Соответственно напряженность электрического поля и плотность тока изменяются по закону

$$E_x = E_0 e^{-\frac{y}{l}} e^{i\left(\omega t - \frac{y}{l}\right)}; \tag{22.6-а}$$

$$j_x = j_0 e^{-\frac{y}{l}} e^{i\left(\omega t - \frac{y}{l}\right)}, \tag{22.7}$$

где $E_0 = C_2$; $j_0 = \gamma C_2$.

Величины $E_x(y, t)$ и $j_x(y, t)$ уменьшаются при удалении от поверхности в глубь проводника. Чем выше частота тока (а также больше параметры γ и μ), тем быстрее убывает ток. Он ослабевает в e раз (т. е. примерно в 3 раза) на глубине l. Эта постоянная дает количественную меру скин-эффекта.

Из формул (22.6) и (22.7) также видно, что процесс проникновения тока и электрического поля в глубь проводящей среды имеет характер затухающих с глубиной волн. Обычно амплитуда волны настолько быстро уменьшается с ростом y, что волновой характер решения не имеет существенного значения. Так, для меди при частоте 50 Гц $l \approx 1$ см, а при $\omega = 10^5$ Гц $l \sim 10^{-3}$ см. Эти расстояния значительно меньше длины волны.

Напряженность магнитного поля можно найти с помощью уравнений (22.1) по известной напряженности электрического поля. Векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ перпендикулярны друг другу. Магнитное поле затухает при углублении в проводящую среду по тому же закону, что и электрическое.

Методические указания и рекомендации

I. Квазистационарные процессы довольно подробно изучаются в курсе общей физики и в курсе электротехники. Задача курса теоретической физики – выявить их связь с общими вопросами электродинамики, получить основные соотношения из уравнений Максвелла.

В настоящей главе внимание сосредоточено на квазистационарном поле и явлении электромагнитной индукции в линейных проводниках. Остальное (иллюстрации общих положений, выходы в электротехнику) отнесено к примерам расчетов по соответствующим формулам и уравнениям. Они предназначены для самостоятельной работы студентов.

II. При изучении главы полезно обратить внимание на следующие моменты. Обдумайте подходы к явлению электромагнитной индукции в курсе физики средней школы, общей физики. Установите связь знака «минус» в формуле Фарадея с правилом Ленца. Установите соотношение направлений векторов $\vec{E}$ и $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ при электромагнитной индукции в однородном проводнике, заполняющем все пространство. Выполните упражнения.

Упражнения

1. Металлический стержень вращается вокруг оси, проходящей на расстоянии одной трети от конца в однородном поле, перпендикулярном плоскости вращения. Определить разность потенциалов на концах стержня, если $l = 1{,}2$ м, $\omega = 6$ $с^{-1}$, $B = 10^{-2}$ Тл.

2. Проводящая рамка, имеющая сопротивление R, поворачивается в магнитном поле вокруг оси, перпендикулярной полю. Определить заряд, протекающий через гальванометр, соединенный с рамкой.

3. Найти закон изменения тока в колебательном контуре, состоящем из катушки индуктивностью L и конденсатора емкостью C.

На основании уравнения (21.13) имеем

$$L\frac{d^2I}{dt^2} + \frac{1}{C}I = 0.$$

Решая уравнение, получим

$$I = I_0\cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}} + \alpha\right).$$

4. Вывести закон Ома для цепи переменного тока.

Отыскивая решение уравнения (21.13) для $\mathcal{E}_{ст} = \mathcal{E}_0 e^{-i\omega t}$ в виде $I = I_0 e^{-i\omega t}$, получим

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{R - i\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega c}\right)}.$$

Выделяя вещественную часть, имеем

$$I = \frac{\mathcal{E}_0\cos(\omega t - \varphi)}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}}, \quad \operatorname{tg}\varphi = \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\frac{1}{R}.$$

5. Вывести правило Ленца на примере замкнутого проводящего контура индуктивностью L, помещенного в магнитное поле.

Для движущегося проводника нужно определить направление индукционного тока, а по нему – силы Ампера, действующей на проводник.

В случае неподвижного проводника следует использовать формулу закона электромагнитной индукции в применении к замкнутому проводнику $\left(IR = -\dfrac{\partial\Phi}{\partial t}\right)$ и исследовать взаимосвязь направления индукционного тока и его поля с убывающим или возрастающим внешним полем.

