щения, вносимого измерительным прибором в стационарное состояние изучаемой системы, т. е. время измерения.

Проясняется и динамическая причина неопределенности энергии: внешнее окружение системы сообщает ей некоторую порцию энергии. Узнать величину переданной энергии заранее нельзя, так как квантовые переходы носят случайный характер.

В любом случае чем больше внешнее воздействие на систему, тем больше передаваемая энергия и меньше время жизни состояния. Наоборот, системы, изолированные от внешних воздействий и подверженные только спонтанным переходам, имеют относительно большое время жизни своих состояний. Такие состояния и называют квазистационарными. Условие (21.42) для них с помощью неравенства (21.44) дает $\Delta E_m \ll E_m$; только в этом случае имеет смысл говорить о дискретном состоянии.

Спонтанный переход из квазистационарных состояний в стационарные для большого числа систем может описываться законом распада (21.38), (21.39). Справедлива и формула (21.40) Кроме спонтанных переходов, характерных для атомов и молекул, спонтанный распад имеет место для атомных ядер, нестабильных элементарных частиц и подчиняется рассмотренным выше для квантовых систем статистическим закономерностям.

§ 22. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ АТОМОВ С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ ВОЛНАМИ

22.1. Вероятность перехода атома из одного стационарного состояния в другое под действием электромагнитных волн. Полная и последовательная теория испускания и поглощения света атомами громоздка в математическом отношении. В рамках данного курса ограничимся рассмотрением отдельных важных вопросов.

Пусть уединенный атом находится в области пространства, где действует плоская монохроматическая электромагнитная волна. Воздействие на электрон в атоме электрического поля волны, которое в данном случае на несколько порядков больше, чем магнитное, но много меньше собственного поля атома, можно считать возмущением. С классической точки зрения к электрону приложена сила:

$$\vec{F} = -e\vec{\mathscr{E}}_0 e^{i\vec{k}\vec{r}} e^{-i\omega t}.$$

Совместим начало координат с ядром атома, считая последнее неподвижным. Для видимого света длина волны значительно больше размеров атома, поэтому $|\vec{k}\vec{r}| \sim \frac{a}{\lambda} \ll 1$ и можно взять $e^{i\vec{k}\vec{r}} \simeq 1$ для любого положения электрона в атоме. В этом *длинноволновом* приближении

$$\vec{F} = -e\vec{\mathscr{E}}_0 e^{-i\omega t}$$

Располагая выражением силы, найдем вид оператора возмущения как потенциальную энергию частицы во внешнем поле:

$$\hat{V}=e\vec{\mathscr{E}}_0\vec{r}e^{-i\omega t}.$$

Если ввести еще единичный вектор поляризации волны $\vec{q}$, то получим

$$\hat{V}=e\mathscr{E}_0(\vec{q}\vec{r})\,e^{-i\omega t}. \qquad (22.1)$$

Теперь можно по формуле (21.7а) записать матричные элементы оператора возмущения:

$$V_{mn}=\int\psi_m^* e\mathscr{E}_0\vec{q}\vec{r}e^{-i\omega t}\psi_n dx. \qquad (22.2)$$

Индексы n и m обозначают совокупность квантовых чисел, задающих начальное и конечное состояния электрона.

Волновые функции, описывающие стационарные состояния электрона в атоме, известны (см. формулу (11.21)). Это позволяет в принципе вычислить матричные элементы V_{mn}.

В интеграле (22.1) $\mathscr{E}_0$ и $\vec{q}$ — постоянные величины.

Величину

$$\vec{p}_{mn}=e\int\psi_m^*\vec{r}\psi_n dx$$

называют дипольным моментом перехода. Вводя его в формулу (22.1), матричный элемент V_{mn} запишем в виде

$$V_{mn}=\mathscr{E}_0\vec{q}\vec{p}_{mn}e^{-i\omega t}. \qquad (22.3)$$

Оператор возмущения найден, теперь согласно формуле (21.20) вычислим вероятность перехода:

$$W_{mn}=\frac{1}{\hbar^2}\mathscr{E}_0^2|\vec{q}\vec{p}_{mn}|^2\left|\int\limits_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} e^{i(\omega_{mn}-\omega)t}dt\right|^2. \qquad (22.4)$$

