5. Перенесите результаты задачи 4 в лабораторную систему отсчета, где вторая частица до столкновения покоится.

Решение.

Формула перехода:

$$d\sigma_{л}=d\sigma, \quad d\sigma_{л}=\frac{(1+2\gamma\cos\theta+\gamma^2)^{3/2}}{|1+\gamma\cos\theta|}|f(\theta)|^2\, d\Omega_{л},$$

$$\gamma=\frac{m_1}{m_2}, \quad \operatorname{tg}\theta_{1л}=\frac{\sin\theta}{\gamma+\cos\theta}, \quad \theta_{2л}=\frac{\pi-\theta}{2}.$$

При $m_1=m_2$

$$d\sigma_{л}=2\sqrt{1+\cos\theta}\,|f(\theta)|^2\, d\Omega_{л}, \quad \theta_{1л}=\frac{\theta}{2},$$

$$\theta_{2л}=\frac{\pi-\theta}{2},$$

откуда

$$d\sigma_{л}=2\cos\theta_{л}\left[\frac{1}{\sin^4\theta_{л}}+\frac{1}{\cos^4\theta_{л}}\pm\frac{2}{\sin^2\theta_{л}\cos^2\theta_{л}}\right]\left(\frac{2\varkappa\mu e^2}{p_{отн}^2}\right)^2 d\Omega_{л}.$$

6. Рассчитайте сечение упругого рассеяния электронов на электронах с учетом спина.

Решение.

Используем формулу (1) задачи 4. Если суммарный спин — 1, то перед последним слагаемым в скобках нужно взять знак «—», если $s=0$, то «+».

ГЛАВА IX. ГРАНИЦЫ ПРИМЕНИМОСТИ НЕРЕЛЯТИВИСТСКОЙ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ. ПОНЯТИЕ О РЕЛЯТИВИСТСКОЙ КВАНТОВОЙ ФИЗИКЕ

Изучавшаяся выше в курсе квантовая механика является хотя и фундаментальной, но в то же время лишь малой частью современной квантовой физики. Это *нерелятивистская теория*, т. е. она относится к движениям микрочастиц со скоростями, значительно меньшими скорости света. Соответственно энергии свободных частиц, энергии взаимодействия частиц в системах, энергии связи систем частиц много меньше энергий их покоя (см. ч. II).

Релятивистская физика — это физика больших скоростей, больших энергий. При взаимодействиях релятивистских частиц в общем случае не сохраняется масса покоя; поэтому становятся возможными процессы рождения, уничтожения и взаимопревращения частиц. Так, при столкновениях нуклонов рождаются π-мезоны. Электрон и позитрон, аннигилируя, превращаются в γ-кванты. Электрическое поле, окружающее заряженную частицу, рассматривается как результат непрерывного рождения и поглощения виртуальных фотонов.

Из приведенных примеров видно, что релятивистская область качественно обособляется от области движений и взаимодействий при малых энергиях.

Завершая курс, мы хотим не только указать те рамки, за пределами которых перестает служить нерелятивистская квантовая теория, но и познакомить читателя с некоторыми идеями релятивистской квантовой теории.

Вопросы, изложенные в этой заключительной главе курса, имеют большое мировоззренческое значение, перебрасывая мосты между учением о движении микрочастиц и учением об их свойствах. Если быть последовательным, то надо сказать, что в настоящее время изучение свойств вещества, элементарных частиц невозможно без знакомства с идеями квантования поля.

Сказанное подтверждает актуальность изложенных ниже материалов для будущего учителя физики. Но нелишне заметить, что нами они сообщаются в ознакомительном плане.

§ 25. РЕЛЯТИВИСТСКОЕ ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ЧАСТИЦ С НУЛЕВЫМ И ЦЕЛЫМ СПИНОМ

25.1. Границы применимости нерелятивистской квантовой механики и переход в релятивистскую область. Все изложенное в курсе квантовой механики выше основано на уравнении Шредингера и вероятностно-статистической трактовке его решения — ψ-функции, позволяющей определить вероятность местоположения частицы в малой окрестности той или иной точки пространства. Нигде ранее не затрагивался вопрос об отношении функции состояния и уравнения Шредингера к преобразованиям координат при переходе от одной инерциальной системы к другой. Поскольку гамильтонианы записывались по принципу соответствия с классической механикой, то очевидно, что основные уравнения были ковариантны по отношению к преобразованиям Галилея (см. ч. I, § 3), а ψ-функции являлись инвариантами, т. е. скалярами этих преобразований. Но это значит, что уравнение Шредингера, применявшееся ранее, справедливо только в нерелятивистской области движений и неприменимо в релятивистской. О том же говорит и нарушение закона сохранения числа частиц в релятивистской области, ибо уравнение Шредингера приводит к этому закону сохранения, не отображает возможность рождения и уничтожения частиц.

