля \vec{E} и \vec{B} оказываются взаимосвязанными и взаимообусловленными. Изменение во времени одной компоненты влечет за собой появление и согласованное изменение другой, а ее изменение приводит снова к возникновению первой и т. д.

Взаимосвязь переменных полей \vec{E} и \vec{B} , а также конечная скорость распространения поля в пространстве приводят к электромагнитной волне; процесс изменения векторов поля в пространстве и времени имеет волновой характер, т. е. состояние полей, имеющее место в некоторой точке пространства, повторяется через определенный промежуток времени в другой точке, распространяясь со скоростью c .

Волновой характер свободного поля обнаруживается уже при ближайшем исследовании уравнений (9.1). Возьмем ротор от обеих частей уравнения (1) из данной системы:

$$\text{rot rot } \vec{E} = \text{rot} \left(- \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right).$$

Выполняя действия в левой и правой частях равенства, получим с учетом (2)

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (9.2)$$

Аналогично доказывается, что уравнения (3) и (4) эквивалентны уравнению

$$\Delta \vec{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0. \quad (9.3)$$

Но уравнения (9.2) и (9.3) являются волновыми уравнениями; они имеют решения в виде плоских волн (см. § 5, п. 5.1):

$$\vec{E} = \vec{E} \left(t - \frac{\vec{k}_0 \vec{r}}{c} \right), \quad \vec{B} = \vec{B} \left(t - \frac{\vec{k}_0 \vec{r}}{c} \right).$$

Таким образом, волновой характер свободного поля выяснен.

В работах Максвелла и его ближайших последователей электромагнитные волны рассматривались как распространение колебаний особой субстанции — эфира, заполнявшего все пространство. В ту эпоху преобладал механистический подход к физическим явлениям.

Все физические процессы стремились объяснить движением частиц или движением вещества, непрерывно заполняющего пространство некоторой сплошной среды. Однако в процессе теоретического анализа свойств эфира и сопоставления его результата с экспериментом возникли непреодолимые противоречия. Например, эфиру как упругой среде с огромной скоростью распространения волн следует приписать гигантскую жесткость. Тогда становится непонятной возможность движения тел в эфире без сопротивления. Мы обсуждали уже трудности гипотезы об эфире в связи с опытами Майкельсона (см. [1], ч. II). В итоге от эфира как упругой среды, в

которой существуют волны, пришлось отказаться. Окончательно вопрос был решен в связи с созданием СТО. Физики поняли, что электромагнитное поле способно существовать само по себе, реализуясь через цепочку взаимопревращений электрической и магнитной составляющих. Эти две компоненты единого поля возбуждают друг друга, обеспечивают движение поля из одной области пространства в другую. Электромагнитные волны имеют отнюдь не механический характер колебаний некоей упругой среды и для своего существования в такой среде не нуждаются; эти волны не только волновой процесс, но и вид материи, существующий наряду с веществом.

9.2. Векторы напряженности и индукции плоской электромагнитной волны. В предыдущем пункте получены волновые уравнения для векторов поля (9.2) и (9.3). Однако для анализа особенностей свободного электромагнитного поля нам удобнее воспользоваться ранее найденными решениями уравнений поля в потенциалах.

Для вакуума при отсутствии зарядов уравнения поля в потенциалах имеют вид волновых уравнений

$$\begin{cases} \Delta \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = 0, \\ \Delta \varphi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0. \end{cases} \quad (9.4)$$

Потенциалы \vec{A} и φ связаны с векторами \vec{E} и \vec{B} соотношениями

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \quad \vec{B} = \text{rot } \vec{A}.$$

Кроме того, на потенциалы наложено условие калибровки Лоренца:

$$\text{div } \vec{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0.$$

Покажем, что в случае свободного поля калибровку можно дополнить с целью дальнейшего упрощения системы (9.4). Воспользуемся тем, что потенциалы \vec{A} и φ заданы неоднозначно. Вместо них допустимо использовать другие функции \vec{A}' и φ' , причем

$$\vec{A}' = \vec{A} + \text{grad } \psi, \quad \varphi' = \varphi - \frac{\partial \psi}{\partial t},$$

где ψ — произвольное решение волнового уравнения

$$\Delta \psi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0.$$

Положим

$$\psi = \int \varphi dt + \text{const},$$

где φ — любое решение второго уравнения системы (9.4). Такая функция ψ тоже удовлетворяет волновому уравнению. Это значит, что потенциал φ' может быть выбран тождественно равным нулю. Если $\varphi' = 0$, то из калибровки Лоренца следует равенство нулю $\text{div } \vec{A}'$.

