ПРЕДИСЛОВИЕ К ПЕРВОМУ ИЗДАНИЮ

Этот учебник, выходящий в двух томах, соответствует, если не считать некоторых добавлений, программе курса математического анализа, читаемого мною уже много лет в Московском физико-техническом институте.

Первая глава носит вводный характер. В ней на основе интуитивных представлений о пределе вводятся основные понятия математического анализа и даже на основании наглядных и физических соображений устанавливается связь между производной и интегралом и даются элементы техники дифференцирования и интегрирования, нужные читателю, изучающему параллельно физику.

Вторая глава посвящена действительному числу. В основу понятия числа взято его представление в виде бесконечной десятичной дроби. Только часть этой главы — крупный шрифт,— рассматривается как обязательная. При желании она может быть еще уменьшена.

Я придерживаюсь точки зрения, впрочем, традиционной, что основные факты математического анализа сначала должны быть изложены для функций одной переменной, а затем уже для многих переменных. Здесь неизбежны повторения, но они незначительны. С другой стороны, для такой аудитории, какой являются студенты наших мехматов, физматов и физтехов, вполне возможно переходить от одной не к двум и не к трем, а сразу же к n переменным. Весь вопрос тут только в удачных обозначениях. Но они уже выработаны в журнальной и монографической литературе, целесообразность их уже проверена и теперь они должны становиться достоянием наших учебников. Такой подход обеспечивает правильную перспективу. Ведь во второй половине курса,— в таких разделах как ряды Фурье, интеграл Фурье,— читателю придется овладевать представлением о бесконечномерности функциональных пространств.

В своем изложении я достаточно рано ввожу понятие n-мерного евклидова пространства, пространства со скалярным произведением, банахова пространства и широко пользуюсь этими понятиями, однако, в меру необходимости выполнения программы.

Как требуется программами, изложение курса ведется на основе интеграла Римана. Я старался аналогичные теоремы в одномерном и многомерном случаях доказывать аналогично, чтобы сэкономить силы читателя для других вопросов.

Очень деликатный вопрос — как быть с полнотой пространств L и L_2? Чтобы решить этот вопрос, я не строю абстрактные элементы, заменяющие функции, интегрируемые по Лебегу, и в основном тексте ограничиваюсь только разъяснениями о том, как соответствующий факт выглядел бы в терминах интеграла Лебега.

Впрочем, учебник снабжен добавочной главой 19 (том II), посвященной интегралу Лебега. Я уверен, что многие мои читатели по собственной инициативе будут заглядывать в нее. Они от этого ничего не потеряют. Современная математическая физика, которую им придется изучать, нуждается в интеграле Лебега. Например, прямые вариационные методы математической физики немыслимы без употребления интеграла Лебега. К чтению главы 19 читатель будет вполне подготовлен после того как он познакомится с понятием меры Жордана.

Главы 17 и 18 (том II) тоже дополнительные. В главе 18 уделено место таким важным понятиям современного анализа, как усреднение функции по Соболеву и разбиение единицы. По-настоящему они должны входить в обязательные программы повышенных курсов анализа.

Глава 17 посвящена дифференцируемым многообразиям и дифференциальным формам. Кульминационным ее пунктом является доказательство теоремы Стокса в n-мерном пространстве. Эта глава может служить проверкой того, насколько оказался подготовленным читатель, освоивший эту книгу.

Я желал, чтобы мой читатель, освоив курс, легче ориентировался в методах математической физики. Ряд добавлений сделан именно исходя из интересов математической физики. Большое поле деятельности здесь возникает при изложении вопросов, связанных с функциями многих переменных. Здесь наша педагогическая мысль должна еще поработать. Я надеюсь, что и моя книга вносит некоторую лепту в это трудное дело.

Я хочу отметить книги, оказавшие на меня большое влияние.

Во-первых, это «Курс анализа бесконечно малых» Ш. Ж. де ла Валле-Пуссена. Двухтомник Валле-Пуссена, память которого я хочу здесь почтить, я старательно изучал будучи студентом, а теперь он служит моей настольной книгой.

Во-вторых, это книга «Введение в теорию функций действительного переменного» П. С. Александрова и А. Н. Колмогорова, которую я тоже в свое время старательно изучил и, следуя ей, читал свои курсы в Днепропетровском университете. Но я, кроме того, неоднократно слушал лекции этих двух выдающихся авторов, один из них — А. Н. Колмогоров — мой научный учитель. Выражаю им здесь свою глубокую благодарность.

