

Рис. 3.32. Граница зерен с малым углом разориентации

зерен с малым углом разориентировки состоят из совокупности дислокаций. Схематически малоугловая граница, разделяющая два зерна, изображена на рис. 3.32. Многочисленные экспериментальные исследования подтверждают дислокационный характер границ. Из рис. 3.32 видно, что малоугловая граница разделяет монокристаллические зерна, ориентация которых незначительно отличается. В реальных кристаллах угол разориентировки колеблется от нескольких угловых секунд до 3—5°. Угол разориентировки связан с вектором \vec{b} краевых дислокаций и расстоянием D между ними соотношением

$$\operatorname{tg} \theta \approx \theta = \frac{b}{D}. \quad (3.53)$$

Границы зерен оказывают существенное влияние на многие свойства кристаллов, в частности на электропроводность, поглощение ультразвука, оптические свойства и т. д. Наличие границ приводит к тому, что в поликристаллах коэффициент диффузии примесей значительно больше, чем в монокристаллах.

ГЛАВА 4

МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ТВЕРДЫХ ТЕЛ

4.1. НАПРЯЖЕННОЕ И ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Механические свойства твердого тела отражают его реакцию на воздействие некоторых внешних факторов. В простейшем случае такими внешними факторами являются механические воздействия: сжатие, растяжение, изгиб, удар, кручение. Кроме механических существуют тепловые, магнитные, электрические и другие воздействия.

Механические свойства определяются, в первую очередь, силами связи, действующими между атомами или молекулами, составляющими твердое тело.

Современная наука и техника непрерывно предъявляют повышенные требования к механическим свойствам твердых тел. Например, широкое использование металлов во всех отраслях

народного хозяйства связано с тем, что они обладают целым комплексом механических свойств: высокая прочность, твердость и упругость сочетаются с хорошей пластичностью и вязкостью. В настоящее время получены металлические сплавы, которые могут работать в условиях глубокого холода и при очень высоких температурах, обладая при этом хорошими прочностными характеристиками, слабо изменяющимися в течение длительного времени.

Уровень достижений в области получения твердых материалов с улучшенными свойствами сейчас высок. Однако эти достижения были бы невозможны без научно обоснованного подхода к проблеме улучшения механических свойств. Возможность для такого подхода появились с развитием физических методов исследования твердых тел и прежде всего структурных: рентгеновского, электронографического, нейтронографического и электронно-микроскопического. Стало ясно, что большинство свойств твердых тел зависит от особенностей их атомной структуры. Крупным шагом в развитии физической теории прочности твердых тел явились *теория несовершенств* и, в первую очередь, *теория дислокаций*. Оказалось, что механическая прочность твердых тел зависит, главным образом, от дислокаций и что небольшие нарушения в расположении атомов кристаллической решетки приводят к резкому изменению такого структурно чувствительного свойства, как сопротивление пластической деформации.

Несмотря на успехи в области теории и практики исследования и изменения механических свойств в нужном направлении, в этой области еще много предстоит сделать.

Механическое напряжение. Если тело находится под действием внешних сил, то в каждой его точке возникают механические напряжения. В этом случае говорят, что тело находится в напряженном состоянии. Если в таком теле выделить какой-либо элемент объема, то на него действуют два типа сил: 1) объемные силы (например, сила тяжести), действующие на все элементы тела; их значение пропорционально объему элемента; 2) силы, действующие на поверхность элемента со стороны окружающих его частей тела. Эти силы пропорциональны площади поверхности элемента. Такую силу, отнесенную к единичной площади, называют напряжением.

Например, при осевом растяжении изотропного цилиндрического стержня (рис. 4.1) в условиях статического равновесия внешняя сила F уравнивается внутренней силой сопротивления $\int \sigma dS$, где σ — напряжение, нормальное к плоскости сечения, а S — площадь поперечного сечения стержня, т. е.

$$F = \int \sigma dS.$$

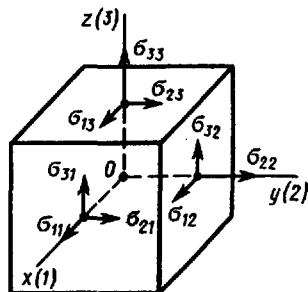
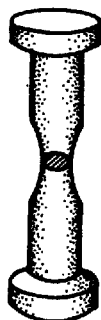
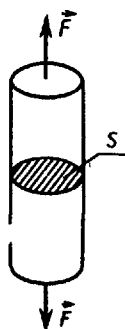


