Глава VII

ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ТОКА

В веществе с проводимостью, не равной нулю, наблюдается явление, очень важное для практических применений электродинамики: это направленное упорядоченное движение электрических зарядов — электрический ток.

В главе изучаются постоянный ток в веществе и сопутствующее току магнитное поле. Прохождение тока через вещество сопровождается выделением джоулева тепла, о чем говорится ниже. Остальные действия тока, например химические, рассматриваться не будут.

§ 19. Уравнения Максвелла и законы постоянного тока

19.1. Структура электрического поля постоянного тока. Для феноменологической теории — а такова электродинамика вещества — природа частиц (электронов, ионов), создающих ток, малосущественна, так же как и природа носителей заряда вообще. Величины, характеризующие электрический ток как физическое явление,— это прежде всего плотность тока и сила тока или величина тока, текущего через некоторую поверхность. Напомним соответствующие формулы:

$$\vec{j} = \varrho\vec{v}, \quad I = \int_S \vec{j}d\vec{S}$$

Основная закономерность, определяющая ток в веществе,— это эмпирическое уравнение (15.27) или дифференциальная форма закона Ома:

$$\vec{j} = \gamma\vec{E}.$$

Электрическое поле, вызвавшее направленное движение зарядов, задается в каждой точке проводника напряженностью $\vec{E}$; ток определяется вектором $\vec{j}$, а электрические свойства проводника — удельной электрической проводимостью вещества γ. Проводимость проводников на несколько порядков превышает проводимость диэлектриков, так что в классической электродинамике для последних часто считается $\gamma = 0$. Постоянство γ в достаточно широких пределах изменения величин $\vec{j}$ и $\vec{E}$ имеет место только для металлов и электролитов.

Постоянным называют ток, для которого во всех точках проводника вектор $\vec{j}$ не зависит от времени. Не зависит от времени и величина постоянного тока I. В силу уравнения закона Ома постоянный ток имеет место только в стационарном электрическом поле. Постоянной величиной должна быть в этом случае и плотность электрических зарядов ϱ. Используя уравнение непрерывности

$$-\frac{\partial \varrho}{\partial t} = \operatorname{div} \vec{j},$$

заключаем, что

$$\operatorname{div} \vec{j} = 0. \tag{19.1}$$

Это условие замкнутости линий постоянного тока в проводнике. Соотношение (19.1) приводит к важным выводам. Интегрируя (19.1) по поверхности трубки тока, образованной линиями тока (рис. 19.1), имеем

$$\oint_S \vec{j}\,\overrightarrow{dS} = \int_{S_1} \vec{j}\,\overrightarrow{dS} + \int_{S_2} \vec{j}\,\overrightarrow{dS} = I_2 - I_1.$$

Поскольку левая часть равенства по теореме Гаусса сводится к объемному интегралу от дивергенции $\vec{j}$, то она равна нулю, откуда $I_1 = I_2$. Сила тока постоянна в любом сечении трубки тока, т. е. постоянна в любом сечении проводника, совпадающего с этой трубкой. (Заряды не выходят за пределы боковой поверхности проводящего тела.)

С помощью уравнения закона Ома и условия замкнутости линий тока (19.1) находим условие замкнутости линий напряженности электрического поля, вызывающего ток в проводнике:

$$\operatorname{div} \vec{E} = 0. \tag{19.2}$$

Равенство (19.2) позволяет с учетом четвертого уравнения Максвелла (15.22) сделать вывод об отсутствии объемных зарядов в проводнике с постоянным током:

$$\varrho = 0. \tag{19.2-а}$$

Используя далее граничное условие (16.17), имеем

$$E_{2t} = E_{1t},$$

откуда следует пропорция

$$\frac{j_{1t}}{j_{2t}} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2},$$

связывающая токи в двух соседних слоях с их проводимостями.

