

$$\tilde{Q} = \frac{I^2}{\gamma}. \quad (16.24-a)$$

Таким образом, последнее слагаемое в (16.21) выражает теплоту, выделяемую в системе за счет убыли энергии поля.

Формула (16.21) справедлива и для случая кусочно-непрерывной среды, т. е. при наличии конечных разрывов непрерывности параметров μ и ε . В частности, в пространстве могут иметь место участки, не заполненные веществом. Для них слагаемое $\vec{j} \vec{E}$ имеет прежний «вакуумный» смысл. Это работа поля по повышению кинетической энергии свободных зарядов.

Вторая особенность применения формулы (16.21) состоит в том, что в веществе поле может иметь границы, через когорые поток энергии не проходит. В таком случае закон сохранения энергии в изолированной системе (3.10) имеет место не только для бесконечно больших, но и *конечных* областей пространства, в которых «заперто» электромагнитное поле:

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int_V \frac{1}{2} (\vec{E} \vec{D} + \vec{H} \vec{B}) dV = \int_V \frac{I^2}{\gamma} dV. \quad (16.25)$$

В заключение несколько слов об импульсе электромагнитного поля. При тех же допущениях о неподвижности вещества по аналогии с формулой (3.17) имеем выражение для плотности импульса:

$$\vec{g} = [\vec{D} \vec{B}]. \quad (16.26)$$

Но вопрос об импульсе электромагнитного поля в веществе в классической электродинамике решается неоднозначно, о чем будет сказано ниже, в § 23.

Методические указания и рекомендации

I. Уравнения электромагнитного поля для вещества (15.22) вместе с материальными уравнениями (15.24), (15.26), (15.27) являются теоретическим обобщением эмпирических законов электромагнетизма, выполненным Д. К. Максвеллом в 1860–1865 гг. Именно уравнения поля в веществе послужили основой электродинамики в процессе ее исторического развития и становления. К уравнениям поля в вакууме ((2.1), (2.3) и др.) можно, вообще говоря, перейти как к частному случаю уравнений системы (15.22), полагая $\mu = 1$ и $\varepsilon = 1$.

Таким образом, в смысле математической общности уравнения Максвелла для вещества шире, чем исходные для нашего курса уравнения Максвелла для вакуума, так как последние содержатся в первых для частного случая среды с единичными значениями проницаемостей. Поэтому большинство курсов электродинамики основывается на уравнениях Максвелла для вещества. Однако фундаментальный характер имеют все же не они, а уравнения поля в вакууме, которые имеют обширнейшую область применения, простирающуюся от границ самых больших изученных расстояний во Вселен-

ной до расстояний порядка 10^{-17} м. И везде электромагнитные взаимодействия подчиняются этим уравнениям. (Необходимо только заметить, что в квантовой физике прямая силовая трактовка векторов \vec{E} и \vec{B} неприменима и эти величины заменяются их операторами. Так что переход от микроскопических уравнений электромагнитного поля к макроскопическим оказывается переходом от формул, связывающих операторы, к формулам, связывающим усредненные макроскопические значения величин.)

Уравнения для вакуума считаются строгими законами природы, и выводы из них не знают до сих пор каких-либо отклонений от эксперимента. Так, например, закон Кулона выполняется с доступной эксперименту точностью — от космических расстояний и вплоть до изученных самых малых.

Иное положение вещей имеет место в теории электромагнитного поля в веществе, основанной на уравнениях Максвелла (15.22). Область применимости этих уравнений ограничена допущениями об электромагнитных свойствах вещества, сделанными в материальных уравнениях. Эмпирические зависимости

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}, \quad \vec{j} = \frac{\kappa}{(1 + \kappa)} \vec{B}, \quad \vec{j} = \gamma \vec{E}$$

являются довольно грубыми и далеко не общими. Линейность указанных соотношений — лишь приближение, справедливое не для всех веществ и не при всех значениях поля. Так, ферромагнетики и антиферромагнетики характерны не линейной, а весьма сложной и неоднозначной зависимостью между величинами \vec{B} и \vec{H} . Для сегнетоэлектриков аналогично обстоит дело с зависимостью между величинами \vec{D} и \vec{E} .