Рис. 4.1. К определению механических напряжений

Рис. 4.2. Образование «шейки» при растяжении цилиндрического образца

Рис. 4.3. Напряжения, действующие на грань-элементарного куба

Если напряжения распределены по сечению стержня равномерно, то $F = \sigma \int dS = \sigma S$, отсюда

$$\sigma = F/S. \quad (4.1)$$

Подставив в формулу $F=1H$, $S=1 \text{ м}^2$, получим:

1 единица напряжения $= 1 \text{ Н/м}^2 = 1 \text{ Па}$, т. е. напряжение выражается в тех же единицах, что и давление.

Следует отличать *истинные напряжения от условных*. Истинные напряжения определяют, относя силу, приложенную к образцу, к фактическому значению площади сечения, изменяющейся при напряжениях, способных вызвать достаточную деформацию. Например, при растяжении образца в результате больших деформаций постепенно образуется «шейка», как это показано на рис. 4.2.

Условные напряжения определяют, относя силу к площади первоначального сечения образца, во всем интервале деформаций, вплоть до разрушения образца.

При описании напряженного состояния будем считать, что напряжение во всем теле однородно (одинаково во всех точках тела), все части тела находятся в статическом равновесии, объемные силы (действующие на все элементы тела, например, силы тяжести) и объемные моменты отсутствуют. Выберем любую точку O в объеме этого тела и вокруг нее построим, как это делается в классической теории упругости, бесконечно малый куб (рис. 4.3). Три взаимно перпендикулярных оси x , y , z , исходящие из этой точки, выберем в качестве прямоугольной системы координат. Поскольку в дальнейшем при написании формул удобнее оперировать цифрами, обозначим ось x цифрой 1, ось y — цифрой 2 и ось z — цифрой 3. Ребра элементарного куба параллельны осям Ox , Oy , Oz .

При равновесии силы, действующие на противоположные грани, равны, поэтому достаточно рассмотреть силы, действующие на три взаимно перпендикулярные грани. Каждое из напряжений, действующих на три непараллельные грани куба, раскладываем на одну нормальную составляющую и две касательные, т. е. лежащие в рассматриваемой грани.

Обозначим σ_{ij} компоненту напряжения, действующую в направлении i на грань куба, перпендикулярную оси j . Напряжения σ_{11} , σ_{22} , σ_{33} — нормальные (растягивающие или сжимающие) напряжения; σ_{12} , σ_{13} , σ_{23} и т. д. — касательные (скалывающие или сдвиговые) напряжения.

Итак, напряженное состояние в точке характеризуется девятью величинами σ_{ij} , которые являются компонентами тензора второго ранга — тензора механических напряжений:

$$T_{\text{напр}} = \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{vmatrix}. \quad (4.2)$$

Так как элементарный куб находится в состоянии равновесия и напряжение однородно, то можно показать из рассмотрения вращающих моментов относительно любой оси куба, что $\sigma_{23} = \sigma_{32}$, $\sigma_{31} = \sigma_{13}$, $\sigma_{12} = \sigma_{21}$. Отсюда следует, что из девяти компонент только шесть являются независимыми и тензор оказывается симметричным, т. е. компоненты, симметричные относительно главной диагонали тензора, равны между собой ($\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$).

Напряженное состояние, возникающее в твердом теле, существенно влияет на процессы его деформации и разрушения.

Важной характеристикой напряженного состояния является коэффициент «мягкости», равный отношению максимальных касательных напряжений к максимальным нормальным. Чем меньше этот коэффициент, тем «жестче» напряженное состояние. Касательные напряжения способствуют развитию пластической деформации, а нормальные — разрыву межатомных связей, хрупкому разрушению твердого тела.

