тверждается многими микроявлениями, которые объясняются квантово-релятивистской моделью взаимодействия.

Рассмотрим *электромагнитные взаимодействия* при высоких энергиях между электронами, позитронами и фотонами. Функции состояния этих частиц находятся из невозмущенных релятивистских уравнений для свободных частиц, а элементы матрицы рассеяния находятся через матричные элементы оператора взаимодействия заряженной частицы с полем во втором и следующих приближениях теории возмущений. Каждому приближению теории сопоставляется обмен взаимодействующих частиц виртуальными фотонами.

Существенно, что матричные элементы содержат малый множитель — безразмерную постоянную тонкой структуры: $\alpha = \frac{\varkappa e^2}{\hbar c} \simeq \frac{1}{137}$. При нахождении элементов матрицы рассеяния получаются ряды, содержащие слагаемые, пропорциональные α, α^2 и т. д., что обусловливает хорошую сходимость рядов и высокую степень точности начальных приближений. Таким образом, малость постоянной α лежит в основе многих успехов квантовой электродинамики.

Другие взаимодействия между элементарными частицами также исследуются методами теории возмущений, но здесь встречаются большие трудности, так как в ряде случаев неизвестен точный вид оператора взаимодействия, а константа связи, аналогичная постоянной α, не мала. (Ее значение при сильных взаимодействиях оказывается порядка единицы и более.) Тем не менее в настоящее время *теорию сильных взаимодействий — квантовую хромодинамику* — удалось развить по той же принципиальной схеме взаимодействия с помощью виртуальных частиц. Оказалось, что при малом расстоянии между составными частями адронов — кварками — сильные взаимодействия ослабевают и константа взаимодействия становится малой, что и позволяет применять теорию возмущений. Переносчиком взаимодействия оказывается новая виртуальная частица — глюон (см. [20]).

Ранее оригинальный метод исследования, не утративший значения и в настоящее время, был предложен Гейзенбергом. Можно изучать взаимодействие частиц, не обращаясь к уравнению Шредингера или другим каким-либо квантовым уравнениям, а основываясь прямо на свойствах S-матрицы. Теория строится на некоторых аксиоматических положениях, достаточных для определения матричных элементов S_{mn} и описания экспериментальных данных. Матрица рассеяния должна удовлетворять ряду требований, выполнение которых необходимо, чтобы она давала информацию о реальных процессах. В частности, на нее накладывается условие унитарности:

$$\sum_k S^*_{mk} S_{kn} = \delta_{mn},$$

которое связано с тем, что сумма вероятностей рассеяния по всем возможным каналам реакций должна равняться единице. Элементы матрицы не зависят от выбора системы координат, они являются аналитическими функциями энергии и других параметров. При обращении времени матрица не изменяется, что приводит к одинаковой вероятности прямых и обращенных во времени переходов.

Методические указания и рекомендации

1. Теория рассеяния — важное составное звено квантовой механики. Ряд понятий и методов теории используется в ядерной физике и в физике элементарных частиц. Нельзя обойтись без них и в соответствующих разделах курса теоретической физики пединститута. Поэтому сущность явления рассеяния, его основные характеристики — сечение и амплитуда рассеяния, квантово-механическая их трактовка и постановка вопроса о теоретическом расчете сечений с помощью уравнения Шредингера — должны твердо усваиваться студентами.

Что же касается довольно сложных выкладок (§ 23, п. 2 и § 24, п. 1), то, по-видимому, нужно добиваться понимания их основных этапов. Ведь, по сути дела, в вопросах рассеяния мы вступаем в область специальных приложений квантовой механики и углубляться в них в пединститутском курсе невозможно.

Для расширения горизонтов квантовой физики в сознании читателей в курс введен § 24, п. 3.

