

Формулы (14.6) образуют в электронной теории систему уравнений для поля в веществе.

Поскольку макроскопическое поле есть усредненное микроскопическое поле, то следует определить векторы напряженности и индукции макроскопического поля равенствами

$$\vec{E} = \vec{e}, \quad \vec{B} = \vec{b}, \quad (14.7)$$

Тогда уравнения поля в веществе (14.6-1) и (14.6-2) принимают вид, тождественный уравнениям поля в вакууме:

$$\begin{cases} \text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, & (1) \\ \text{div } \vec{B} = 0. & (2) \end{cases} \quad (14.8)$$

Если положить  $\vec{j} = \vec{q}\vec{u}$ , то уравнения (14.6-3) и (14.6-4) запишутся так:

$$\begin{cases} \text{rot } \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \vec{j}, & (1) \\ \text{div } \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \vec{q}. & (2) \end{cases} \quad (14.9)$$

Для использования системы уравнений (14.8), (14.9) по схеме, аналогичной рассмотренной ранее для вакуума, нужно знать величины  $\vec{q}$  и  $\vec{j}$ . Измерить их невозможно.

В свою очередь, для конкретного расчета  $\vec{q}$  и  $\vec{j}$  в классической электронной теории не содержится необходимых сведений. Поэтому в теории должны быть привлечены дополнительные положения. Эти положения приводятся в курсе ниже и касаются электрических и магнитных свойств вещества. Они формулируются как обобщение опыта, т. е. как дополнительные к уравнениям Максвелла эмпирические соотношения.

В систему уравнений Максвелла — Лоренца, кроме уравнений (14.8), (14.9), входит еще уравнение непрерывности и уравнение движения заряженных частиц. Усредняя равенство (14.4), получаем

$$\text{div } \vec{j} = -\frac{\partial \vec{q}}{\partial t}, \quad (14.10)$$

где  $\vec{j}$  и  $\vec{q}$  — средние значения плотностей для микрочастиц.

Усредненное выражение для силы Лоренца (14.5), действующей на микрочастицу, приводит к формуле, аналогичной вакуумной:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + [\vec{v}\vec{B}]), \quad (14.11)$$

где  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$  — средние значения векторов, а  $\vec{v}$  — скорость движения в элементе объема  $\Delta V$ , по которому ведется усреднение.

Внимательный читатель заметит, что «истинные» уравнения микрополя (14.3) усредняются чисто формально, так как ничего об изменении  $\vec{e}$  и  $\vec{b}$  во времени и пространстве неизвестно. Но для получения уравнений поля в веществе они, по существу, и не нужны. Это понятно, так как в классической электродинамике мы всегда имеем дело уже с усредненными параметрами  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{q}$ ,  $\vec{j}$ , в том числе и для вакуума; поэтому с полным основанием мы начали рассуждения в § 14, п. 14.2, выписывая сразу систему (14.1).

## § 15. Уравнения Максвелла для поля в веществе

**15.1. Поляризация вещества в электрическом поле.** В § 14 электромагнитное поле в веществе представлено как поле всех электри-

ческих зарядов, входящих в систему: и свободных, и связанных. На этом пути нами получена система уравнений для усредненного макроскопического поля (14.1). Исключение из нее неизмеримых и не рассчитываемых непосредственно величин  $Q_{св\ z}$  и  $\vec{j}_{св\ z}$  составляет задачу, разрешаемую в данном параграфе. Сначала исключим плотность связанных зарядов.

Пусть диэлектрик находится в электрическом поле с напряженностью  $\vec{E}$ . Это поле создано внешними зарядами и зарядами диэлектрика. Система зарядов, входящих в состав диэлектрика, в целом электронейтральна. Не обладает она в отсутствие внешнего поля и макроскопическим дипольным моментом, так как его либо не имеют отдельные атомы и молекулы, либо молекулярные диполи ориентированы хаотически. Электрическое поле стремится раздвинуть заряды противоположных знаков в каждой молекуле и повернуть образовавшиеся (или готовые) диполи по направлению вектора  $\vec{E}$  (рис. 15.1, а). Хаотическое тепловое движение разрушает устанавливающийся порядок в расположении микроскопических диполей, но чем больше напряженность поля, тем большее число диполей выстраивается по полю. Благодаря этому вещество *поляризуется*, т. е. приобретает макроскопический дипольный момент.