Деформация. Деформация — изменение объема или формы твердого тела без изменения его массы под действием внешней силы. Деформация — это процесс, при котором изменяется расстояние между какими-либо точками тела. Простейшие виды деформации: *растяжение, сжатие, сдвиг, кручение, изгиб.*

Элементарной деформацией при одноосном растяжении цилиндрического образца является удлинение. При приложении растягивающей силы образец увеличивается в длине и уменьшается в диаметре. Обычно деформацию выражают в относительных единицах. Так, если образец имел начальную длину l_0 и l_k после приложения растягивающей силы (рис. 4.), то относительная деформация образца

$$\varepsilon = (l_k - l_0) / l_0. \quad (4.3)$$

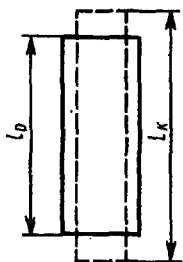


Рис. 4.4. Удлинение цилиндрического образца при растяжении

Как и в случае напряжений, следует отличать условные (ϵ) деформации (удлинение и сдвиги) от истинных (e), особенно это важно при больших деформациях. При подсчете истинных деформаций учитывают не постоянную начальную длину, а переменную, увеличивающуюся (при растяжении) в процессе деформации.

Например, если при нагружении образца его длина изменилась от l_0 до l_k , то весь процесс деформации можно разбить на отрезки. Сначала образец удлинился до l_1 , затем до l_2 , l_3 и т. д., тогда суммарное удлинение

$$e = \frac{l_1 - l_0}{l_0} + \frac{l_2 - l_1}{l_1} + \frac{l_3 - l_2}{l_2} + \dots + \frac{l_k - l_{k-1}}{l_{k-1}}. \quad (4.4)$$

Если уменьшать отрезки, на которых подсчитывается удлинение, то в пределе истинное

$$e = \int_{l_0}^{l_k} \frac{dl}{l} = \ln \frac{l_k}{l_0}. \quad (4.5)$$

Условные и истинные деформации связаны между собой. В самом деле, $\epsilon = l_k - l_0 / l_0 = l_k / l_0 - 1$, отсюда $l_k / l_0 = 1 + \epsilon$, тогда

$$e = \ln(l_k / l_0) = \ln(1 + \epsilon). \quad (4.6)$$

При малых деформациях условные и истинные деформации практически совпадают. При малых ϵ имеем $\ln(1 + \epsilon) = \epsilon - \frac{\epsilon^2}{2} + \frac{\epsilon^3}{6} - \dots$. Ограничиваясь первым членом разложения, получаем, что, действительно, $e \approx \epsilon$. При больших деформациях между значениями условных и истинных деформаций наблюдается существенная разница.

Покажем это на примере.

Пусть длина стержня при растяжении удвоилась, а при сжатии — вдвое уменьшилась. Используя приведенные выше формулы, рассчитаем условные и истинные деформации. Для растяжения

$$\epsilon = \frac{l_k - l_0}{l_0} = \frac{2l_0 - l_0}{l_0} = 1; \quad e = \ln \frac{2l_0}{l_0} = +0,69.$$

Для сжатия

$$\epsilon = \frac{l_0/2 - l_0}{l_0} = -0,5; \quad e = \ln \frac{l_0/2}{l_0} = -0,69.$$

Видим, что истинные деформации при сжатии и растяжении равны и отличаются лишь знаком, в то время как условные деформации отличаются и по значению, и по знаку.

Важным свойством истинных деформаций является их аддитивность. В самом деле, если провести растяжение образца в две стадии: первая — от l_0 до l_n , вторая — от l_n до l_n , и подсчитать истинные деформации, то

$$e_1 = \ln \frac{l_n}{l_0}; \quad e_2 = \ln \frac{l_n}{l_n}; \quad e_{\text{сум}} = \ln \frac{l_n}{l_0} + \ln \frac{l_n}{l_n} = \ln \frac{l_n}{l_0} = e_1 + e_2. \quad (4.7)$$

Легко показать на этом же примере, что для условных деформаций свойство аддитивности не выполняется, т. е.

$$e_{\text{сум}} \neq e_1 + e_2. \quad (4.8)$$

Свойство аддитивности истинных деформаций важно для практики. Так, расчеты суммарной деформации при обработке металла давлением, осуществляемой за несколько проходов, значительно упрощаются.