Что касается нормальной составляющей плотности тока, то на основе формулы (16.20) находим

$$j_{2n} = j_{1n},$$

т. е. заряд, притекающий к поверхности, равен заряду, уходящему от нее. Из последнего соотношения получаем

$$\frac{E_{2n}}{E_{1n}} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}. \tag{19.3}$$

Таким образом, стационарное поле постоянного тока в проводнике напоминает электростатическое поле в диэлектрике, только вместо ε здесь фигурирует γ. (Поле в кусочно-однородной диэлектрической среде при $\varrho = 0$ описывается уравнением $\operatorname{div}\vec{E} = 0$, причем $E_{2t} = E_{1t}$, $\varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n}$.)

Если же имеется граница проводник-диэлектрик, то такого подобия нет. Хотя по-прежнему $E_{2t} = E_{1t}$, но $j_{2n} = j_{1n} = 0$, так как заряды из проводника в диэлектрик не выходят. Поэтому в проводнике $E_{1n} = 0$, тогда как в диэлектрике $E_{2n} \neq 0$ и зависит от плотности зарядов на поверхности проводника. Заметим для дальнейшего: при прохождении постоянного тока по замкнутой цепи на поверхности проводников имеются заряды.

В практике весьма распространены проводники значительной длины и небольшого сечения. Мы будем называть их *линейными*, если плотность тока в сечении можно считать (приблизительно) постоянной. Для них справедливо соотношение (1.10)

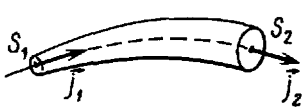
$$\vec{j}dV = I\vec{dl},$$

причем сила тока постоянна в любом сечении. В соответствии с этой формулой сила тока положительна, если ток течет по выбранному направлению обхода цепи, и отрицательна, если направления векторов $\vec{j}$ и $\vec{dl}$ противоположны. Токи в линейных проводниках часто называют линейными. На основании вышесказанного ясно, что внутри замкнутого однородного линейного проводника линии тока и линии напряженности поля суть замкнутые непрерывные кривые, параллельные оси проводника.

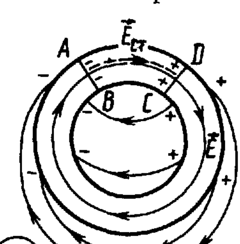
19.2. Стороннее поле и закон Ома в дифференциальной форме. Рассмотрим систему уравнений Максвелла (15.22) применительно к постоянному току. В силу постоянства полей и отсутствия объемных зарядов уравнения для области внутри проводника приобретают вид

$$\text{I.}\ \begin{cases} \operatorname{rot}\vec{E} = 0, \\ \operatorname{div}\vec{E} = 0, \end{cases} \qquad \text{II.}\ \begin{cases} \operatorname{rot}\vec{H} = \vec{j}, \\ \operatorname{div}\vec{B} = 0. \end{cases} \tag{19.4}$$

Но из уравнений (19.4-I) для электрического поля видно, что данное поле не является ни вихревым, ни полем источников. Иными словами, постоянный ток в проводнике за счет электростатического потенциального поля невозможен, а вихревого электрического поля



19.1



19.2

в стационарном случае нет. Поэтому следует признать, что *система (19.4) не включает в себя причину существования тока, а описывает только факт его прохождения через проводник.* Причина существования постоянного тока не учитывается уравнениями (19.4), следовательно, имеет неэлектростатический характер. Но она существует и должна быть специально рассмотрена.

В первой части курса электродинамики (§ 2, п. 2.6) мы отмечали, что уравнения Максвелла описывают связь между полем и зарядами, движущимися не только под действием сил поля, но и других, не учтенных в классической электродинамике сил. Так, например, в любой электростатической задаче конфигурация зарядов не определяется уравнениями, а обусловлена некоторыми неэлектростатическими взаимодействиями. Аналогично обстоит дело и в случае тока: заряды, например, могут двигаться по инерции – и получится ток, могут переноситься движущимися телами, что также приведет к току, выбрасываться при распаде радиоактивного вещества и т. д. Исходной причиной движения зарядов в неподвижном проводнике может быть электрическое поле. Но в случае постоянного тока это неэлектростатическое поле объемных зарядов. В движении зарядов участвуют *сторонние* по отношению к системе (19.4) поля, которые формально можно учесть, вводя напряженность некоторого стороннего *электрического поля* $\vec{E}_{\text{ст}}$. Теперь на основании формулы (15.27) имеем

