§ 5.5. Таблица производных простейших элементарных функций

$(C)' = 0$ (C — постоянная);

$(x^n)' = nx^{n-1}$ $(n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$;

$(a^x)' = \ln a \cdot a^x$ $(a > 0)$;

$(x^a)' = ax^{a-1}$ $(x > 0)$;

$(\lg_a x)' = \dfrac{\lg_a e}{x}$ $(x > 0,\ a > 0)$;

$(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$ $(x > 0)$;

$(\ln|x|)' = \dfrac{1}{x}$ $(x \neq 0)$;

$$(|x|)' = \operatorname{sign} x = \begin{cases} 1 & (x > 0); \\ -1 & (x < 0); \end{cases}$$

$(\sin x)' = \cos x$;

$(\cos x)' = -\sin x$.

$(\operatorname{tg} x)' = \sec^2 x$;

$(\operatorname{ctg} x)' = -\operatorname{cosec}^2 x$;

$(\arcsin x)' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$;

$(\arccos x)' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$;

$(\operatorname{arctg} x)' = \dfrac{1}{1+x^2}$;

$(\operatorname{sh} x)' = \operatorname{ch} x$;

$(\operatorname{ch} x)' = \operatorname{sh} x$;

$(\operatorname{th} x)' = \dfrac{1}{(\operatorname{ch} x)^2}$;

$(\operatorname{cth} x)' = -\dfrac{1}{(\operatorname{sh} x)^2}$.

Упражнения.

Показать, что *)

1. $\dfrac{d}{dx}\sqrt{ax^2+bx+c} = \dfrac{2ax+b}{2\sqrt{ax^2+bx+c}}$.

2. $\dfrac{d}{dx}\ln\left(x+\sqrt{a^2+x^2}\right) = \dfrac{1}{\sqrt{a^2+x^2}}$.

3. $\left(\arcsin\dfrac{x}{a}\right)' = \dfrac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$.

4. $\left(\arcsin\dfrac{1}{x}\right)' = \mp\dfrac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$ (верхний знак соответствует $x > 0$, а нижний $x < 0$).

5. $(x^x)' = (e^{x\ln x})' = x^x(1+\ln x)$.

6. $(\ln|\operatorname{tg} x|)' = \dfrac{1}{\sin x\cos x}$, откуда $\left(\ln\left|\operatorname{tg}\dfrac{x}{2}\right|\right)' = \dfrac{1}{\sin x}$.

7. $\dfrac{a^2}{2}\left(\arcsin\dfrac{x}{a} + \dfrac{x}{a^2}\sqrt{a^2-x^2}\right)' = \sqrt{a^2-x^2}$.

8. $(|x|^p)' = \begin{cases} p|x|^{p-2}x, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$ $(p > 1)$.

---

*) Формулы 1—7 полезно иметь в виду при вычислении неопределенных интегралов.