Для полного описания деформированного состояния кроме удлинений (укорочений) необходимо знать сдвиги, возникающие под действием касательных напряжений. При механических испытаниях принято характеризовать деформации относительным изменением линейных размеров образцов, а также *углом сдвига* α , т. е. углом, на который изменился первоначальный прямой угол элемента поверхности деформируемого тела или образца. *Относительным сдвигом* γ называют *тангенс угла сдвига* (рис. 4.5).

Из рис. 4.5 следует, что $\gamma = \Delta l/h = \text{tg } \alpha$. При малых деформациях $\text{tg } \alpha \approx \alpha = \gamma$.

Любая деформация может быть представлена в виде определенной комбинации сдвигов и удлинений. В общем случае, для математического описания деформированного состояния в выбранной, и почему-либо нас заинтересовавшей, точке необходимо для любого направления, исходящего из этой точки, определить происшедшие в результате деформации изменения — расстояние между двумя близкими точками и угол между любыми двумя направлениями.

При изложении математических основ деформированного состояния будем рассматривать лишь однородные бесконечно малые деформации. Сначала рассмотрим случай одномерной деформации растяжимой струны, левый конец которой закреплен в точке O (рис. 4.6).

Возьмем точку Q вблизи P , так что $PQ = \Delta x$. После деформации P переходит в P' , а Q в Q' ; u — смещение. Отрезок

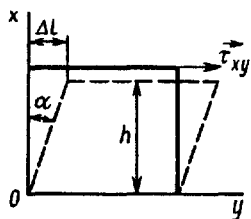


Рис. 4.5. Изменение формы и размеров тела под действием касательных напряжений τ_{xy} . Простой сдвиг

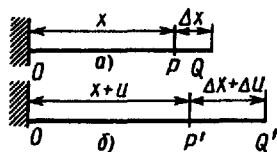


Рис. 4.6. Деформация струны: а — до, б — после растяжения

$P'Q'$ равен $\Delta x + \Delta u$. Определим деформацию отрезка PQ :

$$\frac{|P'Q'| - |PQ|}{|PQ|} = \frac{\Delta u}{\Delta x}.$$

Деформация в точке P

$$e = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx}. \quad (4.9)$$

Таким образом, деформация в любой точке есть производная смещения по координате, это безразмерная величина. Из выражения (4.9) после интегрирования следует, что при однородной деформации (в этом случае e — постоянная) смещение линейно зависит от координаты: $u = ex$.

Переходя к случаю объемной деформации твердого тела, выберем в качестве осей координат три ортогональные оси x , y , z с началом в точке O (рис. 4.7). Пусть точка O после деформации осталась на месте, а все остальные точки тела изменили свои положения.

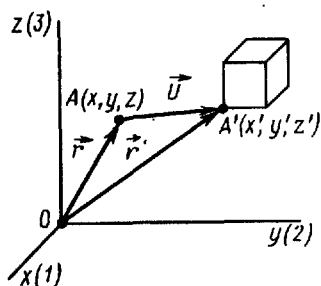


Рис. 4.7. Координатные оси для описания упруго деформированного состояния. Цифры в скобках указывают направление: $x \rightarrow 1$, $y \rightarrow 2$, $z \rightarrow 3$

Определим положение точки $A(x, y, z)$ до деформации радиус-вектором r . После деформации точка $A(x, y, z)$ переместится в положение $A'(x', y', z')$, определяемое радиусом-вектором r' . Вектор $\vec{AA'} = \vec{r}' - \vec{r} = \vec{U}(u, v, \omega)$ назовем вектором смещения, u, v, ω — компоненты вектора смещения по осям x, y, z . Очевидно, что

$$x' = x + u, \quad y' = y + v, \quad z' = z + \omega.$$

Снова, как и в одномерном случае растяжимой струны (поскольку мы интересуемся не абсолютным смещением точек при деформации, а их смещением друг относительно

друга), определим деформацию отрезков Δx , Δy , Δz .

