

Предисловие к русскому изданию

Перевод моей книги о симметриях и дифференциальных уравнениях на русский язык я рассматриваю как большую честь, тем более что в советской математике имеются давние традиции в этой важной области. Цитирования и исторические замечания, сделанные в тексте, с очевидностью показывают, что советские математики играли ключевую роль в развитии и приложениях теории групп к дифференциальным уравнениям.

Эта книга явилась последней, принятой к переводу заведующим математической редакцией профессором Б. В. Шабатом, неожиданная смерть которого явилась огромной потерей для всего математического сообщества. Мне хотелось бы выразить благодарность его сыну профессору А. Б. Шабату, научное редактирование и ряд ценных предложений которого позволили существенно улучшить книгу в русском издании.

Я надеюсь, что эта монография будет еще более способствовать развитию в Советском Союзе исследований по теории групп Ли, дифференциальным уравнениям и их приложениям к физике, инженерным наукам и т. д. и явится катализатором для еще более тесного сотрудничества между советскими и западными математиками в этой области.

Москва, май 1989

Питер Олвер

Предисловие

Эта книга посвящена широкой области приложений непрерывных групп симметрий к важным с точки зрения физики системам дифференциальных уравнений. Акценты делаются на существенных приложениях теоретико-групповых методов. Изложение построено так, что читатель-прикладник может быстро изучить основные вычислительные средства, требующиеся для реальных физических задач. В первой главе собраны те разделы теории групп Ли, которые важны для дифференциальных

уравнений (доказательства результатов не приводятся). Приложения, охваченные книгой, включают вычисление групп симметрий дифференциальных уравнений, интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений, в том числе специальную технику для уравнений Эйлера — Лагранжа или гамильтоновых систем, дифференциальные инварианты и построение уравнений с предписанными группами симметрий, инвариантные относительно групп решения уравнений с частными производными, теорию размерности, связь между законами сохранения и группами симметрий. Подробно рассматриваются обобщения основного понятия группы симметрий и их приложения к законам сохранения, условия интегрируемости, вполне интегрируемые системы, солитонные уравнения и бигамильтоновы системы. Изложение в разумных пределах замкнуто в себе и дополнено многочисленными примерами, представляющими непосредственный физический интерес и взятыми из классической механики, механики жидкости, теории упругости и других прикладных областей. Кроме основополагающей теории многообразий, групп и алгебр Ли, групп преобразований и дифференциальных форм в книге рассматриваются более специальные вопросы теории продолжения и дифференциальных уравнений: теорема Коши — Ковалевской, характеристики и интегрируемость дифференциальных уравнений, расширенные пространства струй на многообразиях, фактормногообразия, присоединенное и коприсоединенное представления групп Ли, вариационное исчисление и обратная задача характеристики систем, являющихся уравнениями Эйлера — Лагранжа некоторой вариационной задачи, дифференциальные операторы, операторы Эйлера высших порядков и вариационные комплексы, общая теория пуассоновых структур как для конечномерных гамильтоновых систем, так и для систем эволюционных уравнений. Все это имеет непосредственное отношение к изучению симметрий дифференциальных уравнений. Предполагается, что, прочитав эту книгу, читатель будет в состоянии с минимумом трудностей применить эти важные теоретико-групповые методы к интересующим его системам дифференциальных уравнений и сделать новые интересные выводы об этих системах. В таком случае можно будет сказать, что книга достигла своей цели.

Первоначальный вариант этой книги возник как записки лекций, распространённые Математическим институтом Оксфордского университета для семинара, проводившегося в летнем семестре 1979 г. Я рад поблагодарить сотрудников издательства Springer-Verlag, которые помогли мне превратить эти записки в книгу, за их терпение в процессе их переработки, которая оказалась гораздо более обширной, чем я предполагал вначале.