В процессе становления квантовой механики найдены лоренц-инвариантные релятивистские уравнения, являющиеся обобщением уравнения Шредингера. Однако переход к релятивистской квантовой теории не сводится к замене одних уравнений другими, так как в релятивистской области изменяется качественный характер изучаемых явлений, а вместе с тем и способ их описания.

Критерий для определения границы релятивистской области следует из соотношения между энергией и импульсом для свободной частицы (см. ч. II, § 4):

$$E = c^2p^2 + m^2c^4, \tag{25.1}$$

где mc^2 есть энергия покоя. Релятивистской является область импульсов, в которой p сравнимо или больше mc. При больших импульсах энергия частицы становится больше энергии покоя частицы, так что закон сохранения энергии не запрещает образование новых частиц. Это, вообще говоря, приводит к непостоянству числа взаимодействующих частиц. Более того, само понятие о частице с неизменными свойствами, участвующей во взаимодействии, в релятивистской области теряет в отдельных случаях смысл.

Релятивистская квантовая механика есть теория волновых полей, у которых возбужденными состояниями, или квантами, являются элементарные частицы, а не механика одной частицы, находящейся в силовом поле, или системы микрочастиц, взаимодействующих посредством силового поля (как это имело место в нерелятивистской механике: ньютоновской и шредингеровской). Взаимодействие между полями приводит к изменению состояния — рождению и уничтожению частиц, физические параметры которых и должны быть определены в теории по виду полей и закону их взаимодействия.

Рассмотрим переход от ψ-функции нерелятивистской квантовой механики к волновому полю релятивистской. Хотя микрочастица в нерелятивистской квантовой теории и наделена по отношению к классической материальной точке новыми волновыми свойствами, она все же обладает и корпускулярными свойствами. В частности, согласно толкованию ψ-функции в каждый момент времени частица находится с определенной вероятностью в определенной точке пространства. Она отнюдь не заменяется некоторым непрерывно распределенным по пространству материальным полем.

Но такая трактовка функции состояния ограничена релятивистскими рамками: область, в которой локализована микрочастица, не должна быть слишком малой. В самом деле, на основании соотношения неопределенностей (4.7) имеем

$$\Delta p \geqslant \frac{2\pi\hbar}{\Delta x},$$

откуда следует, что нижней границей для энергии частицы, если частица локализована с протяженностью Δx, оказывается величина:

$$E = pc \sim \frac{2\pi\hbar c}{\Delta x}. \tag{25.2}$$

Когда энергия достаточно велика (больше энергии покоя), то возможно рождение новых частиц. Появляются пары частица — античастица. В таком случае утрачивается смысл локализации частицы в указанной области, а вместе с тем и обычная вероятностно-статистическая трактовка ее функции состояния.

Предельное значение линейных размеров области локализации для частиц с отличной от нуля массой покоя считается при качественных оценках удовлетворяющим равенству

$$mc^2 = \frac{2\pi\hbar c}{\Delta x},$$

откуда

$$\Delta x = \lambda_0 = \frac{2\pi\hbar}{mc}. \qquad (25.3)$$

Величину λ_0 называют *комптоновской длиной волны* частицы. Для частиц с массой покоя, отличной от нуля, она тем меньше, чем больше масса. Так, для электрона λ_0 имеет порядок 10^{-13} м, соответственно для протона — в 2 000 раз меньше и т. д.

Для фотона из формулы (25.3) следует

$$\lambda_0 = \frac{2\pi\hbar}{p} = \lambda,$$

т. е. комптоновская длина равна длине соответствующей электромагнитной волны.