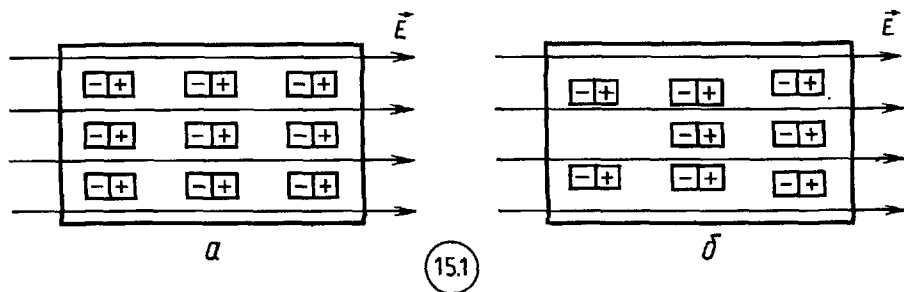
Мы будем рассматривать (впредь до специальных оговорок) пространство, целиком заполненное нейтральным диэлектриком. Под действием поля его физически малые элементы объема поляризуются и приобретают дипольные моменты  $d\vec{p}$ . Для описания поляризации диэлектрика в каждой его точке вводится величина, называемая *поляризованностью* или вектором поляризации:

$$\vec{P} = \frac{d\vec{p}}{dV}. \quad (15.1)$$

*Поляризованность есть удельный дипольный момент или плотность дипольного электрического момента диэлектрика.* Она может иметь различные значения в разных точках диэлектрика и в общем случае изменяться во времени:

$$\vec{P} = \vec{P}(\vec{r}, t),$$

так как поле, вызвавшее поляризацию, может быть переменным.



С микроскопической точки зрения поляризация вызвана возникновением распределенного по пространству связанного заряда, так что

$$d\vec{p} = \vec{r} \rho_{\text{св } z} dV, \quad (15.2)$$

где  $\rho_{\text{св } z}$  — средняя плотность связанных зарядов.

Из рисунка 15.1, б видно, что объемная плотность связанных зарядов отлична от нуля только в неоднородно поляризованном диэлектрике. Если вектор  $\vec{P}$  одинаков во всех точках пространства, то связанные заряды могут иметь место на границе раздела диэлектрика с вакуумом или с другим диэлектриком. В таком случае

$$d\vec{p} = \vec{r} \sigma_{\text{св } z} dS \quad (15.3)$$

(Обсуждение граничных эффектов мы отложим до § 16, п 16.2)

Вектор поляризации  $\vec{P}$  и плотность зарядов  $\rho_{\text{св } z}$  взаимосвязаны, как это видно из формул (15.1) и (15.2), и описывают в сущности один и тот же эффект — поляризацию вещества, причем

$$\vec{P} = \rho_{\text{св } z} \vec{r}. \quad (15.4)$$

Найдем  $\rho_{\text{св } z}$  из формулы (15.4). Для этого умножим скалярно равенство (15.4) на  $\vec{r}$ . После деления на  $r^2$  имеем

$$\rho_{\text{св } z} = \frac{\vec{P} \vec{r}}{r^2}.$$

Так как плотность связанных зарядов нам нужна в основном для вычисления потенциала поля, выразим через нее потенциал (в начале координат) с помощью общей формулы (5.29). Если принять начало координат за точку наблюдения, то  $\vec{r}' = -\vec{r}_0$ ,  $\vec{r} = 0$  и

$$\varphi(0) = k \int \frac{\rho_{\text{св } z}(\vec{r}) dV}{r} = -k \int \frac{\vec{P} \vec{r}}{r^3} dV. \quad (15.5)$$

В этом выражении индекс 0 у переменной интегрирования опущен, а зависимость потенциала от времени, имеющая в формуле (5.29) характер запаздывания, сейчас не выписана, так как далее в выкладке не затрагивается. Интегрирование распространено по всему пространству.