На решения уравнений (9.4) накладываются два условия:

$$\varphi = 0, \operatorname{div} \vec{A} = 0. \quad (9.5)$$

Соотношения (9.5) носят название *волновой калибровки потенциалов*. Она возможна только в свободном от зарядов пространстве, где $\rho = 0$, так как функция $\varphi = 0$ удовлетворяет волновому уравнению, но не является решением уравнения Даламбера с отличной от нуля правой частью. Итак, второе из уравнений (9.4) отбрасывается, остается только первое. Векторы поля находятся из соотношений

$$\Delta \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = 0, \operatorname{div} \vec{A} = 0; \quad (9.6)$$

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \vec{B} = \operatorname{rot} \vec{A}. \quad (9.7)$$

Уравнение (9.6), как показано ранее, допускает решение в виде плоских волн:

$$\vec{A} = \vec{A} \left(t - \frac{\vec{k}_0 \vec{r}}{c} \right),$$

где \vec{k}_0 — единичный вектор, задающий направление движения фронта волны. Вычислим векторы поля плоской волны:

$$\vec{E} = -\dot{\vec{A}}; \quad (9.8)$$

$$\vec{B} = [\nabla \vec{A}] = \left[\nabla \left(t - \frac{\vec{k}_0 \vec{r}}{c} \right) \dot{\vec{A}} \right] = \frac{1}{c} [\dot{\vec{A}} \vec{k}_0] = \frac{1}{c} [\vec{k}_0 \dot{\vec{E}}]. \quad (9.9)$$

В формулах (9.8) и (9.9) точка над буквой обозначает дифференцирование по аргументу $\left(t - \frac{\vec{k}_0 \vec{r}}{c} \right)$. При выводе (9.9) использована формула П. II, 23.

Из условия калибровки (9.5) следует

$$\dot{\vec{A}} \vec{k}_0 = 0.$$

(Применяется формула П. II, 16.) Но это означает, что $\dot{\vec{A}} \perp \vec{k}_0$, поэтому и $\vec{E} \perp \vec{k}_0$. В свою очередь, из (9.9) следует, что $\vec{B} \perp \vec{E}$ и $\vec{B} \perp \vec{k}_0$.

Полученные соотношения показывают, что векторы \vec{E} , \vec{B} и \vec{k}_0 составляют правую тройку. В плоской электромагнитной волне векторы поля всегда перпендикулярны лучу — линии, по которой распространяется фронт волны. Следовательно, электромагнитная волна относится к поперечным волнам, в которых колебания каких-то физических характеристик происходят в плоскости, перпендикулярной вектору \vec{k}_0 .

Векторы \vec{E} и \vec{B} являются функциями координат и времени, причем согласно формулам (9.8) и (9.9)

$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{E} \left(t - \frac{\vec{k}_0 \vec{r}}{c} \right), \\ \vec{B} = \vec{B} \left(t - \frac{\vec{k}_0 \vec{r}}{c} \right). \end{cases} \quad (9.10)$$

Модули векторов связаны соотношением

$$|\vec{B}| = \frac{1}{c} |\vec{E}|. \quad (9.11)$$

Формулы (9.10) и (9.11) вместе с условием, связывающим направления векторов \vec{E} , \vec{B} , \vec{k}_0 , описывают *плоские волны напряженности и индукции*, распространяющиеся в пространстве со скоростью c . Обе волны согласованы друг с другом во времени: у них одинаковые фазы, поэтому изменения векторов в каждой точке пространства происходят синхронно. В частности, они одновременно достигают максимальных и минимальных по модулю значений.