Из формулы (22.4) следует, что вероятность перехода пропорциональна квадрату амплитуды волны Следовательно, она пропорциональна интенсивности падающего излучения. Кроме того, существенны начальное и конечное состояния электрона, направление поляризации и частота электромагнитной волны. Ниже произведем более подробный анализ особенностей испускания (поглощения) света, пользуясь формулой (22.4) и материалом предыдущего параграфа

Энергетические уровни атома представляют собой в соответствии со сказанным ранее и формулой (21.41) полосы шириной $2\Delta E_m$ Так что речь идет о переходах из интервала ΔE_n в интервал ΔE_m, внутри которых энергия принимает непрерывные значения. Учитывая это, заключаем, что для расчета вероятности перехода надо иметь энергетическую плотность числа состояний (см. определение (21.27)). Отложим расчет ρ до примера 22.1, так как абсолютное значение вероятности перехода нам не потребуется, а будут исследоваться входящие в выражение сомножители помимо ρ. Будем пользоваться для переходов атома формулами (21.32) и (21.33). Наконец, упрощаем задачу, рассматривая переход между дискретным уровнем E_n и полосой $E_m \pm \Delta E_m$.

Итак,

$$W_{mn} = \frac{2\pi}{\hbar} \mathscr{E}_0^2 \, |\vec{q}\vec{p}_{mn}|^2 \rho(E) \tau, \tag{22.5}$$

причем

$$|E_{m'} - E_n| = \hbar\omega. \tag{22.6}$$

Вероятность перехода в единицу времени выражается формулой

$$w_{mn} = \frac{2\pi}{\hbar} \mathscr{E}_0^2 |\vec{q}\vec{p}_{mn}|^2 \rho(E). \tag{22.7}$$

Формулы (22.5), (22.6) и (22.7) являются исходными при решении большинства практических задач на излучение и поглощение света. Из них вытекает первый существенный вывод: излучается и поглощается лишь волна, частота которой удовлетворяет условию резонанса (22.6):

$$\omega = \omega_{m'n}, \tag{22.8}$$

т е. частота волны, возмущающей состояние атома, должна быть равна частоте перехода.

Мы помним, что в атоме одному и тому же энергетическому уровню обычно соответствует несколько функций состояния; уровень вырожден с некоторой кратностью. В формулах для вероятности переходов это обстоятельство учитывается при подсчете плотности числа состояний ρ, ибо берется число состояний $d\nu$, приходящихся на интервал энергии dE.

22.2. Правила отбора для испускания и поглощения света атомами. Обратимся сейчас к параметрам самого атома и рассмотрим, как от них зависит вероятность перехода. Для этого надо исследовать выражение, входящее сомножителем в формулы вероятности перехода (22.5), (22.7):

$$\vec{q}\vec{p}_{mn} = e \int \psi_m^* (\vec{q}\vec{r}) \psi_n dV. \tag{22.9}$$

Можно считать, что электрон в атоме находится в центрально-симметричном стационарном поле. Поэтому функция состояния распадается на угловой и радиальный сомножители, причем угловая часть выражается известными сферическими функциями $Y_{lm}(\Theta, \psi)$ (см. § 10).

Пусть свет, вынуждающий переход, поляризован по оси Oz так, что $\vec{q}\vec{r} = z$. Тогда, переходя в формуле (22.9) к более подробной записи индексов, имеем

$$\vec{q}\vec{p}_{mn} = e \int R_{n_2} Y^*_{l_2m_2} z R_{n_1} Y_{l_1m_1} r^2 \sin\Theta dr d\Theta d\psi. \tag{22.10}$$

Используя одну из формул (10.11), выполним подстановку $z = r\cos\Theta = \sqrt{\frac{4\pi}{3}} r Y_{10}$ в последнее равенство:

$$\vec{q}\vec{p}_{mn}=e\sqrt{\frac{4\pi}{3}}\int_0^\infty R_{n_2}R_{n_1}r^3dr\int_0^{4\pi}Y^*_{l_2m_2}Y_{l_1m_1}Y_{10}d\Omega. \qquad (22.11)$$