Представим подынтегральное выражение в виде  $\frac{\vec{P} \vec{r}}{r^3} = -\vec{P} \text{grad} \frac{1}{r}$  и воспользуемся формулой (см. П. II, 15). Тогда  $P \text{grad} \frac{1}{r} = \text{div} \left( \vec{P} \frac{1}{r} \right) - \frac{1}{r} \text{div} \vec{P}$  и  $\varphi(0) = -k \int \frac{\text{div} \vec{P}}{r} dV + k \int \text{div} \left( \frac{\vec{P}}{r} \right) dV$ .

Второй интеграл вычислим при следующих дополнительных предположениях: электрическое поле, вызывающее поляризацию, достаточно быстро убывает с расстоянием от начала координат, так что  $\vec{P}$  — убывающая функция  $r$ , и эта величина уменьшается не медленнее, нежели  $\frac{1}{r}$ , при удалении на бесконечность. (Данное условие

выполняется для систем зарядов в диэлектрике, занимающих ограниченную область пространства, а также для тел из диэлектрика, имеющих ограниченный объем.) В таком случае, преобразуя второй интеграл по теореме Гаусса, для бесконечно удаленной поверхности получим нулевой поток вектора  $\frac{\vec{P}}{r}$ . Отсюда

$$\varphi(0) = -k \int \frac{\operatorname{div} \vec{P}}{r} dV. \quad (15.6)$$

Сравнивая формулы (15.5) и (15.6), получаем для начала координат  $q_{\text{св } z} = -\operatorname{div} \vec{P}$ . Так как эта точка была выбрана произвольно, формула справедлива для любой точки пространства независимо от выбора начала системы координат, т. е.

$$q_{\text{св } z}(\vec{r}) = -\operatorname{div} \vec{P}(\vec{r}). \quad (15.7)$$

Такова зависимость между плотностью связанных объемных зарядов и поляризованностью вещества. Связь поверхностной плотности связанных зарядов  $q_{\text{св } z}$  с вектором поляризации  $\vec{P}$  установим позднее, в § 17, п. 17.2.

Для решения задачи, поставленной в начале параграфа, необходимо установить зависимость поляризованности диэлектрика от напряженности электрического поля в нем, что и позволит окончательно исключить  $q_{\text{св } z}$  из системы уравнений (14.1). Но в рамках классической электродинамики эта связь теоретически не определяется, поэтому приходится прибегнуть к экспериментальным данным. На основании опыта *принимается, что поляризация пропорциональна напряженности поля:*

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}, \quad (15.8)$$

где  $\chi$  — эмпирически определяемый коэффициент — *диэлектрическая восприимчивость* вещества. Она считается не зависящей от напряженности поля. Для всех веществ  $\chi > 0$ . Коэффициент  $\epsilon_0$  введен из соображений размерности;  $\chi$  удобно иметь безразмерной величиной. (Часто вместо  $\chi$  используется размерная величина — диэлектрическая восприимчивость  $\kappa_e$ , равная  $\chi \epsilon_0$ .)

Подчеркнем, что пропорциональность поляризованности и напряженности поля, во-первых, закономерность эмпирическая; во-вторых, она заведомо приближительна и в сильных полях не выполняется. Поэтому введение формулы связи (15.8) в классической электродинамике является одним из источников значительного уменьшения общности ее выводов для поля в веществе по сравнению с вакуумом.

Но вернемся к решаемой задаче. С помощью равенств (15.7) и (15.8) можно исключить из уравнения поля (14.1) плотность связанных зарядов:

$$q_{\text{св } z} = -\epsilon_0 \operatorname{div} (\chi \vec{E}). \quad (15.9)$$

(Это будет сделано окончательно в пп. 15.3, 15.4.)

При однородной поляризации объемных зарядов, как свидетельствует формула (15.7), нет. (Нет их и в проводниках.) Связанные заряды в этих случаях имеются только на границах раздела диэлектриков, и их поверхностная плотность находится по формулам, выводимым ниже.

