тока в зависимости от магнитного поля. Определенный из экспериментов по эффекту Джозефсона квант магнитного потока оказался равным $\frac{h}{2e}$ что указывает на перенос тока куперовскими парами с зарядом $2e$.

10. Ранее мы обсуждали, что, как показывают эксперименты по поглощению электромагнитного излучения и измерения температурной зависимости теплоемкости обычных сверхпроводников, в энергетическом спектре электронов проводимости на уровне Ферми появляется энергетическая щель шириной 2Δ. Согласно теории БКШ, которая будет обсуждаться ниже, для обычных сверхпроводников выполняется соотношение

$$\frac{2\Delta}{\kappa_B T_C} \approx 3{,}5. \tag{11.10}$$

Многие эксперименты, выполненные на высокотемпературных сверхпроводниках, также указывают на появление энергетической щели. К сожалению, значения ширины щели, полученные в разных экспериментах для одного и того же сверхпроводника, сильно отличаются друг от друга. Так, из экспериментов по инфракрасному поглощению в образцах $La_{2-x}Sr_xCuO_4$ следует, что $\frac{2\Delta}{\kappa_B T_C} \approx 2{,}4 \div 2{,}7$. В то же время джозефсоновское туннелирование для того же самого материала дает значения $\frac{2\Delta}{\kappa_B T_C}$ от 5 до 10.

При исследовании температурных зависимостей теплоемкости высокотемпературных сверхпроводников, так же как для обычных сверхпроводников, при $T=T_C$ обнаруживается скачок теплоемкости. Однако в области низких температур ($T<T_C$) зависимость $c(T)$ здесь линейная, а не экспоненциальная. Этот линейно зависящий от температуры вклад в теплоемкость сверхпроводящих электронов может быть связан с исчезновением энергетической щели вдоль части поверхности Ферми.

Подводя итог обзору свойств высокотемпературных сверхпроводников, можно констатировать, что в некотором отношении они подобны обычным сверхпроводникам, но есть и существенные отличия.

11.11. ТЕОРИЯ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ Ф. и Г. ЛОНДОНОВ

Первой теорией, достаточно хорошо описавшей электромагнитные свойства сверхпроводников, была теория Ф. Лондона и Г. Лондона, опубликованная в 1935 году. Лондоны, основываясь на «двухжидкостной» модели сверхпроводника, предложенной годом раньше К. Гортером и Х. Казимиром, получили уравнения, называемые в настоящее время *уравнениями Лондонов.* Эти уравнения представляют собой некоторые условия, необходимые для возникновения идеального диамагнетизма (эффекта Мейсснера—Оксенфельда) в проводнике с нулевым сопротивлением.

Напомним, что идеальный диамагнетизм не является простым следствием исчезновения сопротивления. Как было показано в разделе 11.3, если в проводнике с $\rho \neq 0$ было поле $\vec{B}$, то после обращения сопротивления в нуль это поле $\vec{B}$ должно сохраняться. Таким образом, объяснить выталкивание магнитного поля из сверхпроводника ($\vec{B}=0$) можно только при введении некоторых дополнительных условий.

Отсутствие электрического сопротивления означает, что электроны движутся, не испытывая рассеяния на дефектах и колебаниях решетки. В этом случае можно было бы ожидать, что теплопроводность сверхпроводника, обусловленная электронами, станет бесконечно большой. Однако, как показывает опыт, она остается конечной и не испытывает скачка при $T=T_C$. Для объяснения этого противоречия Гортер и Казимир высказали предположение о существовании в сверхпроводнике двух типов электронов — «нормальных» с концентрацией $n_n(T)$ и «сверхпроводящих» с концентрацией $n_s(T)$. Полная концентрация электронов проводимости $n=n_n+n_s$. Концентрация сверхпроводящих электронов уменьшается с повышением температуры и обращается в нуль при $T=T_C$. При $T \to 0$ К она стремится к плотности всех электронов. В соответствии с этой двухжидкостной моделью движение сверхпроводящих электронов дает незатухающий электрический ток, а конечное значение теплопроводности обеспечивается нормальными электронами.

Так как сверхпроводящие электроны не испытывают сопротивления, они переносят весь ток, возбужденный с помощью сколь угодно слабого электрического поля. При этом нормальные электроны вклада в ток практически не дают. Поэтому далее существование нормальных электронов можно не учитывать. Для этих условий и Ф. и Г. Лондоны получили уравнение, связывающее сверхпроводящий ток с плотностью $\vec{j}$ и электрическое поле $\vec{E}$, а также уравнение для магнитного поля $\vec{B}$, обусловленного током $\vec{j}$.

