

## ПРИЛОЖЕНИЕ I

*Обозначения и единицы некоторых электрических и магнитных величин*

Наименование величины	Определяющая формула	Название единицы, обозначение	Выражение через основные единицы
Электрический заряд	$Q = It$	кулон, Кл	$\text{с} \cdot \text{А}$
Объемная плотность заряда	$q = \frac{Q}{V}$	кулон на кубический метр, $\frac{\text{Кл}}{\text{м}^3}$	$\text{м}^{-3} \cdot \text{с} \cdot \text{А}$
Напряженность электрического поля	$E = \frac{F}{Q}$	вольт на метр, $\frac{\text{В}}{\text{м}}$	$\text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-1}$
Поток напряженности	$N(\psi) = ES$	вольт-метр, В · м	$\text{м}^3 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-1}$
Потенциал электрического поля	$\varphi = \frac{A}{q}$	вольт, В	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-1}$
Дипольный электрический момент	$p = ql$	кулон-метр, Кл · м	$\text{м} \cdot \text{с} \cdot \text{А}$
Поляризованность	$P = \frac{p}{V}$	кулон на квадратный метр, $\frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$	$\text{м}^{-2} \cdot \text{с} \cdot \text{А}$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = \frac{Q^2}{4\pi Fr^2} = 8,85 \cdot 10^{-12}$	фарад на метр, $\frac{\Phi}{\text{м}}$	$\text{м}^{-3} \cdot \text{с}^4 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{А}^2$
Кулоновская постоянная	$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9$	метр на фарад, $\frac{\text{м}}{\Phi}$	$\text{м}^3 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-4} \cdot \text{А}^{-2}$
Диэлектрическая проницаемость	$\epsilon = \frac{E_0}{E}$	—	—
Электрическая восприимчивость	$\chi = \frac{P}{\epsilon_0 E}$	—	—

Наименование величины	Определяющая формула	Название единицы, обозначение	Выражение через основные единицы
Индукция электрического поля	$D = \varepsilon \varepsilon_0 E$	кулон на квадратный метр, $\frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$	$\text{м}^{-2} \cdot \text{с} \cdot \text{А}$
Поток электрической индукции	$\Psi = DS$	кулон, Кл	$\text{с} \cdot \text{А}$
Электрическая емкость	$C = \frac{Q}{\varphi}$	фарад, Ф	$\text{м}^{-2} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^4 \cdot \text{А}^2$
Электрический ток	$I$	ампер, А	А
Плотность тока	$j = \frac{I}{S}$	ампер на квадратный метр, $\frac{\text{А}}{\text{м}^2}$	$\text{А} \cdot \text{м}^{-2}$
Сопrotивление (омическое)	$R = \frac{U}{I}$	ом, Ом	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{А}^{-2} \cdot \text{с}^{-3}$
Электрическая проводимость	$\frac{1}{R} = \frac{I}{U}$	сименс, См	$\text{м}^{-2} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^3 \cdot \text{А}^2$
Удельная электрическая проводимость	$\gamma = \frac{j}{E}$	сименс на метр $\frac{\text{См}}{\text{м}}$	$\text{м}^{-3} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^3 \cdot \text{А}^2$
Магнитная индукция	$B = \frac{F}{Il}$	гесла, Тл	$\text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}$
Поток магнитной индукции	$\Phi = BS$	вебер, Вб	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}$
Магнитный момент	$m = \frac{Fl}{B}$	ампер-квадратный метр, $\text{А} \cdot \text{м}^2$	$\text{А} \cdot \text{м}^2$
Индуктивность	$L = \frac{\Phi}{I}$	генри, Гн	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-2}$
Магнитная постоянная	$\mu_0 = \frac{2\pi r B}{I} = 1,26 \cdot 10^{-6}$	генри на метр, $\frac{\text{Гн}}{\text{м}}$	$\text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-2}$
Индукционная постоянная	$f = \frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7}$	генри на метр, $\frac{\text{Гн}}{\text{м}}$	$\text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-2}$
Напряженность магнитного поля	$H = \frac{B}{\mu_0 \mu}$	ампер на метр, $\frac{\text{А}}{\text{м}}$	$\text{м}^{-1} \cdot \text{А}$
Магнитная проницаемость	$\mu = \frac{B}{B_0}$	—	—
Намагниченность	$J = \frac{m}{V}$	ампер на метр, $\frac{\text{А}}{\text{м}}$	$\text{м}^{-1} \cdot \text{А}$

