переходит из высшего энергетического состояния в низшее, при этом рождение фотона не запрещено законом сохранения энергии.

Уравнение Шредингера привело нас еще в начале курса к стационарным состояниям. Атом как система из ядра и электронов, связанных внутренними силами, может находиться в состояниях с определенной энергией, не изменяющейся с течением времени. Состояния сохраняются до тех пор, пока не появляется внешнее переменное поле, вызывающее квантовые переходы. Это значит, что атом в возбужденном состоянии без внешнего воздействия излучать не должен, несмотря на энергетическую возможность перехода с излучением.

Однако реальное положение дел иное. Атом в возбужденных состояниях пребывает сравнительно малое время. Для переходов, соответствующих видимой части спектра, время жизни возбужденных состояний изолированного атома составляет $10^{-8}-10^{-9}$ с. Излучение при нулевой напряженности внешнего поля существует. Это спонтанное излучение. Произведем для него расчеты, опираясь на следующие наглядные, но нестрогие положения.

При $\mathscr{E}_0=0$ энергия поля согласно формуле (22.12) нулю не равна, а эквивалентна энергии одного фотона $\hbar\omega$ на две гармоники одной частоты, но разных поляризаций. Это значит, что имеется вероятность испускания фотона по любому направлению, определяемая формулой (22.18) при $N=1$:

$$P_{mn}=\frac{4\varkappa\omega_{mn}^3}{3c^3\hbar}|\vec{p}_{mn}|^2. \tag{22.19}$$

Итак, вероятность спонтанных переходов из всех возбужденных состояний в основные или нижележащие по энергии (в единицу времени) отлична от нуля, т. е. все эти состояния квазистационарны, а спонтанный переход можно трактовать как распад квазистационарного состояния. Время жизни квазистационарных состояний определяется формулой (21.35)

$$\tau_{mn}=\frac{1}{P_{mn}}, \tag{22.20}$$

ширина уровня энергии — формулой (21.44)

$$\Delta E_m=\frac{2\pi\hbar}{\tau_{mn}};$$

она называется *естественной* шириной.

Во множестве атомов, находящихся в одном и том же возбужденном состоянии, «высвечивание» происходит с течением времени согласно формулам (21.38) и (21.39); к моменту времени t испущено фотонов:

$$\eta_{mn}=N_n(0)(1-e^{-P_{mn}t}). \tag{22.21}$$

Наконец, если $\mathscr{E}_0\neq 0$ и, кроме спонтанного, происходит вынужденное излучение, то вероятность перехода увеличивается, время жизни сокращается, уровень энергии расширяется.

Методические указания и рекомендации

1. В принципиальном отношении седьмая глава исключительно важна: в ней рассматривается эволюция систем микрочастиц с течением времени. Между тем основное внимание и учебное время обычно приходится уделять стационарным состояниям, своеобразной статике микромира.

Как известно, понятия о квантовых переходах, квантовых «скачках» широко применяется в квантовой физике и встречается в учебной и методической литературе. Нам представляется существенным выяснить вероятностный характер отдельного перехода и связать его со статистической интерпретацией проявления в большом числе переходов (§ 21, п. 5). Между тем если преподавателем обычно прилагаются значительные усилия при вероятностной трактовке ψ-функции, то гораздо более трудное для усвоения понятие о вероятности перехода в наших кратких курсах почти не интерпретируется.

Особенно благоприятные условия возникают для трактовки соотношения неопределенностей энергия-время, если вывести его в процессе анализа нестационарного состояния (§ 21, п. 6). Наконец, изучение природы и характеристик самого квазистационарного состояния существенно для изучения далее физики ядра и элементарных частиц.

Прикладной вопрос, для которого развита и на котором конкретизируется в главе теория изменения состояния квантовой системы с течением времени,— это излучение и поглощение света атомами. Рамки курса и подготовка студентов позволяют выяснить лишь качественные стороны явлений. Лектор, как правило, встает перед необходимостью ограничиться малым именно тогда, когда только и открываются возможности для раскрытия многих важных и интересных вопросов. Поэтому мы снабдили главу материалами, преподнесенными в элементарном изложении, но касающимися принципиально важных общих вопросов квантовой физики. Это § 21, пп. 4, 5, 6; примеры 22.1, 22.2, которые можно осветить как на лекциях, так и использовать для дополнительного чтения, докладов на семинарских занятиях и т. д.

II. При чтении главы студентам полезно обратить внимание на вопросы, выполнить упражнения, обсудить новые положения

— Назовите встречающиеся ранее в курсе положения об изменении состояния микросистем. Сформулируйте постулат Бора о переходах квантовой системы из одного состояния в другое. Проанализируйте характер зависимости от времени ψ-функции системы в стационарном состоянии, влияние этого изменения на измеримые величины, характеризующие состояние. Обдумайте постановку вопроса об изменении состояния на основе уравнения Шредингера. С качественной стороны проследите за решением вопроса об изменении состояния в теории нестационарных возмущений. Проанализируйте зависимость вероятности перехода от параметров внешнего поля и системы. То же выполните для конкретного случая взаимодействия электромагнитной волны с атомом. Установите связь законов сохранения с процессом излучения и поглощения света атомом, с его основными закономерностями, выясненными при квантово-механическом решении задачи об излучении. Выполните упражнения к главе.

Упражнение VII

1. Частица с массой μ и зарядом e находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. На частицу действует однородное электрическое поле, изменяющееся по закону

$$\vec{\mathscr{E}} = \vec{\mathscr{E}}_0 \frac{1}{\tau\sqrt{\pi}} e^{-\frac{t^2}{\tau^2}}.$$

Составьте выражение для оператора возмущения, вызывающего переход из одного стационарного состояния в другое. Найдите условия максимума и минимума излучения.