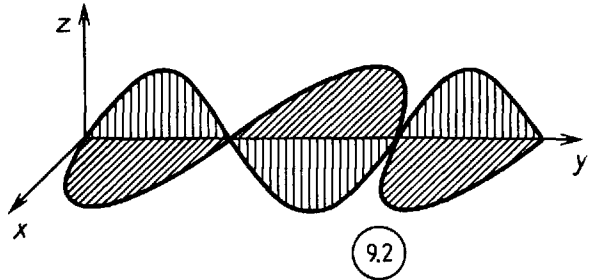
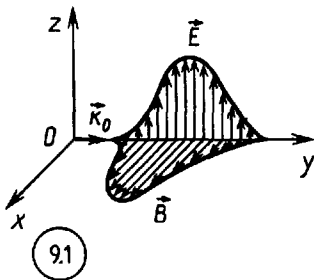
Графическая иллюстрация электромагнитной волны дана на рисунке 9.1, который представляет «мгновенную фотографию» поля, распространяющегося по оси Oy вправо.

Рассчитаем также значения плотности энергии, плотности потока энергии и плотности импульса электромагнитных волн. С помощью формул (9.9), (9.11) и общих формул (3.6), (3.7) и (3.17) для соответствующих величин имеем

$$\begin{cases} w = \varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{\mu_0} B^2, \\ \vec{\sigma} = c \varepsilon_0 E^2 \vec{k}_0 = c \frac{1}{\mu_0} B^2 \vec{k}_0 = cw \vec{k}_0, \\ \vec{g} = \frac{1}{c} \varepsilon_0 E^2 \vec{k}_0 = \frac{1}{c} \frac{1}{\mu_0} B^2 \vec{k}_0 = \frac{w}{c} \vec{k}_0. \end{cases} \quad (9.12)$$

Отсюда, в частности, видно, что вся энергия плоских электромагнитных волн участвует в потоке, так что между энергией и импульсом поля выполняется релятивистское соотношение

$$w = gc.$$



9.3. Гармонические составляющие свободного поля. Важное значение имеет частный случай плоских волн: волны гармонические (или монохроматические). Для них

$$\vec{A} = \vec{A}_0 \cos(\vec{k}\vec{r} - \omega t),$$

откуда

$$\begin{cases} \vec{E} = -\omega \vec{A}_0 \sin(\vec{k}\vec{r} - \omega t), \\ \vec{B} = [\vec{A}_0 \vec{k}] \sin(\vec{k}\vec{r} - \omega t). \end{cases} \quad (9.13)$$

Последние формулы удобнее представить в виде

$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{E}_0 \sin(\vec{k}\vec{r} - \omega t), \\ \vec{B} = \vec{B}_0 \sin(\vec{k}\vec{r} - \omega t), \end{cases} \quad (9.14)$$

причем

$$\vec{B} = \frac{1}{c} [\vec{k}_0 \vec{E}], \quad \vec{E} \perp \vec{k}_0, \quad k = \frac{\omega}{c}, \quad \vec{k}_0 = \frac{\vec{k}}{k}. \quad (9.15)$$

(Графическая иллюстрация гармоник представлена на рисунке 9.2.)

В общем случае векторы свободного поля могут быть представлены суперпозицией плоских поперечных гармоник всевозможных частот, амплитуд и направлений распространения, например:

$$\vec{E} = \int \vec{E}_0(\vec{k}) e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} d\vec{k}, \quad (9.16)$$

где применены сокращенные обозначения:

$$\vec{E}_0(\vec{k}) = \vec{E}_0(k_x, k_y, k_z), \quad d\vec{k} = dk_x dk_y dk_z.$$

Аналогичное разложение может быть записано и для вектора \vec{B} с учетом формул связи (9.15) для каждой моды. (В физике часто используется термин «мода» для обозначения гармонических составляющих сложного колебательного движения.)

Вывод о существовании гармонических составляющих свободного поля следует и непосредственно из уравнений (9.2), (9.3), так как функции вида

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}, \quad \vec{B} = \vec{B}_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$$

являются их частными решениями.

Гармоника (9.14) оказывается элементом любого волнового электромагнитного поля.

Пример 9.1. Волновой пакет.