$$\vec{j} = \gamma\,(\vec{E} + \vec{E}_{\text{ст}}). \tag{19.5}$$

Равенство (19.5) является основным законом тока; это закон Ома в дифференциальной форме, в котором учтены поля, не входящие в систему уравнений (19.4). Здесь $\vec{E}$ – напряженность стационарного поля, созданного некоторыми поверхностными зарядами на границах раздела в проводнике (не учтены в уравнениях (19.4)!), а $\vec{E}_{\text{ст}}$ вообще не связано с распределением зарядов по проводнику.

Природа сторонних сил практически всегда электромагнитная, так как электрические заряды связаны электромагнитным взаимодействием. В частном случае стороннее поле может быть вихревым электрическим полем, возбуждаемым в генераторе тока. Сторонней силой может быть и магнитная составляющая силы Лоренца В химических источниках поле создается при разделении электрических зарядов в химических реакциях, оно есть результат квантовых эффектов и т. д. Но во всех случаях поле $\vec{E}_{\text{ст}}$ не учтено в системе (19.4), т. е. вектор $\vec{E}_{\text{ст}}$ не является напряженностью электростатического поля, созданного объемными зарядами в проводнике.

19.3. Поле замкнутой цепи с постоянным током. На практике широкое распространение имеют линейные токи, протекающие в замкнутых цепях, причем стороннее поле возбуждается на сравнительно малом участке цепи, называемом *источником тока.* Во внешней части цепи, т. е. вне источника, стороннего поля нет и действует стационарное электрическое поле, соответствующее движению зарядов (току); оно создается некоторым поверхностным распределением их. Но первопричина образования такого распределения зарядов – действие стороннего поля источника тока.

Составим себе наглядное представление о «механизме» возникновения тока в цепи с помощью качественного анализа электрического поля в проводнике и вокруг проводника с током. На рисунке 19.2 представлена широко применяемая в учебных целях модель источника: источник создает на поверхностях AB и CD стационарные заряды – это полюсы источника. На них начинается и оканчивается большая часть линий напряженности электрического поля, сконцентрированного в проводнике. Очевидно, что для «подавления» нормальной составляющей напряженности поля внутри проводника ($E_n = 0$) необходимо, чтобы заряды находились не только на поверхностях AB и CD, но и на внешней поверхности проводника. Так что поле вне проводника имеет нормальную составляющую. По мере удаления от источника тока вдоль проводника эта составляющая ослабевает, вместе с тем уменьшается и поверхностная плотность зарядов: линии напряженности поля вдали от источника (и вблизи от проводника) параллельны поверхности проводника.

Итак, электрическое поле в проводнике формируется легкоподвижными свободными зарядами проводника, образующими стационарные поверхностные заряды. (А поддерживает это стационарное распределение источник.)

Проводники, как правило, обладают высокими проводимостями. Это значит, что при малых напряженностях поля создаются значительные токи в проводнике. Они-то в основном и определяют совокупность явлений, сопровождающих ток, в частности тепловое действие, магнитное поле и т. д. Что касается стационарного электрического поля вне проводника, то оно оказывается относительно слабым. Именно это обстоятельство позволяет сосредоточить внимание на токе в проводнике, не рассматривая электрическое поле вне проводника.