II. Студентам следует знать сущность упругого и неупругого рассеяний, определение дифференциального и интегрального сечений рассеяния, взаимосвязь классического и квантово-механического подхода к этим определениям, связь амплитуды рассеяния с сечением; понимать постановку задачи о рассеянии в квантовой механике, т. е. писать формулу (23.6) на основании качественных соображений, знать формулу амплитуды рассеяния в первом приближении теории возмущений (23.11). Студенты должны ориентироваться в выводе амплитуды рассеяния на силовом центре и уметь переходить к первому приближению, объяснять применение формулы (23.11) к центральному полю и ориентироваться в выводе формулы Резерфорда (24.5), смысл которой должен раскрываться детально. Существенно понимание отображения теоретических понятий и формул рассеяния на практические опыты и измерения в них.

Применение формул рассеяния иллюстрируется в упражнениях, где рассмотрены самые простые и физически наглядные случаи.

Упражнение VIII

1. Вычислите в борновском приближении амплитуду и дифференциальное сечение рассеяния на сферической потенциальной яме: $U=-|U_0|$, если $r\leqslant R$, $U=0$, если $r>R$.

Решение.

По формуле (24.2)

$$f(\theta)=\frac{2\mu|U_0|}{q\hbar^2}\int\limits_0^R r\sin qr\,dr=\frac{2\mu|U_0|R}{\hbar^2q^2}\left(\frac{\sin qR}{qR}-\cos qR\right),$$

$$d\sigma=\frac{(2\mu|U_0|)^2}{\hbar^2}\,\frac{(\sin qR-qR\cos qR)^2}{q^3}\,d\Omega.$$

2. Определите в борновском приближении дифференциальное и полное сечения рассеяния в потенциальном поле: $U=B\delta(\vec{r})$ («удар» о точечный силовой центр).

Решение.

$$f(\theta)=-\frac{\mu}{2\pi\hbar^2}\int B\delta(\vec{r})\,e^{i\vec{q}\vec{r}}dV=-\frac{\mu B}{2\pi\hbar^2},$$

$$d\sigma=\frac{\mu^2B^2}{4\pi^2\hbar^4}\,d\Omega,\quad \Sigma=\frac{\mu^2B^2}{\pi\hbar^4}.$$

3. Определите сечение рассеяния для упругого столкновения двух тождественных частиц.

Решение.

Координатная часть волновой функции системы из двух тождественных частиц должна быть симметричной или антисимметричной относительно перестановки частиц местами. В системе отсчета,

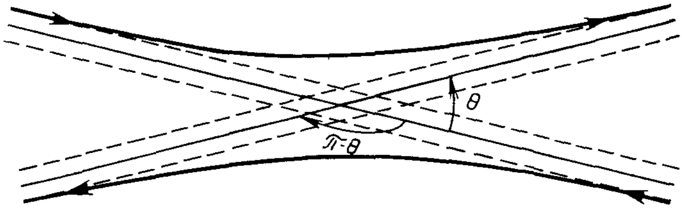

Рис. 23.3.

связанной с центром масс, $\vec{r}_1 = -\vec{r}_2$; поэтому перестановке частиц отвечает замена сферической координаты θ на $\pi-\theta$ (рис. 23.3).

Функция состояния первой частицы удовлетворяет краевому условию на бесконечности:

$$\psi_1 = e^{ikz} + \frac{f(\theta)}{r}\, e^{ikr}.$$

Для второй частицы

$$\psi_2 = e^{-ikz} + \frac{f(\pi-\theta)}{r}\, e^{ikr}.$$

Волновая функция системы с учетом ее симметрии при $r \to \infty$ имеет вид

$$\psi = e^{ikz} \pm e^{-ikz} + \frac{e^{ikr}}{r}\,[f(\theta) \pm f(\pi-\theta)].$$

Это суперпозиция двух плоских волн, распространяющихся навстречу друг другу, и одной сферической, которая описывает удаление частиц от начала координат после их взаимодействия.