На практике строго монохроматические поля не встречаются, однако весьма характерен случай однонаправленных волн, близких по амплитуде и частоте. Рассмотрим в качестве примера спектрального разложения (9.16) векторы такого поля, как суперпозицию волн с примерно одинаковой амплитудой $\vec{E}_0(k)$ и волновыми числами, лежащими в узком интервале $k_0 - \Delta k \leq k \leq k_0 + \Delta k$. Воспользовавшись разложением (9.16), пишем для одномерного случая, где порядок следования слагаемых в показателе удобнее изменить (см. § 5, П. 5.2):

$$\vec{E} = \int_{k-\Delta k}^{k+\Delta k} \vec{E}_0(k) e^{i(\omega_k t - kx)} dk \approx \vec{E}_0(k_0) \int_{k-\Delta k}^{k+\Delta k} e^{i(\omega_k t - kx)} dk.$$

Переходя к новой переменной $\xi = k - k_0$ и учитывая равенство $\omega = kc$, имеем

$$\vec{E} = \vec{E}_0(k_0) \int_{-\Delta k}^{\Delta k} e^{i(\omega_0 t - k_0 x)} e^{i(c\xi t - \xi x)} d\xi = 2E_0 \frac{\sin \Delta\omega \left(t - \frac{x}{c}\right)}{c \left(t - \frac{x}{c}\right)} e^{i(\omega_0 t - k_0 x)}. \quad (9.17)$$

Получена плоская волна с частотой ω_0 и волновым числом k_0 , модулированная по амплитуде множителем

$$2E_0 \frac{\Delta\omega}{c} \frac{\sin \Delta\omega \left(t - \frac{x}{c}\right)}{\Delta\omega \left(t - \frac{x}{c}\right)}. \quad (9.18)$$

График квадрата амплитудного множителя (при некотором фиксированном t) изображен на рисунке 9.3, а.

Волновое поле (9.17) имеет заметно отличные от нуля амплитуды на отрезке (x_1, x_2) оси Ox , причем

$$\frac{\Delta\omega}{c} (x_2 - x_1) = 2\pi.$$

Таким образом, мы получили *волновой пакет*, размеры которого удовлетворяют соотношению

$$\Delta k \Delta x = 2\pi.$$

Фиксируя координату x , получаем развертку колебаний во времени. В соответствии с формулой (9.18) $\Delta\omega \Delta t = 2\pi$ (рис. 9.3, б).

Если еще учесть существование дополнительных областей с отличной от нуля амплитудой, то получим неравенства

$$\Delta k \Delta x \geq 2\pi, \quad \Delta\omega \Delta t \geq 2\pi. \quad (9.19)$$

Волновой пакет движется в пространстве. Скорость перемещения его как целого называется групповой. Групповая скорость находится из условия:

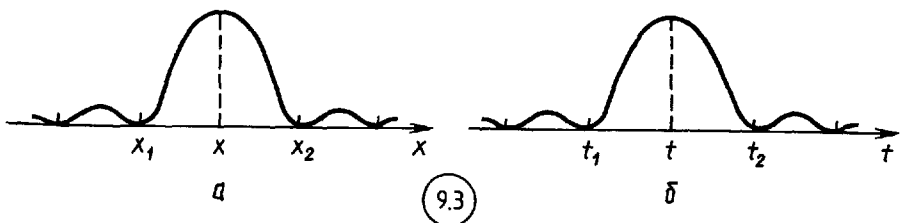
$$\Delta\omega \left(t - \frac{x}{c}\right) = \text{const},$$

откуда

$$v_{\text{гр}} = \frac{dx}{dt} = c. \quad (9.20)$$

Групповая скорость пакета в вакууме оказалась равной фазовой скорости волны:

$$c = \frac{\omega}{k}.$$



Электромагнитные волны играют чрезвычайно важную роль в окружающей нас природе, в применяемой человеком технике. Достаточно сказать, что свет, радиоволны, рентгеновы лучи и т. д. — все это электромагнитные волны. Простейший волновой сигнал содержит начало и окончание колебаний векторов поля \vec{B} и \vec{E} , что и фиксируется в точке наблюдения как цуг электромагнитных волн. С помощью неравенств (9.19) заключаем: чем короче сигнал, тем шире спектр его частот. Таким образом, чем больше скорость передачи информации (больше число сигналов в единицу времени), тем шире необходимый интервал частот и выше максимальные частоты, применяемые для передачи.