Говорить о локализации микрочастицы в области с размерами, меньшими комптоновской длины волны этой частицы, бессмысленно: в такой области утрачивает смысл и вероятностно-статистическая трактовка функции состояния. Если невозможна локализация, то невозможны и связанные состояния микрочастицы в системе с размерами, меньшими комптоновской длины волны этой микрочастицы. Здесь в соответствии с соотношением неопределенностей для энергии и времени могут находиться только виртуальные частицы, время жизни которых определяется размерами области: $\tau \simeq \frac{\Delta x}{c}$. Энергия и масса виртуальных частиц находятся из формулы (4.10)

$$\varepsilon \simeq \frac{2\pi\hbar}{\tau} = \frac{2\pi\hbar c}{\Delta x}.$$

Виртуальные частицы передают взаимодействие между сблизившимися на расстояние Δx реальными частицами.

В релятивистской квантовой механике в качестве исходного объекта берутся не взаимодействующие между собой — свободные — микрочастицы. Для них релятивистская волновая функция, не давая каких-либо сведений о положении частиц в пространстве, несет определенную информацию о параметрах частиц — энергии, импульсе, моменте, спине, четности и т. д. Волновая функция теперь отождествляется с некоторым волновым полем, описывающим состояние микрочастицы через ее параметры. Как это делается, показано ниже, а находят волновые функции с помощью релятивистских уравнений для свободных частиц.

Основная задача релятивистской теории состоит в расчете вероятностей переходов (сечений рассеяния) в системе свободных до и после взаимодействия микрочастиц, т. е. в расчете результата взаимодействия. Соответственно в ней заданы импульсы частиц до и после взаимодействия; поэтому функции состояния рассматривают как функции импульсов, а не координат.

Задача решается с помощью методов теории нестационарных возмущений (см. § 21), причем функции состояния невозмущенной системы составляются из функций состояния свободных частиц (волновых полей), вступающих во взаимодействие. Оператор же возмущения есть релятивистски-инвариантный оператор взаимодействия волновых полей. Такова в самых общих чертах постановка вопроса о микрочастицах и их взаимодействии в релятивистской квантовой механике.

Заметим, что в современной теории релятивистские уравнения играют вспомогательную роль, ибо волновые функции свободных состояний могут быть написаны и без них, из соображений лоренц-инвариантности. Однако в истории развития квантовой теории к волновым полям пришли на основе релятивистских уравнений Клейна-Гордона — Фока, Паули, Дирака и др.

Помимо задач на рассеяние релятивистская квантовая механика решает и задачи на расчет связанных состояний в *квазирелятивистской* области, где используются релятивистские уравнения движения, но применимо еще описание с помощью координатной функции состояния и возможна ее вероятностно-статистическая трактовка Расчеты с помощью уравнения Дирака уточняют, например, уровни энергии атома водорода

Мы ограничимся рассмотрением релятивистских уравнений для свободных частиц и придем с их помощью к понятиям о спине, частицах и античастицах. Следует заметить, что изложенное ниже носит характер введения и иллюстраций к отдельным понятиям релятивистской квантовой физики и отнюдь не раскрывает основного содержания этой науки.

25.2. Уравнение Клейна — Гордона — Фока. Гамильтониан для свободной частицы в нерелятивистской теории выбирается по принципу соответствия на основе классической формулы связи энергии и импульса:

$$E=\frac{p^2}{2m}. \qquad (25.4)$$

И само уравнение Шредингера для этого случая можно получить формальным приемом: достаточно заменить в формуле (25.4) E на оператор $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$, а вектор $\vec{p}$ — на оператор $\hat{\vec{p}}$ и подействовать этими операторами на волновую функцию ψ. В результате вместо формулы для энергии получается уравнение Шредингера:

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=\frac{\hat{\vec{p}}^2}{2m}\psi.$$

Для получения тем же способом релятивистского уравнения следует воспользоваться релятивистской связью между E и $\vec{p}$ — формулой (25.1)

$$\frac{\hbar^2}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\psi=(\hbar^2\Delta-m^2c^2)\psi.$$

После очевидных преобразований имеем

$$\hbar^2\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\Delta\right)\psi=-m^2c^2\psi. \qquad (25.5)$$

Придадим уравнению (25.5) четырехмерную форму, используемую в СТО (см. ч. II, § 3 и 4). Для этого введем оператор $\hat{p}_\alpha$ ($\alpha=0, 1, 2, 3$) с проекциями:

$$\hat{p}_0=\frac{\hbar}{c}\frac{\partial}{\partial t},\quad \hat{p}_1=\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x},\quad \hat{p}_2=\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial y},\quad \hat{p}_3=\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial z} \qquad (25.6)$$

Подставим выражения (25.6) в формулу (25.5) и получим

$$\sum_{\alpha=0}^{3}(\hat{p}_\alpha)^2\psi=-m^2c^2\psi,$$

или

$$\hbar^2\,\Box\,\psi=-m^2c^2\psi, \qquad (25.7)$$

где $\Box$ — лоренц-инвариантный оператор Даламбера.