**15.2. Намагничивание вещества.** Обратимся теперь к определению через измеримые параметры поля средней плотности, образованного связанными зарядами тока. При поляризации вещества имеют место упорядоченные смещения электрических зарядов, приводящие к току связанных зарядов. Плотность тока  $\vec{j}_{\text{св.з}}$  зависит от скорости изменения вектора поляризации  $\vec{P}$ . Покажем это, используя условие сохранения связанных зарядов:

$$-\frac{\partial \rho_{\text{св.з}}}{\partial t} = \text{div} \vec{j}_{\text{св.з}}.$$

С учетом формулы (15.7) имеем

$$\frac{\partial}{\partial t} \text{div} \vec{P} = \text{div} \vec{j}_{\text{св.з}},$$

откуда

$$\vec{j}_{\text{св.з}} = \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}. \quad (15.10)$$

На основании соотношения (15.8) пишем:

$$\vec{j}_{\Pi} = \varepsilon_0 \chi \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (15.11)$$

(Поскольку данная составляющая тока связанных зарядов обусловлена смещениями их под действием переменного электрического поля, можно сказать, что это ток поляризации, что и отражено в обозначении.)

Кроме тока поляризации, в веществе имеет место другая составляющая тока связанных зарядов, обусловленная упорядочением магнитных моментов атомов или молекул в магнитном поле. Магнитные свойства вещества в конечном счете определяются тем, что электроны при движении внутри атома уподобляются замкнутым токам и создают орбитальные магнитные моменты; кроме того, они обладают собственными (спиновыми) магнитными моментами.

Движение электронов и магнитные моменты электронов правильно описываются только в квантовой физике, что создает определенные трудности при классическом подходе к ним в электродинамике. Здесь можно получить только довольно грубую качественную картину явления намагничивания. Реальные носители магнитных моментов обычно заменяются так называемыми «молекулярными круговыми токами» (гипотеза о существовании таких токов была впервые высказана А. Ампером в 1820 г.).

Каждому молекулярному току соответствует элементарный магнитный диполь. По характеру поведения элементарных диполей вещества делятся на три основных класса: *парамагнитные*, *диамагнитные* и *ферромагнитные*. У пара- и ферромагнитных веществ ча-

стицы обладают элементарными магнитными моментами в отсутствие внешнего магнитного поля, но эти моменты ориентированы в пространстве хаотично, так что макроскопические объемы вещества магнитными моментами не обладают.

Во внешнем магнитном поле элементарные моменты выстраиваются по полю, тем самым усиливая его, — таков с качественной стороны механизм намагничивания парамагнетиков и ферромагнетиков. У парамагнетиков намагничивание имеет место только во внешнем поле, а у ферромагнетиков сохраняется и после снятия внешнего поля; кроме того, намагничиваются ферромагнетики гораздо сильнее.

Молекулярные магнитные моменты в диамагнетике возникают только во внешнем поле и ориентируются против поля, ослабляя его.

Основной величиной, описывающей макроскопические магнитные свойства вещества, являются *вектор намагниченности*, равный плотности магнитного момента:

$$\vec{j} = \frac{d\vec{m}}{dV}. \quad (15.12)$$

(В формуле (15.12)  $dV$  — физически малый объем вещества, обладающий макроскопическим магнитным моментом  $d\vec{m}$ .) В общем случае  $\vec{j} = \vec{j}(\vec{r}, t)$ .

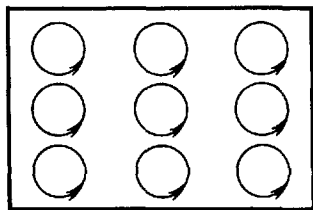
Возникновение намагниченности вызывается, как уже говорилось, упорядоченностью в пространстве элементарных магнитных диполей, соответственно — упорядоченностью молекулярных токов (рис. 15.2). Суммарное их действие может быть описано, если ввести плотность тока связанных зарядов, вызывающего намагничивание в соответствии с формулами для токов свободных зарядов. Поэтому должна использоваться общая формула (5.29) для векторного потенциала поля:

$$\vec{A}(\vec{r}) = f \int \frac{\vec{j}(\vec{r}_0)}{r} dV_0.$$

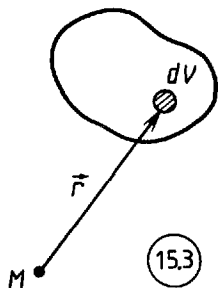
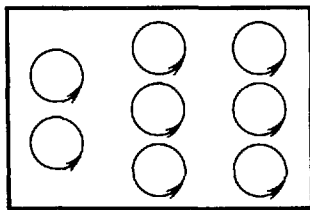
В точке наблюдения, совпадающей с началом координат, для связанных зарядов согласно ей имеем

$$\vec{A}(0) = f \int \frac{\vec{j}_{св.з}(\vec{r})}{r} dV. \quad (15.13)$$

(Зависимость всех величин от времени опускаем.)



