Таким образом, тепловой поток q, вытекающий из тела наружу, равен:

$$q = \alpha (T_1 - T_0). \tag{17}$$

С другой стороны, такой же тепловой поток должен подводиться изнутри путем теплопроводности. Поэтому согласно (9)

$$q = -k \frac{dT}{dn}. \tag{17'}$$

Приравнивая правые части (17) и (17′), получаем:

$$\frac{dT}{dn} = -\frac{\alpha}{k} \left(T_1 - T_0 \right).$$

Обозначив отношение α/k через h и учитывая, что $T_1 = T|_S$, приведем последнее равенство к виду:

$$\frac{dT}{dn} - hT|_S = hT_0.$$

Температура среды T_0 и коэффициент h в разных точках поверхности раздела сред, вообще говоря, различны. Если известна их зависимость от координат, то произведение hT_0 представляет собой определенную функцию координат $F(x, y, z)$, и мы приходим к граничным условиям третьего рода (16″).

§ 3. Основное уравнение электростатики

Основным физическим законом электростатического поля является теорема Гаусса.

Поток напряженности $\vec{E}$ через произвольную замкнутую поверхность равен (в абсолютной системе единиц) умноженной на 4π алгебраической сумме зарядов, находящихся внутри этой поверхности:

$$\oint_S E_n \, ds = 4\pi \sum_i e_i. \tag{18}$$

В общем случае электрические заряды распределены по объему с некоторой плотностью $\rho = \rho(x, y, z)$. Поэтому вместо суммы в правой части (18) появляется интеграл:

$$\oint_S E_n \, dS = 4\pi \int_V \rho \, dV. \tag{19}$$

В обеих частях этого равенства интегрирование производится по разным переменным. Поэтому, применив к (19)

теорему Остроградского — Гаусса:

$$\oint_S E_n\, dS = \int_V \operatorname{div} \vec{E} \cdot dV,$$

получаем:

$$\int_V (\operatorname{div} \vec{E} - 4\pi\rho)\, dV. \qquad (20)$$

Так как объем V в (20) является произвольным, то равно нулю само подынтегральное выражение и мы переходим к дифференциальной форме теоремы Гаусса:

$$\operatorname{div} \vec{E} = 4\pi\rho, \qquad (21)$$

представляющей собой в теории электричества третье уравнение Максвелла. Из электродинамики известно, что электростатическое поле потенциально:

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} \varphi, \qquad (22)$$

где φ — электрический потенциал. Учитывая это, можно уравнение (22) записать в таком виде:

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi \equiv \Delta\varphi = -4\pi\rho.$$

Это — основное дифференциальное уравнение электростатики — уравнение Пуассона. В системе единиц СИ это уравнение записывается проще:

$$\Delta\varphi = -\rho.$$

С его помощью можно установить вид скалярного поля потенциала φ, если известно распределение зарядов в пространстве $\rho(x, y, z)$.

Если же в некоторой области зарядов нет ($\rho = 0$), то потенциал $\varphi(x, y, z)$ удовлетворяет уравнению Лапласа:

$$\Delta\varphi = 0.$$

§ 4. Уравнение переменного электромагнитного поля в потенциалах

Как известно из теории электричества (электродинамики), заряды и токи создают в пространстве электрическое и магнитное поля $\vec{E}$ и $\vec{H}$, между которыми существует сложная функциональная связь. Важнейшей задачей электродинамики является определение вида этих функций $\vec{E}(x, y, z, t)$ и $\vec{H}(x, y, z, t)$ по заданному распределению неподвижных и движущихся зарядов.