В теории сферических функций доказывается, что

$$Y_{10}Y_{lm}=AY_{l+1,m}+BY_{l-1,m}$$
$$(A,\ B=\text{const}).$$

Поэтому интеграл по угловым переменным Θ и φ в выражении (22.11) можно представить как сумму двух слагаемых:

$$A\int_0^{4\pi}Y^*_{l_2m_2}Y_{l_1+1,\ m_1}d\Omega+B\int_0^{4\pi}Y_{l_2m_2}Y_{l_1-1,\ m_1}d\Omega.$$

Вследствие ортогональности сферических функций разных индексов он отличен от нуля лишь при условиях $l_2-l_1=\pm1$, $m_2-m_1=0$. Только при этих условиях отлична от нуля и вероятность перехода $W_{2,1}$.

Итак, под действием света, поляризованного по оси Oz, осуществляются только те переходы, которые удовлетворяют *правилам отбора*: $\Delta l=\pm1$, $\Delta m=0$.

Если свет распространяется вдоль оси Oz, то возможны два независимых направления поляризации, при которых $\vec{q}\vec{r}=x$ и $\vec{q}\vec{r}=y$. Вместо раздельного анализа этих двух случаев удобно рассмотреть линейные комбинации $\vec{q}\vec{r}=x\pm iy$. Они соответствуют круговой поляризации света в плоскости xOy с направлением вращения по часовой стрелке и против него.

В сферических координатах $x\pm iy=r\sin\Theta e^{\pm i\varphi}$, откуда с помощью соответствующей формулы (10.11) получаем

$$x+iy=r\sqrt{\frac{8\pi}{3}},\ Y_{1,\ -1},\qquad x-iy=r\sqrt{\frac{8\pi}{3}}\ Y_{1,1}.$$

Выражение для $\vec{q}\vec{p}_{mn}$ состоит теперь из двух слагаемых, содержащих сомножители типа

$$\int_0^{4\pi}Y^*_{l_2m_2}Y_{l_1m_1}Y_{1,\pm1}d\Omega.$$

Используя формулу для сферических функций

$$Y_{1,1}Y_{lm}=CY_{l+1,\ m+1}+DY_{l-1,\ m-1},$$

получим правила отбора для круговой поляризации света: $\Delta l=\pm1$, $\Delta m=\pm1$.

Соединяя оба выведенных правила вместе, видим, что при произвольной ориентации вектора $\vec{q}$ возможны переходы с изменением квантовых чисел стационарных состояний согласно условиям $\Delta l=\pm1$ и $\Delta m=0,\ \pm1$. Все другие переходы запрещены. Однако необходимо учесть, что было рассмотрено первое приближение теории возмущений, т. е. исходная формула была приближенной. Кроме того, не принимались во внимание магнитные взаимодействия электрона с волной, поэтому указанное правило не является абсолютным. Оно справедливо только для так называемых *электрических дипольных переходов*. Однако вероятности всех других типов переходов обычно очень малы. Поэтому линии спектра, связанные с запрещенными переходами, имеют весьма малую интенсивность.

Проследим также, какую роль играет в процессах излучения спин электрона. В рассмотренных выше электрических переходах магнитные взаимодействия не учитывались и оператор возмущения не действовал на спиновую часть полной волновой функции электрона (13.18). Поэтому она до сих пор и не учитывалась. Если принять во внимание спиновые функции, то при вычислении $\vec{q}\vec{p}_{mn}$ получаем с помощью (22.9)

$$\vec{q}\vec{p}_{mn}=e\int \psi_m^*\vec{q}\vec{r}\psi_n dx u^+ (m_{s_2})\, u\,(m_{s_1}).$$

Так как спиновые функции $u\,(m_s)$ ортонормированы, то

$$u^+ (m_{s_2})\, u\,(m_{s_1})=\begin{cases} 1, & m_{s_2}=m_{s_1}, \\ 0, & m_{s_2}\neq m_{s_1}. \end{cases}$$

Это означает, что разрешены переходы, при которых направление спина не изменяется. Понятно, что при учете магнитных взаимодействий обнаружится возможность переходов с «опрокидыванием» спина.