Для обсуждения лоренц-инвариантности уравнений (25.5) и (25.7) необходимо указать, как преобразуется функция $\psi(x, y, z, t)$. Если потребовать, чтобы величина ψ была скаляром преобразований Лоренца, то мы и получим первое и простейшее релятивистское уравнение, предложенное в 1926 г. и известное под названием уравнения Клейна — Гордона — Фока Но уравнение Клейна — Гордона — Фока можно записывать и для тензора преобразований Лоренца $\psi_{\alpha,\ \beta,}$ любого ранга.

Уравнение Шредингера в нерелятивистской области универсально в том смысле, что без учета спина оно может быть применено для любых микрочастиц. Релятивистское уравнение Клейна — Гордона — Фока в случае скалярных ψ-функций приложимо только к бесспиновым частицам, например к π-мезонам. Тензорные функции описывают частицы с целым спином Однако важнейший класс микрочастиц с полуцелым спином — фермионы — этим уравнением не охватываются.

Частицы со спином, равным 1, описываются функцией, являющейся вектором преобразований Лоренца:

$$\psi_0=0,\quad \psi_k=\psi_k(x,\ y,\ z,\ t),\quad k=1,\ 2,\ 3.$$

Соответствующее уравнение Клейна — Гордона — Фока сводится в этом случае к трем скалярным уравнениям

$$\Box\,\psi_k=-m^2c^2\psi_k. \qquad (25.8)$$

Уравнения (25.8) применяются к так называемым векторным мезонам. (Примером могут служить K-мезоны.)

Известны и частицы с целочисленными спинами, бо́льшими единицы. Они описываются тензорными функциями состояния соответствующих рангов, каждая из компонент которых удовлетворяет уравнению (25.7) (Но все компоненты, содержащие индекс 0, равны 0.) Спин, таким образом, оказывается непосредственно связанным с поведением волновой функции по отношению к преобразованиям Лоренца, с ее *многокомпонентностью*: спиновое число частицы s равно рангу тензорной волновой функции. В соответствии с математическим формализмом описания спина, изложенным в § 13, волновая функция микрочастицы с учетом спина многокомпонентна:

для нулевого спина $\psi = \psi(x, y, z, t)$ — одна компонента;

для единичного спина

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1(x, y, z, t) \\ \psi_2(x, y, z, t) \\ \psi_3(x, y, z, t) \end{pmatrix} —$$

три компоненты и т. д. (о полуцелом спине речь пойдет ниже).

Итак, в релятивистской теории многокомпонентность волновых функций, а вместе с ней и спины микрочастиц связаны с лоренц-инвариантностью ψ-функций и основного уравнения для рассматриваемых частиц.

Уравнение Клейна — Гордона — Фока (25.7) может быть обобщено на движение частицы в потенциальном поле (квазирелятивистский случай), но мы ограничимся случаем свободного движения, так как здесь сравнительно просто и наглядно выявляются качественные особенности описания микрочастиц в релятивистской квантовой механике.

Получим уравнение непрерывности для изучаемого уравнения. Для этого обе части уравнения (25.5) умножим на ψ^* и из полученного выражения вычтем ему комплексно-сопряженное. Приходим к равенству

$$\frac{\hbar^2}{c^2}\left(\psi^* \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} - \psi \frac{\partial^2\psi^*}{\partial t^2}\right) = \hbar^2 (\psi^*\Delta\psi - \psi\Delta\psi^*).$$

Отсюда

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\hbar^2}{c^2}\left(\psi^* \frac{\partial\psi}{\partial t} - \psi \frac{\partial\psi^*}{\partial t}\right) = \nabla \hbar^2 (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*).$$

Правая часть с точностью до постоянного сомножителя совпадает с выражением плотности потока вероятности в шредингеровской теории. Вводя недостающий сомножитель $\frac{i}{2m\hbar}$, получаем

$$-\frac{\partial}{\partial t}\frac{i\hbar}{2mc^2}\left(\psi^* \frac{\partial\psi}{\partial t} - \psi \frac{\partial\psi^*}{\partial t}\right) = \nabla \frac{i\hbar}{2m} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*). \tag{25.9}$$