15.2



15.3

Так как в принятой модели магнитные свойства вещества исчерпываются магнитными моментами элементарных объемов  $d\vec{m} = \vec{j}dV$ , то потенциал можно вычислить и с помощью формулы (8.12) как созданный элементарными магнитными диполями:

$$d\vec{A} = f \frac{[d\vec{m}\vec{r}]}{r^3},$$

где  $\vec{r}$  — радиус-вектор, проведенный из элемента объема  $dV$  к точке наблюдения. Выбирая начало координат в точке наблюдения (рис. 15.3) и интегрируя по объему, получаем

$$\vec{A}(0) = -f \int \frac{[\vec{j}\vec{r}]}{r^3} dV.$$

На основании векторного тождества (см. П. II, 22)

$$\text{rot} \left( \frac{\vec{j}}{r} \right) = \frac{1}{r} \text{rot} \vec{j} + \frac{[\vec{j}\vec{r}]}{r^3},$$

так что

$$\vec{A}(0) = f \int \frac{\text{rot} \vec{j}}{r} dV - f \int \text{rot} \frac{\vec{j}}{r} dV.$$

Делая те же дополнительные предположения о характере поля, что и в § 15, п. 15.1, устанавливаем равенство нулю последнего интеграла.

Введем обозначения:

$$\vec{Z} = \int \text{rot} \frac{\vec{j}}{r} dV.$$

Если  $\vec{C}$  — постоянный вектор, то

$$\vec{C}\vec{Z} = \int \vec{C} \text{rot} \frac{\vec{j}}{r} dV.$$

Применяя формулу (см. П. II, 31), получаем

$$\vec{C}\vec{Z} = \int_V \text{div} \left[ \vec{C} \frac{\vec{j}}{r} \right] dV.$$

По теореме Гаусса

$$\vec{C}\vec{Z} = \oint_S \frac{[\vec{C}\vec{Z}]}{r} d\vec{s}.$$

Сдвигая поверхность интегрирования в бесконечность, получаем  $\vec{C}\vec{Z} = 0$ . Вследствие произвольности вектора  $\vec{C}$  оказывается, что  $\vec{Z} = 0$

Таким образом,

$$\vec{A}(0) = f \int \frac{\text{rot} \vec{j}}{r} dV. \quad (15.14)$$

Сравнивая формулу (15.13) с выражением (15.14), находим

$$\vec{j}_{\text{св.з}} = \text{rot} \vec{j}. \quad (15.15)$$

Эта составляющая тока связанных зарядов может быть названа током намагниченности  $-\vec{j}_M$ . Остается еще установить связь между

намагниченностью и индукцией поля в веществе. Здесь снова приходится выйти за пределы исходных уравнений электродинамики и обратиться к эксперименту — намагниченность оказывается пропорциональной индукции поля:

$$\vec{J} = \frac{\alpha}{\mu_0} \vec{B},$$

коэффициент пропорциональности записан так, чтобы  $\alpha$  была безразмерной величиной.

Однако в классической электродинамике употребляется другой коэффициент, носящий название *магнитной восприимчивости* и обозначаемый через  $\kappa$ . Он связан с введенным нами коэффициентом  $\alpha$  соотношением

$$\alpha = \frac{\kappa}{1 + \kappa}.$$

Итак, для зависимости намагниченности от индукции поля имеем формулу

$$\vec{J} = \frac{\kappa}{\mu_0(1 + \kappa)} \vec{B}. \quad (15.16)$$

(Обычно  $\kappa$  определяется соотношением  $\vec{J} = \kappa \vec{H}$ . Но в нашем курсе для раскрытия физического смысла  $\vec{H}$  эта величина вводится позднее.)