В нашем курсе нет возможности рассматривать правила отбора при магнитных взаимодействиях, при излучении света сложными атомами и ряд других смежных вопросов. Укажем только, что во всех случаях появление правил отбора связано с симметрией волновых функций и оператора возмущения. Для уяснения существа дела рассмотрим пример. Если в интеграле (22.9) функции ψ_m и ψ_n обе четны или обе нечетны, то подынтегральное выражение в целом нечетно. Так как интегрирование совершается по всему пространству, то интеграл от нечетной функции равен нулю. Поэтому переходы данного типа возможны только между состояниями разной четности, а четность состояния электрона в атоме определяется четностью числа l. Таков общий смысл правила отбора: $\Delta l=\pm 1$.

В конечном итоге многие процессы взаимодействия между частицами или системами частиц могут быть сведены к квантовым переходам. Поэтому исследование правил отбора дает весьма важные сведения о характере явлений в микромире. С этой целью в квантовой теории используется математический аппарат теории групп.

22.3. Проявление законов сохранения при излучении света. Обсуждение следствий, к которым приводят законы сохранения универсальных физических величин при излучении и поглощении света свободными атомами, удобно вести с учетом корпускулярных свойств электромагнитного излучения. В замкнутой системе, состоящей из атома и фотона, должны сохраняться энергия, импульс, момент импульса и четность.

Приведенное выше условие резонанса (22.6) является ничем иным, как выражением закона сохранения энергии в системе атом — фотон: энергия фотона равна разности уровней энергии атома:

$$\hbar\omega=|E_m-E_n|.$$

Сохранение импульса не отражено в наших расчетах, но известно, что импульс замкнутой системы строго сохраняется. Сохранение импульса приводит к тому, что атом получает отдачу в направлении, противоположном движению испущенного фотона. При поглощении света ранее неподвижный свободный атом получает импульс $\frac{\hbar\omega}{c}$ и приходит в движение.

Уместно заметить, что вследствие этого часть энергии $|E_m - E_n|$ сообщается атому в виде кинетической. Отсюда следует, что фактически излучается квант с энергией и частотой, несколько меньшими, нежели в формуле (22.6). По этой причине «резонанс» излучения свободных атомов и поглощения таких же атомов, вообще говоря, расстраивается, т. е. кванты, испущенные свободными атомами, не поглощаются теми же атомами в невозбужденном состоянии. Явление существенно для «крупных» квантов — γ-излучения ядер. (Известный эффект Мессбауэра состоит в том, что при низких температурах ядра атомов твердого тела излучают без отдачи.)

Используя закон сохранения момента импульса и правила отбора, можно сделать заключение о величине проекции момента импульса фотона на направление его движения. Если свет поляризован в плоскости xOy, то он распространяется вдоль оси Oz. При излучении фотона проекция момента импульса атома на ось Oz изменяется на величину $\pm\hbar$. Следовательно, такими же целочисленными значениями проекции момента обладает фотон. На этом основании не совсем точно говорят, что фотон обладает целым спином, равным единице. Дополнительный анализ показывает, что в отличие от обычных частиц спин фотона имеет только две, а не три различные проекции момента импульса. Проекцию момента импульса фотона на направление движения называют спиральностью, она принимает значения $\pm\hbar$.

Четность квантовой системы является мультипликативной величиной. Для электрона в центральном поле четность состояния равна $(-1)^l$. На основании правила отбора $\Delta l = \pm 1$ делаем вывод, что фотоны электрического дипольного излучения суть частицы нечетные, т. е. их внутренняя четность равна -1. Можно показать, что фотоны, излучение которых происходит при магнитных взаимодействиях только за счет опрокидывания спина и без изменения квантового числа l, являются четными. Отсюда видно, что фотоны характеризуются различной четностью и спиральностью.

22.4. Квантование электромагнитного поля. Выше в курсе квантовой механики не раз говорилось, что электромагнитная волна может рассматриваться как совокупность квантов энергии — фотонов. Такая ее трактовка начинается с гипотезы Планка — Эйнштейна, а в теории Бора получает обоснование: при переходе атома из одного стационарного состояния в другое в соответствии с законом сохранения энергии излучается или поглощается фотон. Напомним, что рассчитанные теоретически частоты излучения для атома водорода с высокой точностью совпадают с измеренными на опыте, т. е. гипотеза о квантах электромагнитного поля подтверждается спектроскопическими наблюдениями. Убедительным свидетельством в пользу предположения о существовании квантов служит эффект Комптона и ряд других опытов и явлений.