Неприменимы уравнения Максвелла и для полупроводников. При высоких частотах переменного электромагнитного поля уравнения также неприменимы, ибо при малых длинах волн теряет смысл макроскопическое усреднение. Наконец, при больших напряженностях и индукциях поля появляются нелинейные эффекты, лежащие за пределами рассматриваемой теоретической схемы.

Следует принять во внимание и то обстоятельство, что скалярный характер электромагнитных параметров вещества ϵ , μ , γ говорит лишь об изучении изотропных сред. Поскольку кристаллы обладают анизотропией, то и к ним рассматриваемые уравнения не всегда применимы.

Сказанное об ограниченности системы уравнений Максвелла для вещества не умаляет их роли в различных приложениях. Дело в том, что уравнения (15.22), как правило, применяются не в общем случае, а в разнообразных частных случаях, когда указанные допущения справедливы. Хорошо описываются электромагнитные явления в

задачах, когда можно ограничиться частью уравнений, взять не все входящие в них члены.

Например, если в общем случае зависимость поляризованности и намагниченности от векторов поля не сводится к пропорциональной, то в частном случае электростатического и магнитостатического полей (в пара- и диамагнетиках) эта зависимость выполняется. Другим примером является использование уравнения (3) из системы (15.22). Как правило, для проводников $\left| \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right| \ll |\vec{j}|$, и тогда уравнение

имеет вид $\text{rot } \vec{H} = \vec{j}$. В диэлектриках же $|\vec{j}| \ll \left| \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right|$, и следует писать $\text{rot } \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$. Таким образом, с точки зрения природы физических явлений в уравнении искусственно соединены две закономерности в одну.

Необходимо также заметить, что хотя точный количественный расчет электромагнитных процессов в веществе с помощью уравнений Максвелла возможен не всегда, качественное описание и понимание с их помощью достигается для очень широкого круга явлений. И это очень важно в познавательном отношении для создания определенных представлений об электромагнитных явлениях и свойствах вещества.

Все сказанное о меньшей общности, ограниченной применимости уравнений Максвелла в среде позволяет понять методическую целесообразность построения курса на основе уравнений в вакууме. Если переход от уравнений в пустоте к уравнениям в веществе и не является выводом последних из первых в полном смысле слова, то он, во всяком случае, полезен в методическом плане, поскольку вскрывает роль вещества в создании поля, вспомогательный характер векторов \vec{H} и \vec{D} , природу поляризации и намагничивания, связь между величинами ϵ и χ , μ и κ , выявляет эмпирические «добавки» к исходным постулатам электродинамики. Без такого анализа уравнения Максвелла (15.22) носят чисто феноменологический характер, а соотношение четырех векторов поля между собой далеко не очевидно.

В процессе усреднения уравнений Максвелла – Лоренца для микрополя, в частности, выяснилось, что напряженности электрического поля \vec{E} в веществе (как и в вакууме) ставится в параллель индукция магнитного поля \vec{B} ; это две силовые характеристики действия поля на заряды, тогда как напряженность магнитного поля \vec{H} аналогична индукции электрического поля \vec{D} . Названия векторов в настоящее время отражают не их сущность, а историю развития учения об электромагнетизме. Некогда напряженность магнитного поля определялась как отношение силы, действующей на магнитный заряд, к величине заряда. Поскольку магнитных зарядов в природе не оказалось, утратила свой первоначальный смысл и напряженность.

Для важного частного случая неизменяемой однородной среды μ и ε являются постоянными величинами, т. е. не зависят от координат точки пространства и времени. В таком случае систему уравнений (15.22) можно записать только для двух векторов поля \vec{E} и \vec{B} в полной аналогии с системой уравнений (2.1) для вакуума:

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \vec{B} = 0, \\ \operatorname{rot} \vec{B} = \frac{\mu \varepsilon}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu \mu_0 \vec{j}, \\ \operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon \varepsilon_0}. \end{cases} \quad (16.27)$$

Если учесть еще выражение для силы Лоренца, в которое входят только векторы \vec{E} и \vec{B} , то можно видеть, что необходимости в векторах \vec{H} и \vec{D} для однородной среды вообще нет. Можно избежать их использования и в случае неоднородной среды с помощью материальных уравнений (15.24) и (15.26). Применение всех четырех векторов поля оправдано более простым видом уравнений (15.22) по сравнению с уравнениями (16.27) и, по-видимому, традицией.