Поскольку вектор

$$\vec{j} = \frac{i\hbar}{2m} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) \tag{25.10}$$

есть плотность потока вероятности, то плотность вероятности выражается в случае релятивистского уравнения (25.5) новой величиной:

$$w = \frac{i\hbar}{2mc^2}\left(\psi^* \frac{\partial\psi}{\partial t} - \psi \frac{\partial\psi^*}{\partial t}\right). \tag{25.11}$$

Из формулы (25.11) видно, что w может принимать отрицательные значения. Это вызывает трудности в интерпретации понятия о вероятности местоположения частицы в пространстве без учета каких-либо других ее свойств, кроме входящей в формулу массы. Однако в уравнении Клейна — Гордона — Фока заключены возможности выявления дополнительных свойств частицы для снятия указанной трудности.

25.3. Частицы и античастицы. Ищем решение уравнения (25.5) в виде плоской волны:

$$\psi = Ae^{\frac{i}{\hbar}(px - Et)}$$

Подстановка этого предполагаемого решения в уравнение (25.5) дает

$$\frac{E^2}{c^2} = p^2 + m^2c^2, \quad E_{1,2} = \pm c\sqrt{p^2 + m^2c^2} = \pm\varepsilon, \qquad (25.12)$$

где

$$\varepsilon = c\sqrt{p^2 + m^2c^2}.$$

Таким образом, плоские волны являются решением уравнения для скалярных частиц при условии, что энергия, импульс и масса последних удовлетворяют формуле Эйнштейна (25.12), встречавшейся в курсе ранее, в ч. II, § 4. Там речь шла о макроскопических телах и второе решение ($E_2 < 0$) отбрасывалось как не имеющее физического смысла. Сейчас остановимся на знаке энергии частицы с заданной массой m и импульсом p несколько подробнее.

Согласно формуле (25.12) непрерывное множество положительных значений энергии частицы массой m при всевозможных значениях импульса p ограничено снизу энергией покоя ее mc^2. Аналогично отрицательные энергии ограничены сверху значением $-mc^2$. Тем самым вся область допустимых энергий разорвана на две части запрещенным интервалом шириной $2mc^2$ (рис. 25.1).

Макроскопическая физика оперирует с положительными релятивистскими энергиями тел, а поскольку скачкообразных изменений энергии, нарушающих ее непрерывный ход, здесь не встречается, то и не рассматривают отрицательные энергии.

В квантовой физике запрет на скачкообразное изменение энергии снимается, однако и здесь от отрицательных энергий микрочастиц

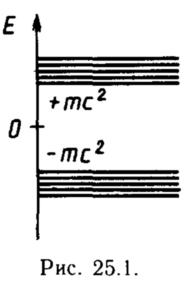

Рис. 25.1.

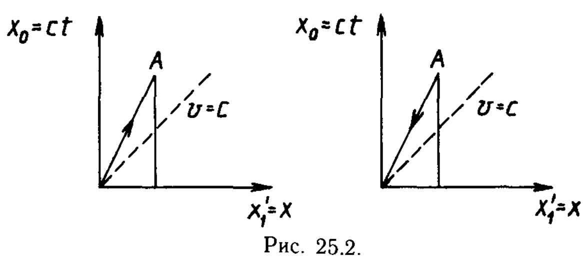

Рис. 25.2.

приходится отказываться. Дело в том, что «дна» у отрицательной области энергии нет, а это означает возможность выделения бесконечных энергий при безграничном опускании частиц вниз по энергетическим состояниям.

Итак, энергия микрочастицы с заданными массой и импульсом всегда положительна и равна величине ε в формуле (25.12). Учитывая это обстоятельство, запишем оба решения релятивистского уравнения (25.5) для свободных частиц:

$$\psi_{(+)}=Ae^{\frac{i}{\hbar}(px-\varepsilon t)}, \quad \psi_{(-)}=Ae^{\frac{i}{\hbar}(px+\varepsilon t)}. \qquad (25.13)$$

Считается, что эти решения отличаются не энергией частиц: она одна и та же и равна ε, а описывают два различных возможных состояния частицы: $\psi_{(+)}$ соответствует *частице*, а $\psi_{(-)}$ — *античастице*. Частица и античастица характеризуются одной и той же массой, могут обладать (как это имеет место в формулах 25.13) одним и тем же импульсом, но отличаются друг от друга знаком в функции состояния, связанным с таким внутренним параметром, как электрический заряд и др.