В силу тождественности частицы неразличимы, и сечение рассеяния определяет вероятность обнаружения любой из них в телесном угле $d\Omega$; поэтому

$$d\Omega = |f(\theta) \pm f(\pi-\theta)|^2 d\Omega.$$

4. Рассчитайте упругое рассеяние α-частиц на α-частицах.

Решение.

Пользуясь формулой Резерфорда (24.5) и данными задачи 3, пишем

$$f(\theta) = \frac{A}{\sin^2\frac{\theta}{2}}, \quad f(\pi-\theta) = \frac{A}{\cos^2\frac{\theta}{2}}, \quad A = \frac{2\varkappa e^2\mu}{p^2},$$

$$d\sigma = A^2\left(\frac{1}{\sin^4\frac{\theta}{2}} + \frac{1}{\cos^4\frac{\theta}{2}} \pm \frac{2}{\sin^2\frac{\theta}{2}\cos^2\frac{\theta}{2}}\right). \qquad (1)$$

Последнее слагаемое в скобках выражает «добавку» к сечению за счет тождественности частиц: при $\theta = \frac{\pi}{2}$ сечение удваивается. (Во избежание недоразумений следует учесть, что формула (1) верна только при больших энергиях, когда удовлетворяются условия применимости теории возмущений.)

5. Перенесите результаты задачи 4 в лабораторную систему отсчета, где вторая частица до столкновения покоится.

Решение.

Формула перехода:

$$d\sigma_л = d\sigma, \quad d\sigma_л = \frac{(1+2\gamma\cos\theta+\gamma^2)^{3/2}}{|1+\gamma\cos\theta|}|f(\theta)|^2\,d\Omega_л,$$

$$\gamma = \frac{m_1}{m_2}, \quad \operatorname{tg}\theta_{1л} = \frac{\sin\theta}{\gamma+\cos\theta}, \quad \theta_{2л} = \frac{\pi-\theta}{2}.$$

При $m_1 = m_2$

$$d\sigma_л = 2\sqrt{1+\cos\theta}\,|f(\theta)|^2\,d\Omega_л, \quad \theta_{1л} = \frac{\theta}{2},$$

$$\theta_{2л} = \frac{\pi-\theta}{2},$$

откуда

$$d\sigma_л = 2\cos\theta_л\left[\frac{1}{\sin^4\theta_л} + \frac{1}{\cos^4\theta_л} \pm \frac{2}{\sin^2\theta_л\cos^2\theta_л}\right]\left(\frac{2\varkappa\mu e^2}{p^2_{отн}}\right)^2 d\Omega_л.$$

6. Рассчитайте сечение упругого рассеяния электронов на электронах с учетом спина.

Решение.

Используем формулу (1) задачи 4. Если суммарный спин — 1, то перед последним слагаемым в скобках нужно взять знак «—», если $s=0$, то «+».

ГЛАВА IX. ГРАНИЦЫ ПРИМЕНИМОСТИ НЕРЕЛЯТИВИСТСКОЙ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ. ПОНЯТИЕ О РЕЛЯТИВИСТСКОЙ КВАНТОВОЙ ФИЗИКЕ

Изучавшаяся выше в курсе квантовая механика является хотя и фундаментальной, но в то же время лишь малой частью современной квантовой физики. Это *нерелятивистская теория*, т. е. она относится к движениям микрочастиц со скоростями, значительно меньшими скорости света. Соответственно энергии свободных частиц, энергии взаимодействия частиц в системах, энергии связи систем частиц много меньше энергий их покоя (см. ч. II).

Релятивистская физика — это физика больших скоростей, больших энергий. При взаимодействиях релятивистских частиц в общем случае не сохраняется масса покоя; поэтому становятся возможными процессы рождения, уничтожения и взаимопревращения частиц. Так, при столкновениях нуклонов рождаются π-мезоны. Электрон и позитрон, аннигилируя, превращаются в γ-кванты. Электрическое поле, окружающее заряженную частицу, рассматривается как результат непрерывного рождения и поглощения виртуальных фотонов.

Из приведенных примеров видно, что релятивистская область