Следует иметь в виду, что приближительное постоянство  $\alpha$  и магнитной восприимчивости  $\kappa$  соблюдается только для парамагнитных и диамагнитных веществ. При этом у парамагнетиков  $\kappa > 0$ , у диамагнетиков  $\kappa < 0$ , а абсолютное значение много меньше единицы. У ферромагнетиков восприимчивость положительна и велика: она колеблется от десятков до многих тысяч единиц, причем зависит от индукции внешнего поля  $\vec{B}$ , и эта зависимость имеет сложный вид.

Явления намагничивания весьма сложны. В частности, магнитная восприимчивость различна для статических и переменных полей, так как в последних дополнительное намагничивание вызывают вихревые токи в веществе; сказываются и некоторые другие процессы. Классическая электродинамика, как уже говорилось, в детали не входит, ограничиваясь обычно довольно грубой моделью — пропорциональной зависимостью между намагниченностью и индукцией, отраженной в формуле (15.16).

Располагая формулами (15.15) и (15.16), можно решить ранее поставленную задачу, т. е. выразить ток намагничивания через индукцию поля в веществе:

$$\vec{j}_M = \frac{1}{\mu_0} \operatorname{rot} \frac{\kappa}{1 + \kappa} \vec{B}. \quad (15.17)$$

Но необходимо заметить, что  $\vec{j}_M$  никакому реальному движению зарядов в точности не соответствует, так как намагниченность



вещества возникает не за счет макроскопических токов. Ток намагниченности — фиктивный ток, используемый при анализе усредненных уравнений поля и исключаемый из окончательных формул.

**15.3. Уравнения Максвелла для поля в веществе. Напряженность магнитного и индукция электрического полей.** Исключим теперь  $Q_{свз}$  и  $\vec{j}_{свз}$  из «усредненных» уравнений (14.1) с помощью формул (15.7), (15.10) и (15.15):

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \vec{B} = 0, \\ \frac{1}{\mu_0} \operatorname{rot} \vec{B} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + \operatorname{rot} \vec{J} + \vec{j}, \\ \operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} - \frac{1}{\varepsilon_0} \operatorname{div} \vec{P}. \end{array} \right. \quad (15.18)$$

Система (15.18) описывает поле в веществе с учетом электромагнитных свойств вещества и с привлечением двух дополнительно введенных векторов — характеристик электромагнитного состояния вещества  $\vec{P}$  и  $\vec{j}$ .

Третье и четвертое уравнения системы (15.18) можно преобразовать, группируя члены:

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{rot} \left( \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{j} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) + \vec{j}, \\ \operatorname{div} (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) = \rho. \end{array} \right. \quad (15.19)$$

Отсюда видна целесообразность введения двух новых величин, упрощающих уравнения (15.19). Вместо  $\vec{P}$  и  $\vec{j}$  используются параметры  $\vec{H}$  и  $\vec{D}$ , определяемые формулами

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{j}; \quad (15.20)$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}. \quad (15.21)$$

Уравнения (15.18) с учетом формул (15.19), (15.20), (15.21) принимают следующий общепринятый вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (1) \\ \operatorname{div} \vec{B} = 0, \quad (2) \\ \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j}, \quad (3) \\ \operatorname{div} \vec{D} = \rho. \quad (4) \end{array} \right. \quad (15.22)$$

Эта система уравнений для поля в веществе в честь основоположника электродинамики носит название уравнений Максвелла.

Система уравнений (15.22) отличается от уравнений поля в вакууме наличием двух новых векторов: напряженности магнитного

поля  $\vec{H}$  и индукции электрического поля  $\vec{D}$ . С помощью этих векторов учитывается «вклад» зарядов вещества в общее поле.

Так как векторы поля  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$  исчерпывающе характеризуют поле, определяя силу, действующую на заряды в поле, энергию и импульс поля, то дополнительные его характеристики  $\vec{H}$  и  $\vec{D}$  могут рассматриваться как вспомогательные величины, упрощающие запись уравнений: последние оказываются в таком случае наиболее симметричными по отношению к параметрам электрической и магнитной составляющих поля.

(В истории развития учения об электромагнетизме величина  $\vec{H}$  была введена в связи с «магнитными зарядами» и сопоставлялась с напряженностью поля  $\vec{E}$ ; индукции  $\vec{B}$  и  $\vec{D}$  характеризовали поле зарядов в веществе.)