Сказанное выше позволяет понять, почему при изучении школьного курса электродинамики в последнее время во главу угла ставится поле в вакууме, а характеризуется поле во всех случаях только векторами \vec{E} и \vec{B} .

II. При изучении главы V следует иметь в виду, что она является основополагающей для учения о поле в веществе. В то же время изложение здесь опирается на понятия и уравнения, изученные ранее: они либо видоизменяются, либо уточняются для вещества.

При чтении материала контролируйте себя, отвечая на вопросы, обсуждая назначение и последовательность выводов.

§ 14. Какие заряды называют свободными и связанными? В чем состоит усреднение микрополя? Какое поле мы фиксируем, измеряя напряженность и индукцию? Каковы простейшие модели диэлектрика и проводника?

§ 15. Обсудите постановку вопроса об уравнениях поля в веществе со связанными зарядами. Вспомните о явлении поляризации, изученном в общем курсе физики. Почему поляризованность и плотность связанных зарядов взаимозависимы? В чем состоит явление намагничивания вещества? Обсудите «механизм», соединяющий токи связанных зарядов с поляризацией, намагниченностью. Обсудите сходство и различие таких величин, как диэлектрическая и магнитная восприимчивости вещества. Сопоставьте систему уравнений Максвелла для поля в веществе с вакуумной. Выведите формулы, связывающие \vec{D} с \vec{E} , минуя \vec{P} и \vec{H} с \vec{B} , минуя \vec{j} .

§ 16. Обсудите аналогию между полем в однородной изотропной среде и вакууме. Рассмотрите вопрос об уравнениях поля в потенциа-

лах, пользуясь аналогией со случаем поля в вакууме. Найдите качественно механизмы, приводящие к ослаблению электрического поля некоторой системы зарядов в веществе и к усилению магнитного поля. Запишите формулы граничных условий, изменяя нумерацию сред. Как это повлияет на взаимосвязь определяющих формулы направлений? Выполните целиком вывод закона изменения и сохранения энергии поля в веществе.

Глава VI ЭЛЕМЕНТЫ ЭЛЕКТРОСТАТИКИ

Мы приступаем к обсуждению частных проблем электродинамики поля в веществе. Их классификация связана с соответствующими частными случаями электромагнитных полей; изучаются стационарные и квазистационарные поля, электромагнитные волны в веществе. Наличие вещества и особенно свободных зарядов в веществе приводит к значительным отличиям электромагнитных полей и методов их расчета от изученных ранее. Важнейшее новое явление в веществе — возникновение электрического тока, порождаемого электрическим полем. В свою очередь ток вызывает магнитное поле, а изменения последнего — явление электромагнитной индукции.

В данной главе изложены основные вопросы электростатики — учения о статическом электромагнитном поле в системе заряженных и нейтральных диэлектрических и проводящих тел. При этом введенные ранее в главе II для стационарного поля в вакууме формулы, соотношения, величины используются как известные.

§ 17. Электростатика диэлектриков

17.1. Электростатическое поле в однородном диэлектрике. Допустим существование однородной среды из диэлектрика, заполняющего пространство. (Такой средой, в частности, является воздух.) В диэлектриках могут иметь место различные конфигурации свободных зарядов, описываемые плотностью $\rho(\vec{r})$.

В статическом случае векторы поля \vec{E} и \vec{B} не зависят от времени, а заряды, создавшие поле, неподвижны (токов нет, так как по диэлектрику заряды не перемещаются). Система уравнений Максвелла (15.22) распадается на две независимые подсистемы:

$$\operatorname{rot} \vec{E} = 0, \operatorname{div} \vec{D} = \rho, \vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E} \quad (17.1)$$

и

$$\operatorname{rot} \vec{H} = 0, \operatorname{div} \vec{B} = 0, \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}. \quad (17.2)$$

Это значит, что в данном случае может быть одно электростати-