Ранее было найдено выражение (8.14) для энергии (жесткой) системы токов во внешнем поле в приближении дипольного магнитного момента.

$$U = -\vec{m}\vec{B}. \tag{20.23}$$

Эта формула применима к линейным токам, протекающим по жесткому контуру, причем магнитный момент тока следует вычислять по формуле (20.10), а для плоского контура – по формуле (20.11).

Кроме формул Ампера для вычисления силы и момента силы, действующих на контур, можно использовать соотношения (8.15) и (8.16).

Первое из них позволяет найти силу, действующую на магнетик. Элемент объема dV обладает дипольным моментом $d\vec{m}$. На него действует сила

$$d\vec{F} = (d\vec{m}\nabla)\,\vec{B}.$$

Используя формулы (15.12), (15.16) и (15.23), приводим это выражение к виду

$$d\vec{F} = \frac{\varkappa}{\mu\mu_0}(\vec{B}\nabla)\,\vec{B}dV.$$

Отсюда плотность силы равна:

$$\vec{f} = \frac{\varkappa}{2\mu\mu_0}\operatorname{grad} B^2. \tag{20.24}$$

(Последний шаг в преобразованиях сделан на основе формулы 29 из приложения II. Учтено, что в магнетике токов нет, поэтому $\operatorname{rot}\vec{B} = 0$.)

Выражение (20.24) аналогично формуле (18.17) для силы, действующей на диэлектрик в электрическом поле. Из него следует, что парамагнитное тело втягивается в поле, т. е. движется под действием магнитных сил в сторону возрастания модуля индукции поля. Напротив, диамагнитное тело из поля выталкивается. Данный эффект используется при устройстве «магнитной подвески», т. е. когда образец вещества парит в воздухе, так как сила тяжести уравновешена магнитной силой. Этот опыт можно осуществить и с веществом в сверхпроводящем состоянии: сверхпроводники обладают свойствами идеального диамагнетика, у которого $\varkappa = -1$. (При $\varkappa = -1$ $\vec{J} = -\vec{H}$, где $\vec{H}$ – напряженность магнитного поля. Результирующее магнитное поле в сверхпроводнике равно нулю: $\vec{B} = (1 + \varkappa)\,\vec{B}_0 = 0$.)

Методические указания и рекомендации

I. Материал, изложенный в главе, носит прикладной характер – это применение общих законов и уравнений электродинамики в частных случаях, имеющих громадное практическое значение. Студенты изучают в курсе общей физики все входящие сюда вопросы, поэтому возможна организация самостоятельной проработки материала в ряде мест главы.

Мы обращаем внимание лекторов на использование векторов $\vec{H}$ и $\vec{D}$ в стационарных случаях; при этом резко упрощается написание многих громоздких из-за коэффициентов в системе СИ формул.

Поляризация и намагничивание вещества в нашем курсе изложены в главе V. По этой причине сократилось изложение электростатики, а магнитостатика вещества затронута только в самом необходимом в связи с магнитным полем тока

II. При работе над текстом главы полезно выполнить упражнения и рассмотреть примеры.

§ 19. Обсудите с качественной стороны превращения энергии в электрической цепи. Пользуясь примером 19.2, разберитесь в природе так называемой энергии электрического тока, в механизме передачи ее по проводам. Приведите примеры известных вам сторонних сил. Какую роль сторонние силы играют в превращениях энергии в цепи, в образовании электрического поля, в распределении зарядов (модель цепи – на рисунке 19.2)? Приведите примеры нелинейных токов. Решите задачи 1–3 из упражнений

§ 20. Обсудите качественные различия основных классов магнетиков Почему явления в ферромагнетиках в ряде случаев не описываются теорией Максвелла? В каких случаях уравнения классической электродинамики применимы к ферромагнитной среде? Почему для изучения поля в веществе используют вектор $\vec{H}$ дополнительно к $\vec{B}$? Примените теоретические сведения о магнитном поле для анализа соответствующей темы школьного курса. Разберитесь в ролях электрического и магнитного полей тока вне проводника Изобразите графически поведение линий индукции и напряженности магнитного поля на границе раздела двух магнетиков Решите задачи 4–8 из упражнений.

Упражнения

1. Исследовать, как ведут себя линии тока на границе раздела двух проводящих сред.