Наименование величины	Определяющая формула	Название единицы, обозначение	Выражение через основные единицы
Магнитная восприимчивость	$\chi = \frac{J}{H}$	—	—
Соотношение между константами $k$ и $f$	$\frac{k}{f} = c^2 = \mu_0 \epsilon_0$	—	$\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$

## ПРИЛОЖЕНИЕ II

### Основные формулы векторного анализа

- $\text{grad } \varphi(x, y, z) = \nabla \varphi(x, y, z) = \vec{i} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial \varphi}{\partial z}$  — формула градиента в декартовых координатах.
- $\text{grad } \varphi(\varrho, z, \alpha) = \vec{e}_\varrho \frac{\partial \varphi}{\partial \varrho} + \vec{e}_z \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \vec{e}_\alpha \frac{1}{\varrho} \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha}$  — формула градиента в цилиндрических координатах.
- $\text{grad } \varphi(r, \vartheta, \alpha) = \vec{e}_r \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \vec{e}_\vartheta \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \vartheta} + \vec{e}_\alpha \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha}$  — формула градиента в сферических координатах.
- $\text{grad } (\varphi + \psi) = \text{grad } \varphi + \text{grad } \psi$  — градиент суммы.
- $\text{grad } (C\varphi) = C \text{grad } \varphi$  —  $C$  — константа.
- $\text{grad } (\varphi \cdot \psi) = \varphi \text{grad } \psi + \psi \text{grad } \varphi$  — градиент произведения.
- $\text{grad } U(\varphi(x, y, z)) = \frac{\partial U}{\partial \varphi} \text{grad } \varphi$  — градиент сложной функции.
- $d\varphi(x, y, z) = \frac{\partial \varphi}{\partial x} dx + \frac{\partial \varphi}{\partial y} dy + \frac{\partial \varphi}{\partial z} dz = \text{grad } \varphi d\vec{r}$  — полный дифференциал скалярного поля.
- $\frac{\partial \varphi}{\partial l} = \text{grad } \varphi \cdot \vec{l}$  — производная скалярного поля по направлению  $\vec{l}$ .
- $\text{div } \vec{a}(xyz) = \nabla \vec{a}(xyz) = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z}$  — формула дивергенции в декартовых координатах.