Замкнутость линий тока означает однонаправленность вектора $\vec{j}$ во всей цепи. А это приводит согласно принятой модели источника тока к движению зарядов внутри источника навстречу постоянному электрическому полю в источнике, созданному зарядами на полюсах. Уточнить конфигурацию результирующего поля внутри источника в общем случае в рамках рассматриваемой модели невозможно. Остается считать, что внутри источника формально введенное стороннее поле направлено по току, компенсирует электрическое поле и, кроме того, создает ток внутри источника, восполняя потери энергии при движении зарядов

19.4. Интегральный закон Ома для замкнутой цепи. Закон Джоуля – Ленца. Предположим, что электрическая цепь образована линейным проводником и источником тока Используя равенство (19.5) и интегрируя обе его части по всему контуру цепи, получаем

$$\oint_L \vec{j}\,\overrightarrow{dl} = \oint_l \gamma\vec{E}\,\overrightarrow{dl} + \oint_L \gamma\vec{E}_{\text{ст}}\,\overrightarrow{dl} \qquad (19\ 6)$$

Величину $\mathcal{E} = \oint\limits_L \vec{E}_{ст}\overrightarrow{dl}$ (19 7)

называют электродвижущей силой источника тока (ЭДС). Математически это циркуляция вектора напряженности стороннего поля по контуру замкнутой цепи. Если стороннее поле сосредоточено на участке цепи (вообще говоря, оно может быть распределенным и по всей цепи), то

$$\mathcal{E}_{1,2} = \int\limits_L \vec{E}_{ст}\overrightarrow{dl}. \tag{19.8}$$

В физическом смысле ЭДС есть удельная работа, совершаемая сторонними силами над зарядами в источнике.

Знак ЭДС, как это видно из формулы (19.6) и (19.7), зависит от выбора положительного направления обхода контура цепи. Целесообразно выбирать направление обхода по направлению плотности тока. Тогда ЭДС для всей замкнутой цепи всегда положительна. Что же касается участка цепи, то $\mathcal{E} > 0$, если стороннее поле направлено по току, и $\mathcal{E} < 0$, если оно направлено навстречу току. То же самое заключается и в правиле: ЭДС, содержащаяся на участке, считается положительной, если ток (обход) соответствует последовательности полюсов источника (–, +), и отрицательной – при последовательности (+, –).

Вернемся к интегральному равенству (19.6), которое в силу потенциального характера поля $\vec{E}$ приобретает вид:

$$\oint\limits_L \frac{1}{\gamma}\,\vec{j}\,\overrightarrow{dl} = \mathcal{E}.$$

Учитывая сонаправленность $\vec{j}$ и $\overrightarrow{dl}$, а также добавляя в числитель и знаменатель подынтегральной функции в левой части множитель S – площадь поперечного сечения проводника, получим

$$\oint\limits_L jS\,\frac{dl}{\gamma S} = \mathcal{E}. \tag{19.9}$$

Вводя обозначение

$$dR = \frac{dl}{\gamma S} - \tag{19.10}$$

сопротивление элемента длины проводника, вместо (19.9) имеем

$$I\oint\limits_L dR = \mathcal{E},$$

или

$$IR_п = \mathcal{E}. \tag{19.11}$$

Формула (19.11) является интегральным выражением закона Ома для полной цепи Сопротивление $R_п$ может быть записано как сумма сопротивлений внешней (R) и внутренней (r) частей цепи:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}. \quad (19.12)$$

Рассмотрим еще процессы в замкнутой цепи с энергетической стороны. Источник тока совершает работу над электрическими зарядами против сил электрического поля, тем самым увеличивая потенциальную энергию зарядов. Это происходит внутри источника тока (или на участке с ЭДС). Во внешней части цепи заряды движутся под действием стационарного электрического поля, однако их кинетическая энергия не увеличивается, так как имеет место передача энергии проводнику. В § 16, п. 16.3 уже говорилось о переходе энергии зарядов во внутреннюю энергию проводника. С количественной стороны процесс превращения энергии описывается равенствами (16.24) и (16.24-а)

$$\vec{j}\vec{E} = \frac{j^2}{\gamma}, \quad \tilde{Q} = \frac{j^2}{\gamma}.$$

В соответствии с этими равенствами работа поля над зарядами в нем $(\vec{j}\vec{E})$ равна работе тока $\left(\frac{j^2}{\gamma}\right)$ в проводнике (без ЭДС), а последняя равна выделенной в неподвижном проводнике теплоте $(\tilde{Q})$.