Пусть в сверхпроводнике мгновенно возникло электрическое поле $\vec{E}$. Сверхпроводящие электроны будут ускоряться в этом поле и возникнет ток с плотностью

$$\vec{j}=-e\,n_s\vec{V}_s. \tag{11.11}$$

В отличие от обычного (несверхпроводящего) металла, где скорость дрейфа электронов зависит от механизма рассеяния и определяется временем релаксации τ, здесь никакого рассеяния нет. Поэтому сверхпроводящие электроны свободно ускоряются и их средняя скорость $\vec{V}_s$ может быть найдена из уравнения движения

$$m\frac{d\vec{V}_s}{dt}=-e\vec{E}. \tag{11.12}$$

Объединяя (11.11) и (11.12), получим

$$\frac{d\vec{j}}{dt}=\frac{e^2 n_s}{m}\vec{E}. \tag{11.13}$$

Это уравнение отражает свойство сверхпроводника, связанное с нулевым сопротивлением: существование постоянного тока $\vec{j}=\mathrm{const}$ при отсутствии электрического поля.

Чтобы получить уравнение для магнитного поля, вспомним, что магнитиое поле связано с электрическим полем и током уравнениями Максвелла. Уравнение Максвелла

$$\mathrm{rot}\,\vec{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}, \tag{11.14}$$

как известно, представляет собой закон электромагнитной индукции Фарадея. Подставляя сюда $\vec{E}$ из (11.13), получим соотношение между плотностью тока $\vec{j}$ и магнитным полем $\vec{B}$:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{4\pi}{c}\lambda^2\,\mathrm{rot}\,\vec{j}+\vec{B}\right]=0, \tag{11.15}$$

где обозначено

$$\lambda^2=\frac{mc^2}{4\pi n_s e^2}. \tag{11.16}$$

Уравнение (11.15) совместно с другим уравнением Максвелла

$$\mathrm{rot}\,\vec{B}=\frac{4\pi}{c}\vec{j} \tag{11.17}$$

определяют магнитные поля и плотности тока, которые могут существовать в проводнике с нулевым сопротивлением. Заметим, что уравнение (11.17) записано для случая медленных изменений полей во времени, когда можно пренебречь токами смещения.

Подставив $\vec{j}$ из (11.17) в уравнение (11.15) и учитывая тождество векторного анализа $\operatorname{rot}\operatorname{rot}\vec{B}=-\Delta\vec{B}+\nabla\operatorname{div}\vec{B}$, а также принимая во внимание, что $\operatorname{div}\vec{B}=0$, получим

$$\frac{\partial}{\partial t}[\lambda^2\Delta\vec{B}-\vec{B}]=0 \qquad (11.18)$$

или

$$\Delta\dot{\vec{B}}-\frac{1}{\lambda^2}\dot{\vec{B}}=0. \qquad (11.19)$$

Мы получили дифференциальное уравнение, которому должно удовлетворять поле $\dot{\vec{B}}$. Его решением для полубесконечного образца является

$$\dot{\vec{B}}(x)=\dot{\vec{B}}(0)\exp\left(-\frac{x}{\lambda}\right)=\dot{\vec{B}}_0\exp\left(-\frac{x}{\lambda}\right) \qquad (11.20)$$

где $\dot{\vec{B}}(0)=\dot{\vec{B}}_0$ — значение $\dot{\vec{B}}$ на поверхности проводника. (Существует еще одно решение $\dot{\vec{B}}_0\exp\left(+\frac{x}{\lambda}\right)$, но оно стремится к бесконечности с ростом x и не имеет физического смысла).

Таким образом, сделав пока только одно предположение об отсутствии сопротивления, мы получили, что при углублении в сверхпроводник $\dot{\vec{B}}$ падает по экспоненте. Отсюда следует, что в глубине проводника с $\rho=0$ изменение магнитного поля $\dot{\vec{B}}=0$, т. е., если до перехода в состояние с идеальной проводимостью в проводнике было поле $\vec{B}$, после перехода оно сохранится. Другими словами, мы еще раз пришли к тому, что исчезновение сопротивления, т. е. идеальная проводимость, еще не есть сверхпроводимость. Здесь нет эффекта Мейсснера—Оксенфельда.

В то же время наблюдаемый на опыте эффект Мейсснера—Оксенфельда показывает, что внутри сверхпроводника магнитное поле всегда равно нулю. Поэтому не только $\dot{\vec{B}}$, но и само $\vec{B}$ должно быстро спадать при удалении от поверхности вглубь образца.

Лондоны предположили, что уравнение (11.19) может правильно описать магнитные свойства сверхпроводника, если его применить не только к $\dot{\vec{B}}$, но и к самому $\vec{B}$:

$$\Delta \vec{B} - \frac{1}{\lambda^2} \vec{B} = 0. \qquad (11.21)$$

Если это так, то магнитное поле спадает вглубь сверхпроводника по закону

$$B(x) = B_0 \exp\left(-\frac{x}{\lambda}\right), \qquad (11.22)$$

так что внутри образца поле $\vec{B}$ будет равно нулю.