11.  $\operatorname{div} \vec{a}(\varrho, z, \alpha) = \frac{1}{\varrho} \frac{\partial}{\partial \varrho} (\varrho a_\varrho) + \frac{\partial a_z}{\partial z} + \frac{1}{\varrho} \frac{\partial a_\alpha}{\partial \alpha}$  — формула дивергенции в цилиндрических координатах.
12.  $\operatorname{div} \vec{a}(r, \vartheta, \alpha) = \frac{1}{r^2} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (r^2 a_r) \right] + \frac{1}{r \sin \vartheta} \left[ \frac{\partial}{\partial \vartheta} (\sin \vartheta a_\vartheta) \right] + \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial a_\alpha}{\partial \alpha}$  — формула дивергенции в сферических координатах.
13.  $\operatorname{div} (\vec{a} + \vec{b}) = \operatorname{div} \vec{a} + \operatorname{div} \vec{b}$ .
14.  $\operatorname{div} (C\vec{a}) = C \operatorname{div} \vec{a}$ .
15.  $\operatorname{div} \varphi (xyz) \vec{a} (xyz) = \varphi \operatorname{div} \vec{a} + \vec{a} \operatorname{grad} \varphi$ .
16.  $\operatorname{div} \vec{a} (\varphi (xyz)) = \frac{\partial \vec{a}}{\partial \varphi} \operatorname{grad} \varphi$  — дивергенция сложной функции.
17.  $\operatorname{rot} \vec{a} (xyz) = \vec{i} \left( \frac{\partial a_z}{\partial y} - \frac{\partial a_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \left( \frac{\partial a_x}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial x} \right) + \vec{k} \left( \frac{\partial a_y}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial y} \right)$  — формула ротора в декартовых координатах.
18.  $\operatorname{rot} \vec{a}(\varrho, z, \alpha) = \vec{e}_\varrho \left( \frac{1}{\varrho} \frac{\partial a_z}{\partial \alpha} - \frac{\partial a_\alpha}{\partial z} \right) + \vec{e}_z \left[ \frac{1}{\varrho} \frac{\partial (\varrho a_\alpha)}{\partial \varrho} - \frac{1}{\varrho} \frac{\partial a_\varrho}{\partial \alpha} \right] + \vec{e}_\alpha \left( \frac{\partial a_\varrho}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial \varrho} \right)$  — формула ротора в цилиндрических координатах.
19.  $\operatorname{rot} \vec{a}(r, \vartheta, \alpha) = \vec{e}_r \frac{1}{r \sin \vartheta} \left[ \frac{\partial}{\partial \vartheta} (\sin \vartheta a_\alpha) - \frac{\partial a_\vartheta}{\partial \alpha} \right] + \vec{e}_\vartheta \left[ \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial a_r}{\partial \alpha} - \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r a_\alpha) \right) \right] + \vec{e}_\alpha \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial (r a_\vartheta)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial a_r}{\partial \vartheta} \right]$  — формула ротора в сферических координатах.
20.  $\operatorname{rot} (\vec{a} + \vec{b}) = \operatorname{rot} \vec{a} + \operatorname{rot} \vec{b}$ .
21.  $\operatorname{rot} (C\vec{a}) = C \operatorname{rot} \vec{a}$ .
22.  $\operatorname{rot} \varphi (xyz) \vec{a} (xyz) = \varphi \operatorname{rot} \vec{a} + [(\operatorname{grad} \varphi) \vec{a}]$ .
23.  $\operatorname{rot} \vec{a} (\varphi (xyz)) = - \left[ \frac{\partial \vec{a}}{\partial \varphi} \operatorname{grad} \varphi \right]$  — ротор сложной функции.
24.  $\operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi = \nabla^2 \varphi = \Delta \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}$ .
25.  $\operatorname{rot} \operatorname{grad} \varphi = 0$ .
26.  $\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{a} = 0$ .
27.  $\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{a} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{a} - \Delta \vec{a}$ .
28.  $(\vec{a} \nabla) \vec{b} = a_x \frac{\partial \vec{b}}{\partial x} + a_y \frac{\partial \vec{b}}{\partial y} + a_z \frac{\partial \vec{b}}{\partial z}$  — определение оператора  $(\vec{a} \nabla)$  в декартовых координатах.

29.  $\text{grad}(\vec{a} \vec{b}) = (\vec{b} \nabla) \vec{a} + (\vec{a} \nabla) \vec{b} + [\vec{b} \text{rot} \vec{a}] + [\vec{a} \text{rot} \vec{b}]$ .
30.  $\text{rot}[\vec{a} \vec{b}] = (\vec{b} \nabla) \vec{a} - (\vec{a} \nabla) \vec{b} + \vec{a} \text{div} \vec{b} - \vec{b} \text{div} \vec{a}$ .
31.  $\text{div}[\vec{a} \vec{b}] = \vec{b} \text{rot} \vec{a} - \vec{a} \text{rot} \vec{b}$ .
32.  $\Delta = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  — оператор Лапласа в цилиндрических координатах.
33.  $\Delta = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left( \sin \vartheta \frac{\partial}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2}$  — оператор Лапласа в сферических координатах.
34.  $\int_V \text{div} \vec{a} dV = \oint_S \vec{a} \vec{dS}$  — теорема Остроградского — Гаусса.
35.  $\int_S \text{rot} \vec{a} \vec{dS} = \oint_L \vec{a} \vec{dl}$  — теорема Стокса.
36.  $\int_V \text{rot} \vec{a} \vec{dS} = \oint_S [\vec{dS} \vec{a}]$  — аналог теоремы Гаусса для ротора.
37.  $\int_V (\psi \Delta \varphi - \varphi \Delta \psi) dV = \oint_S \left( \psi \frac{\partial \varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial \psi}{\partial n} \right) dS$  — формула Грина.