Эти равенства справедливы и для всей цепи, если учесть стороннее поле и воспользоваться законом Ома для нее (19.5). В таком случае получаем

$$\frac{j^2}{\gamma} = \vec{j}(\vec{E} + \vec{E}_{\text{ст}}). \quad (19.13)$$

Соотношение (19.13) выражает закон сохранения энергии для тока при наличии стороннего поля в дифференциальной форме. Приемом, совершенно аналогичным использованному для вывода формулы (19.11), приводим его к интегральной форме:

$$I^2 R_{\text{п}} = I\mathcal{E},$$

или

$$Q = I^2 R_{\text{п}} = I\mathcal{E}. \quad (19.14)$$

Тот же результат можно достигнуть, умножая формулу $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{п}}}$ почленно на I и истолковывая соответственно левую и правую части полученного равенства.

Мы получили закон Джоуля – Ленца для замкнутой цепи. (Здесь Q – теплота, а не величина заряда.)

Таким образом, вся работа, совершенная током в замкнутой цепи, равна работе стороннего поля, или, как говорят, работе сторонних сил источника тока, производимой над зарядами.

Работу тока в цепи можно представить в виде двух слагаемых:

работы тока на внешнем участке цепи, равной работе стационарного электрического поля, и работы тока внутри самого источника тока. Вводя для внешней части цепи разность потенциалов или напряжение

$$U = \varphi_1 - \varphi_2, \tag{19.15}$$

имеем для работы тока на внешнем участке выражение

$$I^2R = UI,$$

а также для всей цепи –

$$I^2R + I^2r = \mathcal{E}I.$$

Работа сторонних сил $\mathcal{E}I$ больше работы по разделению зарядов между полюсами источника, соответственно больше работы, совершаемой зарядами во внешней цепи, на величину работы тока в источнике (I^2r).

В электротехнике, кроме понятия «разность потенциалов» или «напряжение», вводится неэквивалентное ему понятие «падение напряжения». Для любого участка цепи, содержащего ЭДС, выполняется соотношение

$$\int_1^2 \vec{j}\,\vec{dl} = \gamma\int_1^2 \vec{E}\,\vec{dl} + \gamma\int_1^2 \vec{E}_{\text{ст}}\vec{dl},$$

или

$$IR_{1,2} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{1,2}. \tag{19.16}$$

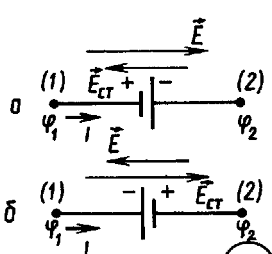
Эта формула выражает закон Ома для участка цепи. Величина $U_{1,2} = \varphi_1 - \varphi_2$ – *напряжение*, а произведение $IR_{1,2}$ называется *падением напряжения* на участке 1–2, причем

$$U_{1,2} = IR_{1,2} - \mathcal{E}_{1,2}.$$

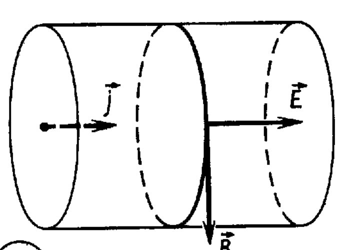
Выбираем направление обхода участка цепи по току. Тогда $IR_{1,2}$ всегда положительная величина, $U_{1,2}$ может быть больше или меньше нуля в зависимости от потенциалов точек φ_1 и φ_2 (но используют обычно модуль этой величины U). Что касается ЭДС, то $\mathcal{E} > 0$, если источник проходится током в направлении от отрицательного полюса к положительному, и $\mathcal{E} < 0$ – от положительного к отрицательному (рис. 19.3, *а, б*).

Пусть ток на участке 1–2 течет в соответствии с рисунком *(а)*, т. е. $\mathcal{E} > 0$, $U_{1,2} > 0$ и

$$U = \mathcal{E}_{1\ 2} + IR_{1,2}$$



19.3



19.4

В этом случае ток идет как бы навстречу ЭДС, т. е. *напряжение больше падения напряжения*, электрическое поле производит джоулево тепло и преодолевает встречное стороннее поле.