В направлении оси x она составит $\Delta u/\Delta x$ или $\partial u/\partial x$ в пределе при $\Delta x \rightarrow 0$, в направлении оси y имеем $\Delta v/\Delta y$ и $\partial v/\partial y$ в пределе при $\Delta y \rightarrow 0$, в направлении z получим $\Delta \omega/\Delta z$ и $\partial \omega/\partial z$ в пределе при $\Delta z \rightarrow 0$. Так как компоненты u , v , ω являются линейными функциями координат, то

$$\begin{aligned}\Delta u &= \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial u}{\partial z} \Delta z = e_{11} \Delta x + e_{12} \Delta y + e_{13} \Delta z; \\ \Delta v &= \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial v}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial v}{\partial z} \Delta z = e_{21} \Delta x + e_{22} \Delta y + e_{23} \Delta z; \\ \Delta \omega &= \frac{\partial \omega}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial \omega}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial \omega}{\partial z} \Delta z = e_{31} \Delta x + e_{32} \Delta y + e_{33} \Delta z.\end{aligned}\quad (4.10)$$

Девять величин e_{ij} образуют тензор второго ранга — тензор деформации.

Для выяснения физического смысла компонент e_{ij} рассмотрим частный случай. Пусть $\Delta y = \Delta z = 0$, тогда

$$\begin{aligned}\Delta u &= \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x = e_{11} \Delta x; & \Delta v &= \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x = e_{21} \Delta x; \\ \Delta \omega &= \frac{\partial \omega}{\partial x} \Delta x = e_{31} \Delta x.\end{aligned}\quad (4.11)$$

Нетрудно видеть, что $e_{11} = \Delta u/\Delta x = \partial u/\partial x$ представляет собой удлинение при растяжении отрезка Δx , спроецированного на ось x (1). Аналогичный смысл имеют и компоненты

$$e_{22} = \frac{\Delta v}{\Delta y} = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad e_{33} = \frac{\Delta \omega}{\Delta z} = \frac{\partial \omega}{\partial z}.\quad (4.12)$$

Компоненты $e_{21} = \partial v/\partial x$ и $e_{31} = \partial \omega/\partial x$ определяют поворот линейного элемента, параллельного оси x : в первом случае — вокруг оси z в сторону y (по часовой стрелке), во втором — вокруг оси y в сторону оси z (против часовой стрелки).

В самом деле, из (4.11) следует, что $\Delta v = (\partial v/\partial x) \Delta x = e_{21} \Delta x$; с учетом того, что при деформации отрезок Δx удлиняется на Δu , получим $e_{21} = \Delta v/(\Delta x + \Delta u) = \text{tg } \theta$, где θ — угол поворота линейного элемента.

Так как мы имеем дело с малыми смещениями, то u и v малы по сравнению с x , поэтому Δu и Δv малы по сравнению с Δx , а $\theta \approx \Delta v/\Delta x = e_{21}$. Компонент e_{12} определяет поворот линейного элемента, параллельного оси y , вокруг оси z в направлении x (по часовой стрелке); e_{13} — поворот линейного элемента вокруг оси y в направлении оси z (против часовой стрелки). Компоненты e_{23} и e_{32} определяют повороты оси x в первом случае в направлении оси y (по часовой стрелке), во

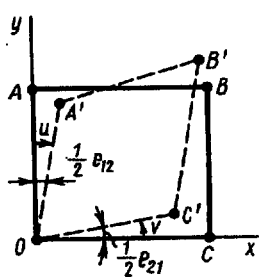


Рис. 4.8. Суммарная сдвиговая деформация под действием касательных напряжений τ_{xy}

втором — в направлении z (против часовой стрелки).

Определим суммарный, или полный сдвиг, происходящий, например, в плоскости xy (рис. 4.8). Пусть в недеформированном теле мы имеем квадрат $OABC$. Под действием касательных напряжений квадрат $OABC$ превращается в ромб $OA'B'C'$, при этом сторона OA поворачивается по часовой стрелке на угол, равный $1/2 e_{12}$, а сторона OC — против часовой стрелки на угол $1/2 e_{21}$. Такой сдвиг называют чистым в отличие от простого сдвига. Сравнение рис. 4.5 и 4.8

ясно показывает разницу между чистым и простым сдвигом. Обозначим u смещение точки, расположенной на стороне OA (смещение происходит в направлении оси x), а через v — смещение точки, расположенной на стороне OC (смещение происходит в направлении оси y). Так как смещение v зависит от