Указанная принципиальная закономерность имеет и другой аспект: монохроматическую волну может дать лишь бесконечно долго работающий излучатель. Если же он функционировал время Δt , то в излучении будут присутствовать волны с набором частот $\Delta \omega = \frac{2\pi}{\Delta t}$. Последнее означает, что ширина спектральной линии ($\Delta \omega$) зависит от

времени действия излучающей системы. С помощью макроскопических излучателей в настоящее время удается получить весьма узкие спектральные линии (например, с помощью квантовых генераторов).

Наконец, существует еще один момент, отражаемый формулой (9.19): если необходимо создать электромагнитное поле в ограниченной области пространства, то нужно пользоваться набором частот тем большим, чем меньше область пространства.

Пример 9.2. Разложение по плоским волнам.

Пусть волновое поле задано на начальном момент времени:

$$E(x, 0) = e^{-x^2/a^2},$$

где a — некоторая постоянная.

В произвольный момент времени поле описывается разложением (9.16):

$$E(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} E_0(k) e^{i(kx - \omega t)} dk. \quad (1)$$

Используя начальные условия, получаем

$$e^{-x^2/a^2} = \int_{-\infty}^{\infty} E_0(k) e^{ikx} dk. \quad (2)$$

Но это — разложение известной функции в интеграл Фурье по системе ортонормированных функций e^{ikx} . Наша задача сводится к нахождению коэффициентов Фурье $E_0(k)$:

$$E_0(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2/a^2} e^{-ikx} dx = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{k^2 a^2}{4}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\left(\frac{x}{a} + \frac{ika}{2}\right)^2} dx.$$

Полученный интеграл известен, он равен $a\sqrt{\pi}$. Поэтому

$$E_0(k) = \frac{a}{2\sqrt{\pi}} e^{-\frac{k^2 a^2}{4}}.$$

Отсюда видно, что основной вклад дают компоненты, соответствующие интервалу значений волнового вектора:

$$-\frac{2}{a} \leq k \leq \frac{2}{a}.$$

Подставляя найденные значения $E_0(k)$ в формулу (1) и выполняя интегрирование, получим выражение для волнового поля в произвольный момент времени

$$E(x, t) = e^{-\frac{(x - ct)^2}{a^2}}.$$

Волновой пакет движется вдоль оси Ox со скоростью c без изменения формы.

9.4. Поляризация электромагнитных волн. В суперпозицию (9.16), описывающую произвольное свободное электромагнитное поле, входят монохроматические составляющие всевозможных частот, амплитуд и направлений распространения. При анализе этого выражения было оставлено без внимания направление колебаний в каждой гармонике. Вектор $\vec{E}_0(\vec{k})$ перпендикулярен волновому вектору \vec{k} . В остальном его направление произвольно. Очевидно, что любую гармоническую составляющую поля $\vec{E}_0(\vec{k})e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}$ можно представить состоящей из двух гармоник с амплитудами, направленными по двум заранее выбранным перпендикулярным друг другу и вектору \vec{k} направлениям. Обозначим соответствующие единичные векторы символами \vec{e}_1 и \vec{e}_2 . Тогда

$$\vec{E}_0(\vec{k}) = \vec{e}_1 E_{0,1}(\vec{k}) + \vec{e}_2 E_{0,2}(\vec{k}).$$

Теперь разложение детализируется:

$$\vec{E} = \int \{ \vec{e}_1 E_{0,1}(\vec{k}) e^{i(\omega_k t - \vec{k}\vec{r})} + \vec{e}_2 E_{0,2}(\vec{k}) e^{i(\omega_k t - \vec{k}\vec{r})} \} d\vec{k}. \quad (9.21)$$

В зависимости от того, с какими амплитудами ($E_{0,1}(\vec{k})$ и $E_{0,2}(\vec{k})$) входят в разложение гармоники, получится то или иное направление вектора поля \vec{E} . Оно может оказаться переменным во времени и неодинаковым в различных точках пространства.

