ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА ПЕРВОГО ИЗДАНИЯ

В связи с широким развитием численных методов и возрастанием роли вычислительного эксперимента в большой степени повысился интерес к специальным функциям. Это связано с двумя обстоятельствами. Во-первых, при разработке математической модели физического явления для понимания основных закономерностей явления и выяснения относительной роли отдельных эффектов исходную задачу часто приходится упрощать для того, чтобы можно было получить решение в легко анализируемой аналитической форме. Во-вторых, при решении сложных задач на ЭВМ удобно использовать упрощенные задачи для выбора надежных и экономичных вычислительных алгоритмов. Очень редко при этом можно ограничиться задачами, приводящими к элементарным функциям. Кроме того, знание специальных функций необходимо для понимания многих важных вопросов теоретической и математической физики.

Наиболее употребительными специальными функциями являются так называемые *специальные функции математической физики*: классические ортогональные полиномы (полиномы Якоби, Лагерра и Эрмита), сферические, цилиндрические и гипергеометрические функции. Теории этих функций и их приложениям посвящен целый ряд фундаментальных исследований. К сожалению, в этих исследованиях используется довольно громоздкий математический аппарат и множество специальных приемов. Поэтому давно существует потребность в построении теории специальных функций, основанном на одной общей и достаточно простой идее.

Авторам предлагаемой книги удалось найти удобный для изучения способ изложения теории специальных функций, опирающийся на обобщение известной формулы Родрига для классических ортогональных полиномов. Такой подход позволяет получить в явном виде интегральные представления для всех специальных функций математической физики и вывести основные свойства этих функций. В частности, с помощью предложенного метода можно найти решения тех линейных дифференциальных уравнений второго порядка, которые обычно решаются методом Лапласа. Для построения теории специальных функций применяется минимальный математический аппарат: от читателя требуется владение лишь основными фактами теории обыкновенных дифференциальных уравнений и теории функций комплексного переменного. Это несомненное достоинство книги, так как известно, что большой объем необходимых математических знаний, в том числе и по специальным функциям, составляет основное препятствие при изучении теоретической и математической физики.

В процессе работы над книгой читатель приобретает навыки получения асимптотических формул, разложений в ряды, рекуррентных соотношений, различного рода оценок, расчетных формул и учится видеть внутренние логические связи между совершенно различными на первый взгляд специальными функциями.

В книге намечены связи с другими разделами математики и физики. Большое внимание уделено квантовомеханическим приложениям. Особый интерес для изучающих квантовую механику представляет изложение вопросов о нахождении дискретного спектра энергий и соответствующих волновых функций для задач, приводящих к использованию классических ортогональных полиномов. Эти вопросы авторам удалось изложить без традиционного использования обобщенных степенных рядов. Благодаря этому красиво и легко решаются такие важные задачи квантовой механики, как задача о гармоническом осцилляторе, движение частицы в центральном поле, уравнения Шредингера, Дирака и Клейна — Гордона для кулоновского потенциала. Заслуживает внимания также изложение метода Вентцеля — Крамерса — Бриллюэна на основе метода Стеклова.

Для сферических и цилиндрических функций рассмотрены теоремы сложения, широко применяемые в теории атомных спектров, теории рассеяния, при расчетах ядерных реакторов. При изучении обобщенных сферических функций авторы вплотную подходят к теории представлений группы вращений и общей теории момента количества движения. В дальнейшем читатель может углубить свои знания по специальным функциям с помощью книг, в которых специальные функции исследуются методами теории групп. Для занимающихся теорией разностных методов представят интерес классические ортогональные полиномы дискретной переменной. С точки зрения приближенных вычислений поучительно применение квадратурных формул типа Гаусса для вычисления сумм и построения приближенных формул для специальных функций. Заметим, что многие существенные для приложений вопросы, излагаемые в книге, либо слабо освещаются, либо совсем не затрагиваются в учебной литературе.

Книга написана специалистами по математической физике и квантовой механике. Она возникла в процессе работы авторов над актуальной проблемой физики плазмы в Институте прикладной математики им. М. В. Келдыша АН СССР.

В книге содержится очень большой материал, ясно и последовательно изложенный в малом объеме. Несомненно, что предлагаемая книга окажется полезной широкому кругу читателей.

Академик *А. А. Самарский*