координаты x и пропорционально ей, то $\frac{1}{2} e_{21} = \partial v / \partial x$; также

$\frac{1}{2} e_{12} = \partial u / \partial y$. Отсюда следует, что в плоскости xy суммарный

сдвиг равен:

$$\frac{1}{2} (e_{12} + e_{21}) = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}. \quad (4.13)$$

Аналогичным способом можно показать, что

$$\frac{1}{2} (e_{23} + e_{32}) = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial y}; \quad \frac{1}{2} (e_{13} + e_{31}) = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial x}. \quad (4.14)$$

Выяснив смысл компонент деформации, мы можем теперь составить тензор деформации, который определяет деформированное состояние в данной точке тела. При этом для того, чтобы отделить собственную деформацию тела от его вращения как целого, обычно тензор делят на симметричную и антисимметричную части. Антисимметричная часть $1/2 (e_{12} - e_{21})$ описывает вращение тела как целого. Симметричная часть $1/2 (e_{12} + e_{21})$ описывает собственно деформацию тела. Таким образом, тензор деформации является симметричным тензором второго ранга, содержит девять компонент, шесть из которых являются независимыми, поскольку компоненты, симметричные относительно главной диагонали, равны между собой ($e_{ij} = e_{ji}$).

$$T_{\text{деф}} = \begin{vmatrix} e_{11} & 1/2 (e_{12} + e_{21}) & 1/2 (e_{13} + e_{31}) \\ 1/2 (e_{21} + e_{12}) & e_{22} & 1/2 (e_{23} + e_{32}) \\ 1/2 (e_{31} + e_{13}) & 1/2 (e_{32} + e_{23}) & e_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{vmatrix}. \quad (4.15)$$

Диагональные компоненты ϵ_{ii} описывают удлинения или сжатия, остальные компоненты ϵ_{ij} являются компонентами деформации сдвига. Угол сдвига, или полный сдвиг в какой-то плоскости, равен соответствующему недиагональному компоненту тензора деформации ϵ_{ij} .

4.2. УПРУГОСТЬ. ЗАКОН ГУКА ДЛЯ ИЗОТРОПНЫХ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Механические свойства твердых тел наиболее полно описываются диаграммами деформации. Диаграммы деформации представляют собой зависимости между механическими напряжениями σ , которые возникают в твердом теле при приложении к нему внешней силы, и деформациями ϵ . Из диаграмм деформации получают систему характеристик прочности (пределы прочности, текучести, упругости, относительные удлинения, сужения и др.). Заметим, что диаграммы деформации не зависят от геометрических размеров образца, поскольку σ и ϵ являются удельными величинами.

На рис. 4.9 приведена типичная диаграмма деформации для одноосного растяжения цилиндрического образца. Естественно, что изучение механических, в том числе и упругих, свойств твердых тел легче всего начать с анализа диаграммы деформации. Как видно из рис. 4.9, кривая $\sigma=f(\epsilon)$ обнаруживает несколько характерных особенностей. Так, при малых напряжениях наблюдается линейная зависимость деформации от напряжения (участок ОА). Другой особенностью участка ОА является то, что после снятия нагрузки форма и размеры образца восстанавливаются, т. е. деформация оказывается обратимой. Обратимость деформации на участке ОА наблюдается только в том случае, если нагрузка прилагается и снимается сравнительно быстро. Если нагрузка приложена в течение большого промежутка времени, то мы сталкиваемся с явлением «крипа» (ползучести), а следовательно, и с необратимостью деформации. Прямолинейный участок ОА называют областью упругой деформации (для твердых тел $\epsilon \ll 1\%$).

За пределами упругой области при переходе через точку А (напряжение, соответствующее этой точке, называют *пределом упругости* σ_y) кривая переходит в так называемую пластическую область. Величина σ_T соответствует пределу текучести — минимальному напряжению, при котором деформация

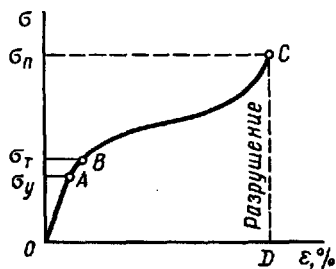


Рис. 4.9. Диаграмма деформации