6. Найти изменение силы тока со временем при замыкании и размыкании цепи, содержащей катушку индуктивностью L. В цепи действует постоянная ЭДС $\mathcal{E}$. Сопротивление цепи R. Емкостью проводников пренебречь.

В данном случае уравнение (21.13) примет вид

$$L\frac{d^2I}{dt^2}+R\frac{dI}{dt}=0.$$

Это уравнение имеет общее решение

$$I=A+Be^{-\frac{R}{L}t},$$

где A и B – произвольные постоянные. Они определяются из начальных и конечных условий задачи.

При замыкании цепи $I(0)=0$ и $I(\infty)=\frac{\mathcal{E}}{R}$, так как в конце концов при постоянной ЭДС устанавливается постоянный ток. Отсюда

$$I=\frac{\mathcal{E}}{R}\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right).$$

При размыкании цепи с установившимся постоянным током $\left(I_0=\frac{\mathcal{E}}{R}\right)$ имеем $I(0)=I_0$ и $I(\infty)=0$. Это дает зависимость

$$I=\frac{\mathcal{E}}{R}e^{-\frac{R}{L}t}.$$

7. Найти изменение силы тока при замыкании и размыкании цепи, содержащей электрическую емкость C и постоянную ЭДС.

С помощью уравнения (21.13) имеем

$$R\frac{dI}{dt}+\frac{1}{C}I=0.$$

Это уравнение допускает общее решение

$$I=Ae^{-\frac{t}{RC}}.$$

При замыкании цепи получается кратковременный ток зарядки конденсатора источником постоянной ЭДС. В первый момент, пока конденсатор не заряжен и не создает «противополя», ток ограничивается только сопротивлением цепи и равен $\frac{\mathcal{E}}{R}$. Отсюда

$$I=\frac{\mathcal{E}}{R}e^{-\frac{t}{RC}}.$$

Если $\mathcal{E}=0$, то ток может появиться только при заранее заряженном конденсаторе. В этом случае

$$I=\frac{\Delta\varphi}{R}e^{-\frac{t}{RC}},$$

где $\Delta\varphi$ – разность потенциалов обкладок.

Установившийся режим соответствует нулевому току. Поэтому при размыкании цепи тока не возникает.

8. Изучить превращения энергии при замыкании и размыкании цепи переменного тока, содержащей индуктивность и емкость, пользуясь результатами предыдущих задач.

Глава IX
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В ВЕЩЕСТВЕ

В вещественной среде существуют не только стационарные и квазистационарные поля, но и распространяются электромагнитные волны. В последней главе курса проанализированы особенности электромагнитных волн в веществе.

Свет по своей макроскопической природе — электромагнитная волна. Ниже показано, как некоторые исходные положения оптики раскрываются на основе теории Максвелла.

§ 23. Электромагнитные волны в веществе

23.1. Плоские волны в идеальном диэлектрике. Допустим, что пространство заполняет однородный диэлектрик с постоянными диэлектрической и магнитной проницаемостями ε и μ и проводимостью, равной нулю ($\gamma = 0$). Такая модель диэлектрика уже использовалась при изучении стационарных процессов, и она достаточно точно отображает реальные свойства сред в стационарных полях. В случае переменных полей, особенно при высоких частотах колебаний, указанные допущения оказываются слишком грубыми. Тем не менее с помощью этой простой модели удается получить многие важнейшие качественные заключения об электромагнитных, в частности световых, волнах в веществе.

Воспользуемся уравнениями поля в потенциалах для однородного диэлектрика (16.3). При отсутствии свободных зарядов применяется волновая калибровка: $\varphi = 0$, $\operatorname{div}\vec{A} = 0$ (см. § 9, п. 9.2). Уравнения приобретают вид

$$\Delta\vec{A} - \frac{\mu\varepsilon}{c^2}\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2} = 0; \qquad (23.1)$$

$$\operatorname{div}\vec{A} = 0. \qquad (23.2)$$

Общее решение волнового уравнения (23.1) можно представить в виде суперпозиции гармоник всевозможных частот и направлений распространения. Отдельная гармоника есть плоская монохроматическая волна:

$$\vec{A} = \vec{A}_0\cos(\vec{k}\,\vec{r} - \omega t). \qquad (23.3)$$