Релятивистское уравнение Клейна — Гордона — Фока не только выявляет новую «степень свободы», проявляющуюся как два возможных состояния частицы, но и позволяет связать эту степень свободы с электрическим зарядом частицы.

Вычислим плотность вероятности для частицы и античастицы по формуле (25.11):

$$w_{(+)}=\frac{\varepsilon}{mc^2}|\psi_{(+)}|^2, \quad w_{(-)}=-\frac{\varepsilon}{mc^2}|\psi_{(-)}|^2. \qquad (25.14)$$

Если теперь наделить частицы электрическим зарядом, выражающимся некоторым числом e, то для плотности заряда получим

$$\rho_{(+)}=\frac{\varepsilon e}{mc^2}|\psi_{(+)}|^2, \quad \rho_{(-)}=-\frac{\varepsilon e}{mc^2}|\psi_{(-)}|^2. \qquad (25.15)$$

Иными словами, существуют два состояния частицы, отвечающие двум зарядовым состояниям: $\rho_{(+)}>0$ и $\rho_{(-)}<0$. Отрицательный знак во второй формуле (25.15) можно отнести к заряду. В таком случае частица и античастица отличаются знаком заряда, который принимает два значения: $\pm e$. Поэтому решения $\psi_{(+)}$ и $\psi_{(-)}$ для частицы и античастицы называют *зарядово-сопряженными*.

(Трудности толкования отрицательной плотности в формуле (25.11) теперь исчезают. Речь идет, по существу, о плотности заряда: $\rho=\pm ew$.)

Возможно также связать знак в функции состояния для частицы и античастицы с геометрической интерпретацией движения частицы в четырехмерном пространстве — времени. Для одномерного случая движения частицы и античастицы имеем диаграммы (рис. 25.2). Знак минус отнесем к собственному времени античастицы, идущему в обратном направлении по отношению ко времени наблюдателя и собственному времени частицы. Поэтому для одного и того же импульса в системе наблюдателя направления мировой линии у частицы и античастицы противоположны.

Введение наряду с частицами соответствующих им античастиц в релятивистской области приводит к совершенно новой трактовке волновой функции. В самом деле, общее решение релятивистского уравнения должно быть записано как линейная суперпозиция зарядово-сопряженных решений:

$$\psi=A_1e^{\frac{i}{\hbar}(px-\varepsilon t)}+A_2e^{\frac{i}{\hbar}(px+\varepsilon t)}. \qquad (25.16)$$

В соответствии с этим в релятивистской квантовой теории, вообще говоря, вместо отдельных элементарных частиц рассматривается волновое поле ψ, возбужденными состояниями (квантами) которого являются частицы и античастицы. Найденное решение (25.16) скалярного уравнения Клейна — Гордона — Фока описывает, например, π-мезонное поле.

Волновое поле релятивистской теории в общем случае не несет информации о местоположении частицы в пространстве, как об этом уже говорилось в § 25, п. 1. И только в квазирелятивистском случае старая трактовка ψ-функции сохраняется.

§ 26. УРАВНЕНИЕ ДИРАКА

26.1. Матрицы Дирака и уравнение Дирака. В 1928 г. Дираку удалось найти релятивистское уравнение, описывающее электроны и позитроны. Это матричное релятивистское обобщение уравнения Шредингера (8.3), сохраняющее формально его вид

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=\widehat{H}\psi, \qquad (26.1)$$

но теперь в (26.1) ψ — четырехкомпонентная функция, матрица-столбец:

$$\psi=\begin{pmatrix}\psi_1\\ \psi_2\\ \psi_3\\ \psi_4\end{pmatrix}.$$

Четырехрядной квадратной матрицей является и гамильтониан:

$$\widehat{H}=c\,(\vec{\alpha}\hat{\vec{p}})+mc\beta, \qquad (26.2)$$

где $\vec{\alpha}$ и β — четырехрядные матрицы, носящие название матриц Дирака. Значок вектора у матрицы $\vec{\alpha}$ означает, что она представляет собой совокупность трех матриц: α_x, α_y, α_z, для сокращения записей и выкладок объединенных в трехмерную вектор-матрицу.

Введение четырехрядных матриц обусловлено следующими требованиями к разыскиваемому релятивистскому уравнению: оно должно быть лоренц-инвариантным и в то же время содержать первую производную по времени. Но в таком случае в уравнение должны входить