Ответ.

$$\widehat{V}=-\frac{e\vec{r}\vec{\mathscr{E}}_0}{\tau\sqrt{\pi}}e^{-\frac{t^2}{\tau^2}}.$$

Максимум излучения наблюдается при условии, что вектор $\vec{\mathscr{E}}_0$ направлен по оси Ox, вдоль которой движется частица.

2. По условию задачи 1 вычислите вероятность перехода между различными состояниями.

Решение.

Пусть вектор $\vec{\mathscr{E}}_0$ направлен по оси Ox. Волновые функции стационарных состояний были найдены ранее, в § 5, п. 2. Матричный элемент для оператора перехода равен V_{mn}:

$$V_{mn}=-\frac{ea\mathscr{E}_0}{\pi^2\tau\sqrt{\pi}}e^{-\frac{t^2}{\tau^2}}\left\{\frac{1}{(n-m)^2}\cos\frac{\pi x}{a}(n-m)-\frac{1}{(n+m)^2}\cos\frac{\pi x}{a}(n+m)\right\}\Big|_0^a.$$

Видно, что матричный элемент равен нулю, если разность $n-m$ четна. Рассмотрим переход 1—2:

$$V_{2,1}=\frac{16}{9}\frac{ea\mathscr{E}_0}{\pi^{\frac{5}{2}}\tau}e^{-\frac{t^2}{\tau^2}}.$$

Вероятность перехода находится по формуле (21.20)

$$W_{2,1}=\frac{256}{81}\frac{e^2a^2\mathscr{E}_0^2}{\hbar^2\pi^5\tau^2}\left|\int_{-\infty}^{\infty}e^{i\omega_{2,1}t}e^{-\frac{t^2}{\tau^2}}dt\right|^2.$$

Вычисляя интеграл под знаком модуля, получаем

$$\tau\sqrt{\pi}e^{-\frac{1}{4}\omega_{2,1}\tau^2},$$

поэтому окончательно

$$W_{2,1}=\frac{256}{81}\frac{e^2a^2\mathscr{E}_0^2}{\hbar^2\pi^4}e^{-\frac{\omega_{2,1}^2\tau^2}{2}}.$$

3. Рассчитайте дипольный момент перехода атома водорода из состояния $1s$ в состояние $2p$ (при $m=0$).

Решение.

$$\vec{p}_{2p,\,1s}=e\int\psi_{2p}^*\vec{r}\psi_{1s}dV=e\left[\vec{i}\int\psi_{2p}^*x\psi_{1s}dV+\vec{j}\int\psi_{2p}^*y\psi_{1s}dV+\vec{k}\int\psi_{2p}^*z\psi_{1s}dz\right].$$

Произведя подстановку функций состояния:

$$\psi_{2p}=\sqrt{\frac{3}{4\pi}}\cos\Theta\frac{1}{2\sqrt{6}a^{3/2}}\rho e^{-\frac{\rho}{2}},\quad \psi_{1s}=\frac{1}{\sqrt{4\pi}}\frac{2}{a^{3/2}}e^{-\rho}.$$

(см. формулы (11.21), (11.11), (10.11)) и учитывая, что $\rho=\frac{r}{a}$, вычислим интегралы при векторах $\vec{i}$, $\vec{j}$ и $\vec{k}$, начиная с интегрирования по угловым переменным.

Ответ. $\vec{p}_{2p,\,1s}=\frac{3}{4}ea\vec{k}$. Излучение поляризовано по оси Oz.

4. Найдите правила отбора для гармонического осциллятора, находящегося в однородном электрическом поле, напряженность которого изменяется по закону $\mathscr{E}=\mathscr{E}_0 e^{-i\omega t}$. Поле направлено по оси Ox. Заряд частицы равен e.

Указание. Воспользуйтесь формулой

$$zH_n=nH_{n-1}+\frac{1}{2}H_{n+1}.$$

Ответ. $\Delta n=\pm 1$, поэтому осциллятор поглощает и испускает кванты света с энергией $\hbar\omega$.

ГЛАВА VIII. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ

Отклонение классических частиц от первоначального направления движения, вызванное взаимодействиями с другими частицами, называют рассеянием. В квантовой физике рассеяние понимается шире, так как при взаимодействиях могут происходить изменения внутреннего состояния микрообъектов, т. е. превращения одних частиц в другие. Типичные эксперименты по рассеянию состоят в следующем: имеются неподвижные частицы — мишени, на них направлен поток частиц — снарядов. В результате взаимодействия часть частиц из начального потока выбывает, изменяя характер движения или превращаясь в другие частицы. Различают упругое рассеяние, при котором изменяется только направление движения, но не изменяются число частиц, их энергия и внутренние характеристики — масса покоя, заряд и др.,— и неупругое рассеяние, в результате которого изменяется энергия или вид частиц, появляются новые частицы.

В настоящее время опыты по рассеянию являются основным источником информации при изучении ядер и элементарных частиц, а вместе с тем и при познании фундаментальных свойств и строения материи.

§ 23. УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ ЧАСТИЦ

23.1. Дифференциальное и полное сечения рассеяния. В нашем курсе изучается только упругое рассеяние. Но основные характеристики рассеяния общие для упругих и неупругих процессов — это *дифференциальное* и *полное сечения рассеяния*. Дифференциальное сечение определяется отношением числа рассеянных в единицу вре-