

## Методические указания и рекомендации

I. В пятой главе мы возвращаемся к изучению общих принципов и аппарата квантовой механики, теперь это делается для системы микрочастиц. Центральное положение здесь занимают принцип тождественности и принцип Паули. Вводимые общие выражения симметричных и антисимметричных функций будут использоваться в курсе далее.

Важен для приложений вопрос о моменте импульса системы, сложении моментов. Мы дали в § 15 достаточно последовательное его изложение с выводом всех основных формул. Однако возможен и упрощенный вариант: дать правило сложения через соотношение (15.7) и проиллюстрировать его примерами.

Конечно, принципиальное значение имеет изложение элементов теории возмущений. В курсе анализ доведен до второго приближения, но возможно ограничиться и первым, сообщая поправку к энергии второго приближения в готовом виде. (Далее в курсе она потребуется.)

Материал § 16, п. 4 предназначен для дополнительного чтения или семинарских занятий, возможна курсовая работа.

II. При изучении материала главы студентам полезно контролировать усвоение, отвечая на вопросы и выполняя упражнения:

— Сопоставьте аксиоматические положения механики частицы и системы частиц. Обобщите основные понятия механики частицы на систему. Всесторонне обсудите невозможность различения микрочастиц одного и того же вида друг от друга в одном и том же состоянии. Покажите, как влияет принцип тождественности на операторы и функции состояния. Запишите общий вид симметричных и антисимметричных функций состояния для системы из двух, трех частиц без учета спина, с учетом спина. Обсудите различные формулировки принципа Паули. Переформулируйте принцип Паули, используя понятия об энергетическом уровне и ориентации спина.

— Выпишите правила сложения моментов импульса и проиллюстрируйте их графически при сложении двух моментов.

— Примените теорию возмущений в качественном анализе снятия вырождения уровней энергии некоторой системы за счет возмущения.

Выполните упражнения к главе.

### Упражнение V

1. Правила коммутации проекций моментов импульса  $\widehat{L}_1$  и  $\widehat{L}_2$  выражаются формулами (10.2). Покажите, что они справедливы и для проекций суммарного момента:  $\widehat{L} = \widehat{L}_1 + \widehat{L}_2$ .

Решение.

Учтем, что операторы, относящиеся к разным подсистемам, коммутируют между собой:

$$\begin{aligned}\widehat{L}_x &= \widehat{L}_{1x} + \widehat{L}_{2x}, \quad \widehat{L}_y = \widehat{L}_{1y} + \widehat{L}_{2y}, \quad \widehat{L}_z = \widehat{L}_{1z} + \widehat{L}_{2z}, \\ [\widehat{L}_x, \widehat{L}_y] &= [(\widehat{L}_{1x} + \widehat{L}_{2x}), (\widehat{L}_{1y} + \widehat{L}_{2y})] = \\ &= [\widehat{L}_{1x}, \widehat{L}_{1y}] + [\widehat{L}_{1x}, \widehat{L}_{2y}] + [\widehat{L}_{2x}, \widehat{L}_{1y}] + [\widehat{L}_{2x}, \widehat{L}_{2y}] = i\hbar\widehat{L}_{1z} + i\hbar\widehat{L}_{2z} = i\hbar\widehat{L}_z.\end{aligned}$$

2. Покажите, что  $[\widehat{L}^2, \widehat{L}_z] = 0$ , где  $\widehat{L} = \widehat{L}_1 + \widehat{L}_2$ .

У к а з а н и е. Воспользуйтесь результатами решения задач 4.11 и 5.1.

3. Докажите справедливость перестановочных соотношений (15.4) и (15.5).

Р е ш е н и е.

Покажем, что коммутируют операторы  $\widehat{L}_1^2$  и  $\widehat{J}^2$ . Оператор  $\widehat{L}_1^2$  коммутирует с каждой из проекций моментов  $\widehat{L}_1$  и  $\widehat{L}_2$ . Отсюда следует перестановочное соотношение  $[\widehat{L}_1^2, \widehat{L}_{1x} + \widehat{L}_{2x}] = 0$  и еще два, аналогичных ему. Замечая, что  $\widehat{L}_1\widehat{L}_2 = \widehat{L}_{1x}\widehat{L}_{2x} + \widehat{L}_{1y}\widehat{L}_{2y} + \widehat{L}_{1z}\widehat{L}_{2z}$ , получаем  $[\widehat{L}_1^2, \widehat{L}_1\widehat{L}_2] = 0$ . Это позволяет доказать, что

$$[\widehat{L}_1^2, \widehat{J}^2] = 0.$$

4. С помощью теории возмущений покажите, что запрет Паули справедлив и для систем взаимодействующих частиц.

Р е ш е н и е.

Допустим, что взаимодействие частиц рассматривается как малое возмущение. Состояние невозмущенной системы описывается такими волновыми функциями, которые обращаются в нуль, если две частицы находятся в одном квантовом состоянии. Волновые функции первого приближения представляют собой линейные комбинации функций состояния невозмущенной системы. Поэтому в первом приближении также выполняется запрет Паули. По тем же причинам он справедлив в любом приближении.

## ГЛАВА VI. МНОГОЭЛЕКТРОННЫЕ АТОМЫ

Применим законы механики системы микрочастиц к атомам — системам, состоящим из ядра и нескольких (от двух у гелия до 92 у урана) электронов. Для изучения многоэлектронных атомов характерно применение приближенных методов, в частности теории возмущений. В нашем курсе даются в основном качественные представления о теории строения многоэлектронных атомов, необходимые для понимания их общих свойств, физических основ объединения элементов в таблицу Менделеева, природы химической связи.