Если же ток течет в соответствии с рисунком *(б)*, то $\mathcal{E} < 0$, $U_{1,2} < 0$ и

$$U = \mathcal{E} - IR_{1,2},$$

т. е. напряжение меньше ЭДС на величину падения напряжения

Итак, *напряжение и падение напряжения — разные величины, они совпадают лишь для участка цепи при отсутствии на нем ЭДС.*

Пример 19.1. **Расчет разветвленных цепей. Правила Кирхгофа.**

Окружая n-кратное разветвление проводников в точке O замкнутой поверхностью S, на основании уравнения непрерывности и формулы (19.1) имеем

$$\oint \vec{j}\,\overrightarrow{dS} = I_1 + I_2 + \ldots + I_n = 0. \quad (1)$$

Таким образом, выбирая положительное направление на всех проводниках к точке O, получим, что алгебраическая сумма токов, притекающих к разветвлению, равна нулю.

Для любого участка произвольной линейной цепи с разветвлениями, например 1–2, имеем

$$IR_{1\,2} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{1,2}$$

Суммируя предыдущее равенство почленно по всем участкам любого замкнутого контура i, получим

$$\sum_k I_{ik}R_{ik} = \sum_k \mathcal{E}_{ik}. \quad (2)$$

(Здесь значение I_{ik} положительно, если направление тока совпадает с выбранным направлением обхода, а $\mathcal{E}_{ik}$ положительно, если источник при обходе контура приходится током от «минуса» к «плюсу».)

Формулы (1) и (2) носят название правил (законов) Кирхгофа, они применяются для расчета разветвленных цепей.

Пример 19.2 **Поток энергии в цепи постоянного тока.**

Ранее было показано, что расход энергии на джоулево тепло во внешней части цепи постоянного тока компенсируется работой стороннего поля внутри источника тока, где какой-либо вид энергии превращается в энергию электрического поля Определим, как совершается перенос энергии от источника тока к различным участкам внешней цепи.

Пусть линейная цепь находится в пустоте, тогда $\varepsilon = \mu = 1$. Выделим небольшой участок проводника вдали от источника тока. На его поверхности напряженность электрического поля $\vec{E}$ касательна к поверхности проводника и направлена вдоль проводника по току. Ток в проводнике создает магнитное поле с индукцией $\vec{B}$, причем вблизи поверхности силовые линии являются концентрическими окружностями (рис 19.4). Найдем поток энергии электромагнитного поля через поверхность выделенного участка проводника. С помощью формулы (3.7) имеем

$$\oint \vec{\sigma}\,\overrightarrow{dS} = \frac{1}{\mu_0}\int [\vec{E}\,\vec{B}]\,\overrightarrow{dS}.$$

Так как $\vec{E} = \dfrac{\vec{j}}{\gamma}$, $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$ (см. формулу (2.16)), а векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$ перпендикулярны, то

$$\oint \vec{\sigma}\,\overrightarrow{dS} = \int_{S_{\text{бок}}} \frac{jI}{2\pi r\gamma}dS = \frac{jI}{2\pi r\gamma}2\pi rl = jSI\frac{l}{\gamma S} = I^2R.$$

Вектор $\vec{\sigma}$ направлен внутрь проводника перпендикулярно к его боковой поверхности. Величина I^2R есть энергия, выделяемая током в проводнике за единицу времени. Следовательно, вся эта энергия поступает в участок проводника через его боковую поверхность в виде энергии электромагнитного поля. Далее она сообщается свободным зарядам, и при взаимодействии зарядов с кристаллической решеткой происходит ее превращение во внутреннюю энергию.

Согласно рассмотренной в § 19, п. 19.3 модели электрического поля замкнутой линейной цепи вектор напряженности $\vec{E}$ внутри источника тока направлен навстречу току, а это значит, что вектор потока энергии направлен здесь наружу, от проводника. Энергия в виде энергии электромагнитного поля «вытекает» из источника тока, движется в пространстве вдоль проводника ко всем его участкам и «втекает» в них, где и потребляется, превращаясь в другие виды энергии. Конечный вывод состоит в том, что переносчиком энергии в цепи служит электромагнитное поле. Провода играют роль «направляющих», обеспечивая концентрацию потока энергии. Этот вывод оказывается справедливым и для переменного тока (если частота не слишком велика и нет излучения электромагнитных волн).