Согласно граничным условиям (16.19) и (16.20) линии тока преломляются:

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\operatorname{tg}\alpha_2}=\frac{\gamma_1}{\gamma_2}.$$

2. Изучить поведение векторов $\vec{E}$ и $\vec{D}$ на поверхности проводника с током

Для стационарного тока на внутренней стороне поверхности проводника $j_n = 0$, значит, $E_{1n} = 0$, откуда $D_{1n} = 0$ внутри проводника, а вне проводника из граничного условия (16.9) следует, что

$$D_{2n} = \sigma.$$

Однако $E_{1t} = \gamma j$; так как $E_{2t} = E_{1t}$, то проекции E_{2t} и D_{2t} не равны нулю на поверхности проводника. Векторы $\vec{E}_2$ и $\vec{D}_2$ не перпендикулярны поверхности проводника.

3. Пространство между обкладками шарового конденсатора заполнено веществом с электрической проводимостью γ. Найти силу тока, протекающего через конденсатор при постоянной разности потенциалов, и сопротивление шарового слоя.

Используя формулу (19.17) и формулу сопротивления (19.16), получим

$$R = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{I} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\gamma}\left(\frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_2}\right) = \frac{k\varepsilon_0}{\gamma}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right),$$

где r_1 и r_2 — радиусы обкладок.

Ток с внутренней сферы

$$I = \frac{\gamma}{\varepsilon\varepsilon_0} C_1\varphi_1.$$

Ток на наружную сферу

$$I = \frac{\gamma}{\varepsilon\varepsilon_0} C_2\varphi_2.$$

4. Найти с помощью формулы Био-Савара индукцию поля на оси кольцевого тока силой I при радиусе кольца R.

Ответ: $B = \frac{\mu\mu_0}{2} \frac{R^2 I}{(R^2 + d^2)^{3/2}}$,

где d — расстояние от точки наблюдения до центра кольца.

5. Определить величину и направление силы взаимодействия двух прямолинейных бесконечно длинных проводников с током.

Ответ: Притяжение при однонаправленных и отталкивание при разнонаправленных токах, $F = \frac{2fI_1I_2}{R} l$. (R — расстояние между проводами.)

6. Пользуясь формулой для момента силы, действующей на рамку с током в магнитном поле, обсудить возможности определения индукции магнитного поля по этому моменту.

Известно, что $\vec{M} = [\vec{m}\vec{B}]$,

а $m = IS$. Предположим, что в пределах рамки поле однородно. Для рамки, плоскость которой совпадает с линиями индукции магнитного поля,

$$B = \frac{M}{IS}.$$

7. Найти магнитное поле в коаксиальном кабеле, по центральной жиле которого течет ток I, а по оболочке $-I$. Радиус центрального проводника a, наружный радиус b; толщиной оболочки пренебречь.

С помощью формулы для циркуляции вектора индукции магнитного поля получим

$$B = \frac{2fI_r}{r},$$

где r — расстояние от центра кабеля, а I_r — ток, протекающий через круг радиусом r. Во внутренней жиле

$$B = \frac{2fI_r}{a^2},$$

в диэлектрике

$$B = \frac{2fI}{r}.$$

Вне кабеля $B = 0$. (μ везде принято равным 1.)

8. Вычислить индуктивность кабеля длиной l (см. задачу 7).

Используем формулу

$$W = \frac{1}{2} LI^2.$$

Энергию поля найдем по формуле

$$W = \frac{1}{2\mu_0} \int B^2 dV.$$

Результат расчета:

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} l \left(\ln \frac{b}{a} + \frac{1}{4} \right).$$

Глава VIII
КВАЗИСТАЦИОНАРНОЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ И КВАЗИСТАЦИОНАРНЫЕ ПРОЦЕССЫ

Переменный ток и всевозможные его применения в промышленности, технике, быту связаны с особым частным случаем электромагнитного поля, называемого квазистационарным. Соответственно квазистационарным называется ряд процессов в веществе, электротехнических машинах и устройствах, таких, как генераторы переменного тока, трансформаторы, электродвигатели, линии для передачи электрической энергии. В данной главе рассматриваются принципиальные вопросы теории квазистационарного поля и квазистационарных процессов.

§ 21. Уравнения квазистационарного поля. Электромагнитная индукция

21.1. Условия квазистационарности. Основная система уравнений (15.22) рассматривается сейчас при наличии переменных полей: $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \neq 0$ и $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \neq 0$. Однако общее решение уравнений Максвелла