Плоскополяризованной называется волна, в которой направление вектора \vec{E} является постоянным. Ясно, что рассмотренные ранее монохроматические волны — гармоники (9.13) — плоскополяризованные. В пакете таких гармоник с одним и тем же направлением вектора \vec{E} также будет иметь место плоская поляризация.

Рассмотрим еще другой случай поляризации волн. Пусть имеются две гармоники одинаковой частоты, но с различными начальными фазами, причем одна из них имеет только отличную от нуля составляющую $\vec{e}_1 E_1$, а другая — $\vec{e}_2 E_2$. Направляя ось Oz по \vec{k} , а оси Ox и Oy — по \vec{e}_1 и \vec{e}_2 , получим при разности фаз $\frac{\pi}{2}$

$$E_x = E_{0,1} \cos(\omega t - kz), \quad E_y = E_{0,2} \sin(\omega t - kz). \quad (9.22)$$

Геометрическим местом концов вектора \vec{E} в плоскости Oxy служит эллипс

$$\frac{E_x^2}{E_{0,1}^2} + \frac{E_y^2}{E_{0,2}^2} = 1,$$

а в пространстве — эллиптическая спираль с шагом $l = \frac{2\pi}{k} = \lambda$. Это так называемая *эллиптическая поляризация*. Если $E_{0,1} = E_{0,2}$, то поляризация круговая. Волны типа (9.22) излучаются некоторыми простейшими системами, например ротатором (см. задачу 4 к данной главе). Понятно, что эллиптически поляризованным окажется волновой

пакет, если он образован двумя соответствующими совокупностями гармоник (9.22).

Пример 9.3. Выражения для векторов плоской монохроматической волны, распространяющейся по оси Ox (или против) и поляризованной в плоскости Oxz .

$$E_x = E_y = 0, \quad B_x = B_z = 0,$$

$$E_z = E_0 \cos(kx \mp \omega t), \quad B_y = \frac{E_0}{c} \cos(kx \mp \omega t).$$

Пример 9.4. Выражения для векторов поля электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси Oy и поляризованной по кругу.

Пусть при $t = 0$ в точке $y = 0$ вектор \vec{E} направлен по Oz . Тогда

$$E_{1z} = E_0 \cos(ky - \omega t), \quad B_{1x} = \frac{E_0}{c} \cos(ky - \omega t),$$

$$E_{2x} = E_0 \cos\left(ky - \omega t + \frac{\pi}{2}\right), \quad B_{2z} = -\frac{E_0}{c} \cos\left(ky - \omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

(С вращением по часовой стрелке, если смотреть с положительного «конца» оси Oy .)

Пример 9.5. Сложение двух монохроматических волн одинаковой частоты, фазы и направления распространения с круговой поляризацией в противоположных направлениях.

Для волн, движущихся вдоль оси Oy , имеем

$$E_z^{(1)} = a \cos(ky - \omega t), \quad E_x^{(1)} = a \cos\left(ky - \omega t - \frac{\pi}{2}\right),$$

$$E_z^{(2)} = b \cos(ky - \omega t), \quad E_x^{(2)} = b \cos\left(ky - \omega t - \frac{3\pi}{2}\right),$$

где a и b — амплитуды составляющих.

Результирующее поле найдется сложением соответствующих проекций:

$$E_z = (a + b) \cos(ky - \omega t),$$

$$E_x = (a - b) \cos\left(ky - \omega t - \frac{\pi}{2}\right).$$

Если $a = b$, то получается плоскополяризованная волна; при $a > b$ — правая круговая; при $a < b$ — левая круговая поляризация.

§ 10. Излучение электромагнитных волн

10.1. Потенциалы электромагнитного поля вдали от системы зарядов. В общем случае произвольного движения зарядов в системе потенциалы поля φ и \vec{A} описываются выражениями (5.29). Практическое вычисление потенциалов непосредственно по указанным формулам осложняется необходимостью учета запаздывания: величины ρ и \vec{j} должны браться для каждой точки \vec{r}_0 в различные моменты времени $t - \frac{r'}{c}$. Поэтому оказывается возможным рассчитать поле лишь приближенно и при некоторых ограничениях, касающихся системы зарядов.

Важное значение имеют электронейтральные системы зарядов,