### ПРИЛОЖЕНИЕ III

#### Сингулярная дельта-функция Дирака

- $\delta(x) = \begin{cases} \infty, & x = 0, \\ 0, & x \neq 0; \end{cases}$   
 $\int_a^b \delta(x) dx = 1, a \leq 0 \leq b$  — определение  $\delta$ -функции.
- $\int_a^b f(x) \delta(x) dx = f(0), a \leq 0 \leq b$ , или  $\int_c^d f(x) \delta(x - \alpha) dx = f(\alpha), c \leq \alpha \leq d$  — основное свойство  $\delta$ -функции.
- $\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \frac{\sin \alpha x}{\pi x} = \delta(x)$  — одно из аналитических выражений  $\delta$ -функции.
- $\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ikx} dk = \delta(x)$ .
- $\delta(-x) = \delta(x), x\delta(x) = 0, \delta'(-x) = -\delta'(x), x\delta'(x) = -\delta(x), \delta(ax) = \frac{1}{|a|} \delta(x)$  — важные свойства  $\delta$ -функции.
- $\delta(x, y, z) \equiv \delta(\vec{r}) = \delta(x) \delta(y) \delta(z)$  — трехмерное обобщение  $\delta$ -функции.

7.  $\int F(\vec{r}) \delta(\vec{r}) d\vec{r} = F(0)$ ,  $\int F(\vec{r}) \delta(\vec{r} - \vec{a}) d\vec{r} = F(\vec{a})$  — основное свойство трехмерной  $\delta$ -функции.

8.  $\delta(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{i\vec{k}\vec{r}} d\vec{k}$  — разложение  $\delta$ -функции в интеграл Фурье.

9.  $\Delta \left( \frac{1}{r} \right) = -4\pi \delta(\vec{r})$ .

Равенство (9) показывает, что  $\frac{1}{r}$  есть решение уравнения  $\Delta U = 0$  везде, кроме точки  $\vec{r} = 0$ .

#### ПРИЛОЖЕНИЕ IV

*Доказательство равенства нулю интегралов, встречающихся при выводе формулы плотности импульса электромагнитного поля*

Пусть 
$$\vec{I} = \int_V \{ \vec{E} \operatorname{div} \vec{E} - [\vec{E} \operatorname{rot} \vec{E}] \} dV. \quad (1)$$

Рассмотрим проекцию вектора  $\vec{I}$  на ось  $Ox$ :

$$\begin{aligned} I_x &= \int_V \left\{ E_x \left( \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \right) - E_y \left( \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) + E_z \left( \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \right\} dV = \\ &= \int_V \left\{ \left( E_x \frac{\partial E_x}{\partial x} + E_y \frac{\partial E_x}{\partial y} + E_z \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) + E_x \left( \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \right) - \left( E_x \frac{\partial E_x}{\partial x} + E_y \frac{\partial E_y}{\partial x} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + E_z \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \right\} dV = \int_V \left( E_x \vec{E} - \vec{i} \frac{E^2}{2} \right) dV. \end{aligned}$$

Применяя теорему Гаусса, получим  $I_x = \oint_S \left( E_x \vec{E} - \vec{i} \frac{E^2}{2} \right) d\vec{S} = \oint_S E_x (\vec{E} d\vec{S}) - \frac{1}{2} \oint_S E^2 (d\vec{S})_x$ .