Но в рамках развитой в курсе ранее последовательной квантово-механической теории строения атома понятие о кванте электромагнитного поля остается на уровне гипотез, дополненных положениями § 22, п. 3 о четности и спиральности. Для нерелятивистской квантовой теории характерно, что при описании излучения и поглощения света атомом электромагнитное поле, взаимодействие которого с атомом вызывает излучение и поглощение, рассматривается как *непрерывное силовое поле*, а квантовый характер его не учитывается. (Достаточно вспомнить вид оператора $\widehat{V}$ в предыдущих параграфах.) В то же время теория приводит к скачкообразным, т. е. квантовым, изменениям энергии, импульса, момента импульса и четности первоначального состояния излучающего атома.

Анализ взаимодействия квантовой системы — атома — с непрерывным полем не является до конца последовательным, как не является исчерпывающей и нерелятивистская теория излучения, элементы которой мы изложили выше. В более последовательной теории — квантовой электродинамике — поле и *до*, и *после* взаимодействия с атомом рассматривается как совокупность квантов. Здесь применяется специальная математическая процедура, переводящая непрерывное классическое поле в квантовое. Она носит название вторичного квантования. Сейчас мы ограничимся нестрогими, но зато наглядными рассуждениями, дополняя теорию квантовых переходов представлением об электромагнитных волнах как совокупности квантов.

Подведем итог сведениям о фотонах — квантах электромагнитного поля, полученным выше. Условие перехода (22.6) может трактоваться как формула для энергии фотона:

$$\varepsilon = \hbar\omega.$$

Правила отбора, соединенные с законами сохранения момента импульса (см. § 22, п. 4), приводят к спиральности фотона, принимающей два значения: $\pm\hbar$ — и соответствующей правой и левой круговым поляризациям гармонической составляющей макроскопического электромагнитного поля. То же относится к четности: фотоны могут иметь четность $+1$ и -1. Что касается импульса фотона, то заключение о его наличии и величине можно получить из общей формулы СТО о связи энергии и импульса:

$$p = \frac{\hbar\omega}{c} = \hbar k,$$

где k — волновое число.

Теперь произведем квантование свободного электромагнитного поля с помощью следующего весьма общего подхода. Поле в некотором объеме может быть представлено как совокупность монохроматических волн всевозможных частот — гармонических составляющих (см. ч. III, § 9). Каждая из них имеет определенную частоту ω_i и одну из двух возможных независимых поляризаций. Гармоники при квантовании рассматриваются как квантовые осцилляторы (см. § 6) с частотой ω_i и энергией стационарных состояний:

$$E_i = \hbar\omega_i n_i + \frac{\hbar\omega_i}{2}.$$

Возбуждения гармоники-осциллятора и есть кванты электромагнитного поля, или фотоны. Число фотонов определенной частоты ω_i равно квантовому числу для данного осциллятора n_i. Энергия нулевых колебаний $\frac{\hbar\omega_i}{2}$ входит в общую энергию гармоники и соответствует невозбужденному состоянию осциллятора, а в макроскопических проявлениях — нулевой напряженности поля для данной гармоники.

Энергия поля складывается из энергий гармоник-осцилляторов. С учетом двух независимых поляризаций монохроматических составляющих и запишем энергию электромагнитных волн в виде суммы энергии квантов:

$$E = \sum_i \left(\hbar\omega_i n_i^{(1)} + \frac{\hbar\omega_i}{2} + \hbar\omega_i n_i^{(2)} + \frac{\hbar\omega_i}{2}\right) = \sum_i (\hbar\omega_i N_i + \hbar\omega_i). \quad (22.12)$$

Сюда входит и энергия нулевых колебаний. Подчеркнем, что N_i — число квантов с частотой ω_i и двумя значениями спиральности. На одну независимую поляризацию гармоники приходится число фотонов $\frac{N_i}{2}$.

