ПРЕДМЕТ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Физика в своем историческом развитии постепенно превращалась из науки описательной в науку точную. Для характеристики различных явлений и процессов, происходящих в природе и технике, физики все шире используют математические методы, или, как принято говорить, соответствующий математический аппарат.

Для этой цели пришлось прежде всего ввести меру каждого физического свойства. Пока физики имели дело с простейшими свойствами тел, в качестве меры каждого из них можно было ограничиться *скалярными величинами*, обычно показывающими, во сколько раз мера данного свойства у рассматриваемого тела больше некоторого единичного масштаба. Так были введены такие скалярные величины, как длина, площадь, объем, масса, время, температура, электрический заряд, энергия и т. п.

Со временем выяснилось, что для количественного описания быстроты движения, изменения этой быстроты, взаимодействия тел и т. п. скалярные величины не подходят. В этих случаях оказались пригодными более сложные математические величины — направленные отрезки, или *векторы*.

В конце XIX века физикам стало ясно, что для характеристики деформаций, инерции при вращательном движении, усилий в деформированных твердых телах и т. п. необходимы величины еще более сложной математической природы — *тензоры*.

С другой стороны, развитие количественных методов показало, что одно и то же физическое свойство в разных точках исследуемого объекта может принимать различные значения, и поэтому для математического описания необходимо знать совокупность значений соответствующей величины во всех точках рассматриваемого объекта. Так в

физике постепенно сложилось представление о *математическом поле* — области пространства, каждой точке которого соответствует определенное значение некоторой физической величины.

Поля бывают скалярные, векторные и тензорные. Каждое из них, в свою очередь, может быть *стационарным* (если физическая величина в каждой точке области со временем не меняется) или *нестационарным*. Ясно, что стационарное поле есть функция координат x, y, z точек пространства, а нестационарное поле представляет собой функцию четырех переменных: координат x, y, z и времени t.

Введение понятия поля сыграло в физике такую же прогрессивную роль, как в свое время появление в математике понятия переменной величины.

Основная задача математической физики — это аналитическое исследование скалярных, векторных и тензорных полей физических величин.

В математической физике рассматриваются две проблемы — прямая и обратная.

Прямая проблема состоит в следующем. Задано правило определения интересующей нас физической величины в любой точке пространства, т. е. задано поле; требуется установить характер этого поля, т. е. быстроту его изменения от точки к точке. Изучением дифференциальных свойств различных полей занимается *математическая теория поля*.

Обратная проблема состоит в нахождении некоторой физической величины, т. е. конкретного вида математического поля, если известны условия, в которых находится физический объект.

Приведем пример. Пусть сплошной металлический цилиндр касается нижним основанием горячей воды ($T = T_1$), а остальная его поверхность окружена холодным воздухом ($T = T_0$). Физически ясно, что внутри цилиндра вследствие теплопроводности материала установится тепловое равновесие и образуется стационарное скалярное поле температур $T = T(x, y, z)$ (рис. 1). Вид этого поля можно определить аналитически.

В общем случае любое физическое явление или процесс представляет собой изменение каких-либо физических величин (скалярных, векторных, тензорных) в пространстве и во времени. Поэтому математическое поле, вообще говоря, описывается функциями четырех независимых переменных x, y, z, t. И задача состоит в нахождении этих функций.

Для нахождения неизвестных функций нужно, исходя из управляющих данным физическим явлением закономерностей, составить функциональные уравнения, решая которые можно будет найти искомые функции. По причинам, которые мы выясним ниже, эти функциональные уравнения обычно представляют собой своеобразные дифференциальные уравнения, в которых искомая функция зависит от нескольких переменных.

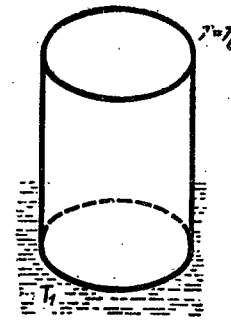

Рис. 1

Изучением методов составления и, главное, интегрирования уравнений такого рода занимается вторая часть математической физики—*теория дифференциальных уравнений в частных производных*.

Совокупность теории поля и теории дифференциальных уравнений в частных производных образует так называемую классическую математическую физику.

Однако за последние несколько десятков лет в связи с успехами теории относительности и открытием качественно новых, квантовых свойств у микрочастиц (молекул, атомов, ядер, электронов и т. п.) задачи математической физики значительно расширились: появилась необходимость в изучении *полей комплексных величин* в комплексном пространстве, в использовании для их исследования не только методов математического анализа, но и сравнительно новой математической науки—*линейной алгебры*, являющейся своеобразным сочетанием алгебраической теории систем уравнений первой степени и аналитической геометрии n-мерных плоских пространств. Этим вопросам посвящена третья часть предлагаемого пособия.