Пример 19.3. **Расчет сопротивления проводящей среды.**

Имеются два проводящих электрода, соединенные с полюсами источника тока и погруженные в проводящую среду (рис. 19.5). Стационарное электрическое поле в среде создается поверхностными зарядами, находящимися на электродах. Расход зарядов, связанный с прохождением тока, пополняется источником. Определим ток, текущий с одного из электродов:

$$I = \oint \vec{j}\,\overrightarrow{dS} = \oint j_n dS.$$

Преобразуем подынтегральное выражение. Так как

$$j_n = \gamma E_n,$$

то

$$I = \gamma \oint E_n dS.$$

Заряд проводящего тела равен $Q = \oint \sigma dS$, если воспользоваться формулой (18.1), то

$$Q = \varepsilon \varepsilon_0 \oint E_n dS.$$

Для проводника $Q = C\varphi$ и

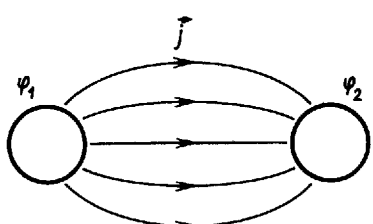
$$\oint E_n dS = \frac{C\varphi}{\varepsilon \varepsilon_0}.$$

С учетом этого соотношения формула для силы тока, текущего с первого электрода, приобретает вид

$$I_1 = \frac{\gamma}{\varepsilon \varepsilon_0} C_1 \varphi_1. \qquad (19.17)$$

Аналогично можно рассчитать ток, текущий на другой электрод.

$$I_2 = \frac{\gamma}{\varepsilon \varepsilon_0} C_2 \varphi_2. \qquad (19.18)$$



19.5

Вычислим сопротивление среды между этими двумя электродами по формуле

$$R = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{I} \tag{19.19}$$

и учтем, что $I_1 = -I_2 = I$. Получим

$$R = \frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\gamma} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right).$$

Эта формула применяется, например, для расчета сопротивления участков цепи с жидкими проводниками по заданным параметрам среды и электродов.

§20. Магнитное поле постоянных линейных токов

20.1. Закон Био-Савара. Основным источником магнитных полей, используемых человеком в технических и научных целях, являются линейные электрические токи. Поэтому целесообразно специально рассмотреть магнитное поле линейного тока.

Влиянием вещества проводника, по которому течет ток, на создаваемое поле можно пренебречь, так как проводник линейный, т. е. достаточно малого сечения. Влияние же вещества, в котором получаем магнитное поле, удобно учесть, используя в промежуточных расчетах величину $\vec{H}$, а затем переходить к $\vec{B}$.

Основными формулами для этого случая служит уравнение из системы (19.4)

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} \tag{20.1}$$

и материальное уравнение

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}. \tag{20.2}$$

Уравнение (20.1) приводится к интегральной форме совершенно аналогично рассмотренному в начале курса случаю поля в вакууме (см. § 2, п. 2.2):

$$\oint_L \vec{H}\, \overrightarrow{dl} = I, \tag{20.3}$$

т. е. циркуляция вектора напряженности магнитного поля по любому контуру равна силе тока, пронизывающего контур. Этой формулой удобно пользоваться в случаях симметричного распределения тока в пространстве. Однако более общим является иной подход.

Вводя векторный потенциал для магнитного поля соотношением

$$\vec{H} = \operatorname{rot} \vec{A}_{\text{H}}, \tag{20.4}$$

по аналогии с выводами для магнитостатического поля в вакууме (§ 8), имеем вместо уравнения (20.1) уравнение

$$\Delta \vec{A}_{\text{H}} = -\vec{j}. \tag{20.5}$$