Пример 22.1. **Расчет вероятности переходов в системе атом — фотоны.** Рассмотрим процесс излучения и поглощения света с учетом квантовой природы электромагнитных волн. Основой для всех дальнейших расчетов послужит формула (22.7)

$$w_{mn} = \frac{2\pi}{\hbar} \mathscr{E}_0^2 |\vec{q}\vec{p}_{mn}|^2 \rho,$$

выражающая вероятность перехода $n - m$ в единицу времени. Эту величину можно истолковать и как число переходов в единицу времени, и как число испущенных или поглощенных фотонов с энергией $\hbar\omega_{mn}$. (Разумеется, это статистическая трактовка, т. е. применима она к большому числу атомов.)

Перейдем от напряженности поля к числу фотонов, взаимодействующих с атомом, для чего воспользуемся формулой плотности энергии электромагнитной волны (см. ч. III, (9.12)). Необходимо также учесть, что в оператор возмущения (22.1) входит постоянное — амплитудное — значение электрической напряженности $\mathscr{E}_0$. При расчете соответствующего числа фотонов поле по условиям длинноволнового приближения (см. § 22, п. 1) следует считать имеющим напряженность $\mathscr{E} = \mathscr{E}_0$. Кроме того, каждой частоте ω соответствуют две гармоники с независимыми поляризациями.

Итак,

$$\frac{\mathscr{E}_0^2}{4\pi\varkappa} V = \frac{\hbar\omega N}{2},$$

где $\varkappa = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ — сокращенное обозначение константы, входящей в закон Кулона; $\mathscr{E}_0$ — амплитуда напряженности. Отсюда находим число фотонов, соответствующих резонансной частоте $\omega = \omega_{mn}$:

$$N = \frac{\mathscr{E}_0^2 V}{2\pi\varkappa\hbar\omega}. \quad (22.13)$$

Энергия нулевых колебаний $\hbar\omega$ в расчет не принималась, так как при $N = 0$

считаем $\mathscr{E}_0=0$. Однако это слагаемое играет важную роль при анализе микропроцессов излучения и поглощения света, о чем речь пойдет ниже. Область локализации фотонов определяется длинами их волн, т. е. объем V, входящий в формулу (22.13), равен λ^3, и он много больше размеров атома в соответствии с длинноволновым приближением.

С помощью формулы (22.13) вместо (22.7) для вероятности перехода имеем

$$w_{mn}=4\pi^2\varkappa\frac{N}{V}\,\omega\,|\vec{q}\vec{p}_{mn}|^2\,\rho\ . \qquad (22.14)$$

Далее применим эту формулу к излучению. После перехода имеется система, состоящая из атома с энергией E_m, внешних фотонов числом N и одного излученного фотона $\hbar\omega_{mn}$.

В соответствии с положениями § 21, п. 4 необходимо учесть при применении формулы (22.14) плотность числа конечных состояний системы в малом интервале энергии около ее значения E_m, в который произошел переход.

Применим соотношения неопределенностей Гейзенберга для координат и импульса (4.8). Записывая их как приближенные равенства

$$\Delta x\Delta p_x=2\pi\hbar,$$
$$\Delta y\Delta p_y=2\pi\hbar,$$
$$\Delta z\Delta p_z=2\pi\hbar,$$

и перемножая почленно, имеем

$$\Delta V\Delta p=(2\pi\hbar)^3,$$

где ΔV есть объем обычного пространства, в котором находится частица; Δp — объем пространства импульсов. В таком случае $(2\pi\hbar)^3$ можно истолковывать как минимальный объем «клетки» в фазовом пространстве координат и импульсов, соответствующей одной частице.

Для излученного фотона объем фазового пространства составляет $Vp^2dpd\Omega$, где dp соответствует интервалу энергий dE, а элемент телесного угла взят в направлении излучаемой гармоники (см. рис. 22.1). Упрощая записи, все величины рассчитываем на единицу телесного угла, т. е. далее в формулы $d\Omega$ не входит.