**15.4. Магнитная и диэлектрическая проницаемость вещества. Материальные уравнения.** В формулах (15.20) и (15.21) связано, соответственно, по три параметра. Однако, как это показано ранее в пунктах 15.1 и 15.2, поляризация  $\vec{P}$  определяется напряженностью электрического поля, а намагниченность — индукцией магнитного.

Подставляя в формулу (15.20) значение  $\vec{j}$  из (15.16), имеем

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0(1 + \kappa)}.$$

Введем *магнитную проницаемость* вещества определением:

$$\mu = 1 + \kappa \quad (15.23)$$

Теперь

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu\mu_0} \vec{B}. \quad (15.24)$$

Аналогично формула (15.21) при подстановке (15.8) дает

$$\vec{D} = \epsilon_0(1 + \chi) \vec{E}.$$

Если ввести *диэлектрическую проницаемость* вещества определением

$$\epsilon = 1 + \chi, \quad (15.25)$$

то для электрической индукции имеем

$$\vec{D} = \epsilon\epsilon_0 \vec{E} \quad (15.26)$$

Параметры  $\mu$  и  $\epsilon$ , характеризующие магнитные и электрические свойства вещества, в общем случае являются функциями координат точки пространства:

$$\mu = \mu(\vec{r}), \quad \epsilon = \epsilon(\vec{r})$$

и для неподвижной среды не зависят от времени.

В соответствии с формулами, определяющими проницаемости, для пара- и ферромагнетиков  $\mu > 1$ , для диамагнетиков  $\mu < 1$ , а диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  всегда больше единицы.

Для нахождения поля в веществе используют систему уравнений

Максвелла (15.22), добавляя к ней два так называемых «материальных» уравнения (15.24) и (15.26), а также третье — эмпирическое соотношение

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}, \quad (15.27)$$

выражающее связь тока свободных зарядов (тока проводимости) в веществе со свойствами вещества и напряженностью поля  $\vec{E}$ . Здесь  $\gamma$  — удельная электрическая проводимость вещества; она не зависит от напряженности поля  $\vec{E}$  и определяется, как и  $\epsilon$ ,  $\mu$ , экспериментально. Выражение (15.27) называется также дифференциальной формой закона Ома.

В важном частном случае стационарных полей, как это вытекает из уравнений (3) и (4) системы (15.22), напряженность магнитного поля  $\vec{H}$  и индукция электрического  $\vec{D}$  определяются только свободными зарядами точно так же, как векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$  поля в вакууме. По этой причине величины  $\vec{H}$  и  $\vec{D}$  приобретают самостоятельное значение. При расчетах рационально найти сначала эти векторы, а к величинам  $\vec{B}$  и  $\vec{E}$  переходить в случае необходимости с помощью материальных уравнений (15.24) и (15.26).

Особо подчеркнем, что система уравнений Максвелла (15.22) описывает электромагнитное поле в неподвижной среде. По этой причине изменения во времени всех величин, входящих в уравнения ( $\vec{E}$ ,  $\vec{D}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\rho$ ,  $\vec{j}$ ), рассматриваются в точке с неизменяющимися координатами, что и отражено в знаке частной производной по времени.

В уравнениях  $\rho$  — плотность свободных зарядов, не скомпенсированных связанными.

## § 16. Характерные особенности полей в веществе

**16.1. Уравнения поля в потенциалах.** Поля в веществе по сравнению с полями в вакууме приобретают некоторые особенности. К их выяснению в процессе применения основной системы уравнений Максвелла (15.22) для расчета полей мы и приступаем.

Для нахождения векторов поля, кроме плотности зарядов и плотности токов, должны быть заданы и величины, характеризующие свойства вещества:

$$\epsilon = \epsilon(\vec{r}), \quad \mu = \mu(\vec{r}), \quad \gamma = \gamma(\vec{r}).$$

Задача по расчету поля математически чрезвычайно сложна, и мы сначала рассмотрим частный, но в практическом и теоретическом отношении важный случай изотропного однородного вещества, непрерывно заполняющего все пространство. (Кроме того, действуют и другие ограничения, сформулированные в предыдущем параграфе.)

Для постоянных  $\mu$  и  $\epsilon$  систему уравнений (15.22) можно записать в