Аналогично записываются остальные проекции, а в векторной форме имеем

$$\vec{I} = \oint_S \left( \vec{E} (\vec{E} d\vec{S}) - \vec{i} \frac{E^2}{2} d\vec{S} \right). \quad (2)$$

В интеграле (2) распространим интегрирование на все пространство. При этом поверхность  $S$  сдвигается в бесконечность. Если напряженность поля убывает быстрее чем  $1/r$ , то в пределе получим  $\vec{I} = 0$ . Действительно, площадь поверхности возрастает пропорционально  $r^2$ , а подынтегральная функция уменьшается как  $1/r^{2\alpha}$ , где  $\alpha > 1$ .

Аналогично доказывается равенство нулю интеграла

$$\int_{\infty} \{ \vec{B} \operatorname{div} \vec{B} - [\vec{B} \operatorname{rot} \vec{B}] \} dV.$$

#### ПРИЛОЖЕНИЕ V

*Особенности применения Международной системы единиц в электродинамике*

Во всех разделах физики в настоящее время используется единая Международная система единиц (СИ). В различных областях науки и техники используются некоторые подсистемы, содержащиеся в СИ. В электродинамике используется подсистема метр — килограмм — секунда — ампер (МКСА). Система единиц МКСА представляет собой согласованную систему единиц для механики, электричества и магнетизма. Она основана на четырех основных единицах измерения — метр, килограмм, секунда, ампер — для четырех основных величин — длина, масса, время и электрический ток.

В уравнениях электродинамики использование единой системы МКСА приводит к появлению двух размерных коэффициентов —  $\varepsilon_0$  и  $\mu_0$ . Кроме того, возникает во многих

случаях множитель 4π. В ряде случаев формулы оказываются перегруженными громоздкими коэффициентами. (Это оправдывает применение в теории наряду с СИ согласованной абсолютной гауссовой системы, основные единицы которой сантиметр – грамм – секунда. В ряде существующих пособий применяется гауссова система.)

Объясним возникновение размерных коэффициентов в уравнениях электромагнетизма. В третьем и четвертом уравнениях Максвелла (2.1) в левые части входят напряженность и индукция поля, а в правые – плотности зарядов и токов. Но единицы измерения для зарядов и токов, с одной стороны, и векторов поля – с другой, выбраны независимо от связи, выраженной уравнениями. По этой причине в уравнениях появляются размерные коэффициенты. Коэффициентов всего два, т. е. их столько, сколько независимых уравнений системы. Нетрудно определить размерность коэффициентов. На основе (2.1) записываем для размерностей:

$$\frac{[B]}{L} = \frac{[E][\mu_0][\epsilon_0]}{T} + [\mu_0] \frac{I}{L^2}; \quad (a)$$

$$\frac{[E]}{L} = \frac{1}{[\epsilon_0]} \frac{IT}{L^3}. \quad (б)$$

Из уравнения (б)

$$[\epsilon_0] = \frac{IT}{[E]L^2}.$$

Пользуясь размерностью

$$[E] = \frac{ML}{T^2IT},$$

окончательно получаем

$$[\epsilon_0] = \frac{I^2T^4}{ML^3},$$

что соответствует наименованию единицы  $\frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2}$ .

Размерность  $\mu_0$  находится из уравнения (а) с учетом размерности  $B$ :

$$[\mu_0] = \frac{ML}{I^2T^2},$$

что соответствует наименованию единицы  $\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{А}^2 \cdot \text{с}^2}$ .

Очевидно, что значения постоянных  $\epsilon_0$  и  $\mu_0$  можно определить в частных случаях связи полей и зарядов. Так, закон Кулона  $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1q_2}{r^2}$ .