На один излученный фотон приходится, таким образом, столько состояний, сколько раз клетка $(2\pi\hbar)^3$ укладывается в фазовом объеме:

$$d\nu=\frac{Vp^2dp}{(2\pi\hbar)^3}=\frac{V\varepsilon^2d\varepsilon}{c^3(2\pi\hbar)^3}\,.$$

Отсюда

$$\rho=\frac{d\nu}{d\varepsilon}=\frac{V\varepsilon^2}{c^3(2\pi\hbar)^3}\,. \qquad (22.15)$$

Вставляя величину ρ из формулы (22.15) в формулу (22.14), получаем выраже-

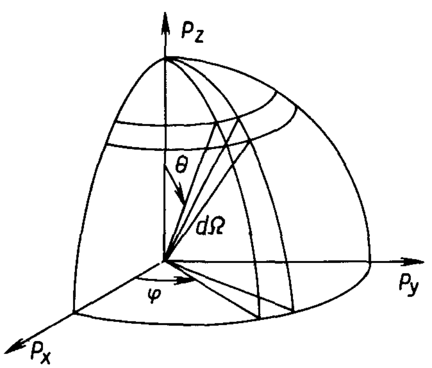

Рис. 22.1.

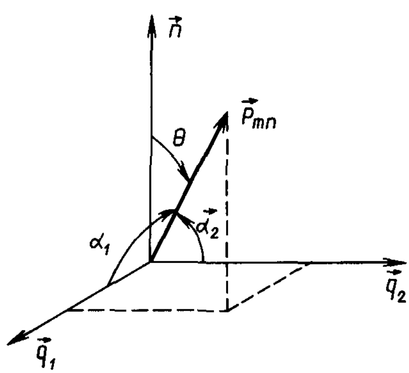

Рис. 22.2.

ние для вероятности излучения в одну секунду фотона по определенному направлению в пространстве и с определенной поляризацией:

$$w_{mn}=\frac{\varkappa N w^3}{2\pi\hbar c^3}\,|\vec{q}\vec{p}_{mn}|^2. \qquad (22.16)$$

Просуммируем искомую величину по двум независимым направлениям поляризации. Согласно рисунку 22.2 имеем

$$p_{mn}^2\sin^2\Theta=p_{mn}^2\cos^2\alpha_1+p_{mn}^2\cos^2\alpha_2=(\vec{q}_1\vec{p}_{mn})^2+(\vec{q}_2\vec{p}_{mn})^2,$$

где Θ есть угол между вектором $\vec{p}$ и лучом. Следовательно,

$$w_{mn}=\frac{\varkappa N\omega^3}{2\pi\hbar c^3}\,|\vec{p}_{mn}|^2\sin^2\Theta. \qquad (22.17)$$

Для многих приложений от (22.17) нужно перейти к вероятности излучения атома по всем направлениям в пространстве. Вводя элемент телесного угла, интегрируем выражение (22.17) по всем направлениям:

$$P_{mn}=\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\frac{\varkappa N\omega^3}{2\pi c^3\hbar}\,|\vec{p}_{mn}|^2\sin^2\Theta\sin\Theta d\Theta d\varphi.$$

После вычислений

$$P_{mn}=\frac{4\varkappa\omega^3 N}{3c^3\hbar}\,|\vec{p}_{mn}|^2. \qquad (22.18)$$

Таковы результаты расчетов основных параметров излучения с учетом квантового характера поля. Они целиком переносятся на поглощение фотонов атомами; в силу принципа микроскопической обратимости все формулы для вероятностей излучения справедливы и для поглощения. Подчеркнем также, что рассматривалось излучение под действием внешнего поля. Такое излучение называется вынужденным или индуцированным.

В заключение вопроса оценим порядок величин, к которым приводит теория. Считая $|\vec{p}_{mn}|=ea$, где a — линейные размеры атома, получаем для взаимодействия с одним фотоном ($N=1$):

$$P_{mn}\simeq\frac{\varkappa e^2}{\hbar c}\,\omega_{mn}\left(\frac{\omega_{mn}a}{c}\right)^2\simeq\frac{\omega_{mn}}{137}\left(\frac{\omega_{mn}a}{c}\right)^2.$$

Так как для атомов $a\sim\dfrac{\varkappa e^2}{\hbar\omega_{mn}}$, то окончательно

$$P_{mn}\sim\frac{\omega_{mn}}{(137)^3}\;.$$

Для оптических частот получается $P_{mn}\sim10^9$ с$^{-1}$, т. е. время жизни состояния при наличии внешнего поля составляет 10^{-9} с. Вероятность излучения растет с частотой и зависит от плотности энергии соответствующей гармоники внешнего поля — от числа фотонов N.