Я хочу выразить свою признательность коллективу кафедры математики Московского физико-технического института, в котором я работаю двадцать пять лет, в течение которых много раз обсуждались вопросы преподавания математического анализа. Конечно, при этом я должен особо выделить моих коллег проф. Л. Д. Кудрявцева, заведующего кафедрой, и проф. О. В. Бесова, беседы с которыми были особенно интенсивными.

С первыми главами рукописи книги детально ознакомились мои коллеги проф. Е. А. Волков и проф. П. И. Лизоркин, отметив имеющиеся там недочеты, которые я устранил. Главу 17, посвященную дифференциальным формам, внимательно прочитал проф. Р. В. Гамкрелидзе; многие его советы я учел. Мне были очень полезны также советы проф. А. А. Дезина, с которым я беседовал по этому вопросу.

Мои официальные рецензенты академик И. Н. Векуа и кафедра математики Московского института электронного машиностроения весьма благожелательно отнеслись к моей книге; они дали ряд полезных советов, которыми я воспользовался.

Я учел, конечно, и советы моего коллеги, редактора книги А. А. Вашарина, тщательно прочитавшего текст рукописи и проверившего его во всех деталях.

Всем указанным лицам я приношу свою глубокую благодарность.

С. М. Никольский

ПРЕДИСЛОВИЕ КО ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ

Для 2-го издания сделаны изменения, носящие чисто педагогический характер (см., в частности, §§ 3.7, 3.8, 5.8, 5.11, 6.2, 6.11, 7.5, 7.12, 7.22, 8.5, 10.10). Иногда они свелись к перераспределению материала внутри параграфа. Менее нужные факты по возможности относились в конец параграфа, чтобы в случае необходимости можно было их опустить без ущерба для понимания дальнейшего текста.

Автор считает существенными следующие недочеты, замеченные в 1-м издании тома I:

стр. 223, строки 5, 6 снизу, следует читать так:

$$\Delta_{yh}\Delta_{xh}f = \Delta_{yh}[f(x+h, y) - f(x, y)] =$$

$$= h\left[f'_y(x+h, y+\theta h) - f'_y(x, y+\theta h)\right] =$$

$$= h^2 f''_{xy}(x+\theta_1 h, y+\theta h) = h^2\left[f''_{xy}(x, y) + \varepsilon\right]$$

стр. 173, строки 5, 6 снизу, следует читать так:

α неотрицательное число.

Я благодарю А. А. Вашарина, Ю. С. Никольского, А. М. Полосуева и С. А. Теляковского, обративших мое внимание на некоторые недочеты в 1-м издании.

С. М. Никольский

ПРЕДИСЛОВИЕ К ТРЕТЬЕМУ ИЗДАНИЮ

3-е издание несколько дополнено. Сравнительно существенным изменениям подверглись § 2.3 (лемма 1), 2.4, 3.4, 3.6, 3.7 (теоремы 2, 3, 6), 3.8, 5.14 (теоремы 1, 2), 7.16 (теорема 1), 7.17 (теорема 1), 7.19, 11.3, 11.6 (теорема 2), 11.7, 11.8, 11.11, 11.12.

Я благодарю О. В. Бесова, Я. С. Бугрова, А. Н. Вейсенберга, Р. В. Гамкрелидзе, В. Т. Лозовика, Ю. С. Никольского, М. С. Никулина, С. А. Теляковского, В. П. Шанькова, сделавших полезные замечания, а иногда обративших мое внимание на недочеты во 2-м издании I и II томов. Есть еще один квалифицированный математик, которого я благодарю за присланные замечания, но его подпись оказалась неразборчивой.

Я благодарю также многих слушателей — студентов Московского физико-технического института, которым я читал из года в год математический анализ, следуя этой книге. К их замечаниям я прислушиваюсь особенно.

2-е издание переведено на другие языки: латышский — издательством Zvaigzne (Riga, 1979), английский — издательством Мир (1975), испанский (первый том) — издательством URMO S. A. de edicional (Bilbao, 1979).

К тому же издательство Мир готовит 2-е издание своего перевода. Переводчики тоже делали замечания. Я благодарю переводчиков на латышский язык У. Гринфельда, Г. Энгелиса и Е. Энгелиса, на английский язык — В. М. Волосова и на испанский язык — Апарисио Бернардо.

1982 *С. М. Никольский*