открывает возможность (хотя бы в принципе) определения  $\epsilon_0$ . Если располагать известными зарядами, например по 1 Кл, то, поместив их на определенном расстоянии друг от друга, например на 1 м, получим определенную силу взаимодействия  $-9 \cdot 10^9$  Н. Отсюда и может быть определена электрическая постоянная:

$$\epsilon_0 \approx 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2}.$$

(Разумеется, описан мысленный эксперимент. Определение  $\epsilon_0$  может быть выполнено на основе любой другой формулы, куда  $\epsilon_0$  входит.)

Остановимся на выборе единицы силы тока в связи с обсуждаемым вопросом о размерных коэффициентах. В § 1 упоминалось о том, что единица заряда определяется через единицу тока, а последняя – через взаимодействие токов: «ампер – единица тока равна неизменяющемуся току, который, проходя по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и исчезающе малого кругового сечения, расположенным на расстоянии 1 м друг от друга в вакууме, вызвал бы между этими проводниками силу, равную  $2 \cdot 10^{-7}$  ньютона на каждый метр длины».

Используя формулу для магнитной индукции прямого тока и формулу для силы Ампера, действующей на ток (обе формулы вытекают из уравнений Максвелла и формулы для магнитной составляющей силы Лоренца при определении  $\vec{B}$ ), получаем в случае однородного поля  $F = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{r} l$

Если  $l = 1$  м,  $r = 1$  м,  $F = 2 \cdot 10^{-7}$  Н, то  $I_1 = I_2 = 1$  А. Но тогда  $\mu_0 = 2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{А}^2 \cdot \text{с}^2} = 1,26 \cdot 10^{-6} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{А}^2 \cdot \text{с}^2}$ .

Так как ампер — основная единица в СИ, то формула для силы  $F$  при указанном ее значении определяет величину и размерность коэффициента  $\mu_0$ . (При этом считается  $\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7}$  точно.)

Обратим также внимание на то, что при определении единиц заряда, напряженности и индукции поля никакие коэффициенты в соответствующие формулы не введены:

$$Q = It, \quad E = \frac{F}{q}, \quad B = \frac{F}{qv}.$$

Это влияет на форму уравнений Максвелла. Так, магнитную индукцию можно определить формулой

$$F_{\text{маг}} = \frac{q}{c} [\vec{v} \vec{B}],$$

а определение электрической напряженности сохранить без изменения. В таком случае уравнения (1) и (2) системы Максвелла приобретают вид

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \text{rot } \vec{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \vec{j}.$$

В свою очередь можно выбрать единицы заряда согласованно с уравнениями Максвелла, устраняя в системе  $\epsilon_0$  и  $\mu_0$  (абсолютная гауссова система единиц)

Обсудим еще смысл так называемой рационализации уравнений электромагнетизма. При принятой нами записи четвертого уравнения Максвелла в законе Кулона возникает коэффициент  $\frac{1}{4\pi}$ . Если же записать уравнение в виде

$$\text{div } \vec{E} = \frac{4\pi}{\epsilon_0} \rho,$$

то коэффициента  $\frac{1}{4\pi}$  в законе Кулона не будет. Аналогично обстоит дело с третьим уравнением Максвелла: если оно пишется в принятой нами форме, то коэффициенты  $4\pi$  и  $2\pi$  возникают в формулах для индукции поля, сил, действующих на ток в поле, и т. д. Широко применяется так называемая рационализованная система записи уравнений Максвелла, которая используется и в нашем курсе. В ней коэффициентов  $4\pi$  в исходных уравнениях нет.

Процесс становления системы МКСА и выбора ее в качестве основной для электромагнетизма в историческом плане был длительным и довольно сложным, а мы рассмотрим лишь суть вопроса, пользуясь готовыми результатами. Укажем также, что

нами используются коэффициенты  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ ,  $f = \frac{\mu_0}{4\pi}$ , что продиктовано исключи-

тельно потребностями упрощения записи громоздких формул. Для возвращения в СИ в любой формуле следует заменить сокращенные обозначения ( $k$ ,  $f$ ) полными.