Сравнивая вероятности различных переходов $n-m$, можно понять, что интенсивность линий в спектрах при прочих равных условиях определяется входящей в формулу (22.18) величиной $|\vec{p}_{mn}|$.

Пример 22.2. **Расчет вероятности спонтанных переходов.**

Кроме вынужденных или индуцированных переходов, рассмотренных в предыдущем примере, у атомов имеют место спонтанные переходы (см. § 21, п. 6). Если переход совершается в состояние с большей энергией, то система поглощает, уменьшая число фотонов в поле (как правило, имеют место однофотонные процессы, т. е. число фотонов в одном акте поглощения уменьшается на единицу). Понятно, что при отсутствии передачи атому энергии от внешнего поля поглощение исключено законом сохранения энергии. Иное положение складывается при излучении: атом переходит из высшего энергетического состояния в низшее, при этом рождение фотона не запрещено законом сохранения энергии.

Уравнение Шредингера привело нас еще в начале курса к стационарным состояниям. Атом как система из ядра и электронов, связанных внутренними силами, может находиться в состояниях с определенной энергией, не изменяющейся с течением времени. Состояния сохраняются до тех пор, пока не появляется внешнее переменное поле, вызывающее квантовые переходы. Это значит, что атом в возбужденном состоянии без внешнего воздействия излучать не должен, несмотря на энергетическую возможность перехода с излучением.

Однако реальное положение дел иное. Атом в возбужденных состояниях пребывает сравнительно малое время. Для переходов, соответствующих видимой части спектра, время жизни возбужденных состояний изолированного атома составляет $10^{-8}-10^{-9}$ с. Излучение при нулевой напряженности внешнего поля существует. Это спонтанное излучение. Произведем для него расчеты, опираясь на следующие наглядные, но нестрогие положения.

При $\mathscr{E}_0=0$ энергия поля согласно формуле (22.12) нулю не равна, а эквивалентна энергии одного фотона $\hbar\omega$ на две гармоники одной частоты, но разных поляризаций. Это значит, что имеется вероятность испускания фотона по любому направлению, определяемая формулой (22.18) при $N=1$:

$$P_{mn}=\frac{4\varkappa\omega_{mn}^3}{3c^3\hbar}\,|\vec{p}_{mn}|^2. \qquad (22.19)$$

Итак, вероятность спонтанных переходов из всех возбужденных состояний в основные или нижележащие по энергии (в единицу времени) отлична от нуля, т. е. все эти состояния квазистационарны, а спонтанный переход можно трактовать как распад квазистационарного состояния. Время жизни квазистационарных состояний определяется формулой (21.35)

$$\tau_{mn}=\frac{1}{P_{mn}}, \qquad (22.20)$$

ширина уровня энергии — формулой (21.44)

$$\Delta E_m=\frac{2\pi\hbar}{\tau_{mn}};$$

она называется *естественной* шириной.

Во множестве атомов, находящихся в одном и том же возбужденном состоянии, «высвечивание» происходит с течением времени согласно формулам (21.38) и (21.39); к моменту времени t испущено фотонов:

$$\eta_{mn}=N_n(0)\left(1-e^{-P_{mn}t}\right). \qquad (22.21)$$

Наконец, если $\mathscr{E}_0\neq0$ и, кроме спонтанного, происходит вынужденное излучение, то вероятность перехода увеличивается, время жизни сокращается, уровень энергии расширяется.

Методические указания и рекомендации

1. В принципиальном отношении седьмая глава исключительно важна: в ней рассматривается эволюция систем микрочастиц с течением времени. Между тем основное внимание и учебное время обычно приходится уделять стационарным состояниям, своеобразной статике микромира.

Как известно, понятия о квантовых переходах, квантовых «скачках» широко применяется в квантовой физике и встречается в учебной и методической литературе. Нам представляется существенным выяснить вероятностный характер отдельного перехода и связать его со статистической интерпретацией проявления в большом числе