Напомним, что уравнение (11.19) было получено из (11.15). Требуемое для обоснования идеального диамагнетизма уравнение (11.21) также получается из (11.15) при более жестком условии. Выражение в квадратных скобках в уравнении (11.15) должно быть равно нулю. Это приводит к соотношению

$$\text{rot}\,\vec{j} = -\frac{c}{4\pi} \frac{1}{\lambda^2} \vec{B}. \qquad (11.23)$$

Это уравнение совместно с уравнением (11.13) известны как уравнения Лондонов. По-существу, уравнения Лондонов представляют собой ограничения, наложенные на обычные уравнения электромагнетизма и введенные для того, чтобы предсказываемые на основе этих уравнений свойства согласовывались с экспериментальными результатами.

На рисунке 11.14 показано, как поле $\vec{B}$ проникает вглубь сверхпроводника. В соответствии с (11.22), внутри сверхпроводника поле спадает экспоненциально и на расстоянии $x \approx \lambda$ достигает значения, равного $\frac{1}{e} B_0$. Величина λ получила название лондоновской глубины проникновения. Из формулы (11.16) следует, что λ определяется концентрацией сверхпроводящих электронов n_s, которая зависит от температуры. Эта зависимость хорошо описывается формулой

$$\lambda(T) = \left(\frac{mc^2}{4\pi e^2 n_s(T)}\right)^{1/2} = \lambda(0)\left[1 - \left(\frac{T}{T_C}\right)^4\right]^{-1/2}. \qquad (11.24)$$

Считая, что при $T = 0$ К все электроны становятся сверхпроводящими, т. е. $n_s(0) = n \approx 10^{22}$ см$^{-3}$, получим значения лондоновской глубины проникновения $\lambda(0) \approx 10^{-6}$ см. Таким образом, при $T \ll T_C$ магнитное поле проникает в сверхпроводник на глубину нескольких атомных слоев.

Зная теперь характер изменения магнитного поля (см.

(11.22)), из уравнения (11.17) можно получить распределение тока в сверхпроводнике

$$I_y = \frac{c B_0}{4\pi\lambda} \exp\left(-\frac{x}{\lambda}\right) = I_0 \exp\left(-\frac{x}{\lambda}\right). \qquad (11.25)$$

Видно, что ток будет течь только в приповерхностном слое толщиной порядка λ, где отлично от нуля магнитное поле. Таким образом, можно констатировать, что идеальный диамагнетизм сверхпроводника является следствием возникновения поверхностных токов, текущих без сопротивления. Эти токи циркулируют так, что создаваемый ими магнитный поток внутри сверхпроводника равен по величине и противоположен по знаку потоку, создаваемому внешним магнитным полем.

На основе теории Лондонов можно объяснить связь между критическим током в сверхпроводнике и критическим магнитным полем. Выше мы отмечали, что сверхпроводимость разрушается, когда плотность сверхпроводящего тока превышает критическую величину $\vec{j}_C$. Эта плотность тока складывается из плотности тока $\vec{j}_i$, текущего по сверхпроводнику от внешнего источника, и плотности экранирующих токов $\vec{j}_H$, защищающих образец от внешнего магнитного поля

$$\vec{j} = \vec{j}_i + \vec{j}_H. \qquad (11.26)$$

Сверхпроводимость разрушается, если $\vec{j} > \vec{j}_C$. При увеличении напряженности приложенного магнитного поля возрастает магнитный поток $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ в приповерхностном слое и экранирующие токи увеличиваются в соответствии с (11.25). Если приложенное поле $\vec{H}$ станет достаточно сильным, экранирующие токи достигнут такого значения, что $\vec{j} = \vec{j}_i + \vec{j}_H$ превысит $\vec{j}_C$. Сверхпроводимость при этом будет разрушена. Соответствующее магнитное поле и есть критическое поле H_C.

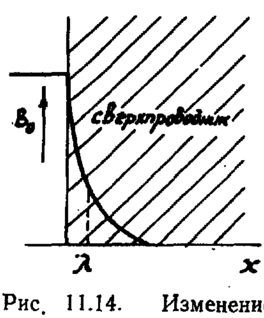

Рис. 11.14. Изменение магнитного поля у поверхности сверхпроводника

Как видно, теория Лондонов, основанная на двухжидкостной модели Гортера и Казимира, является феноменологической теорией и достаточно хорошо описывает некоторые наблюдаемые на опыте необычные с классической точки зрения свойства сверхпроводииков. Однако она не отвечает на главные вопросы: какова микроскопическая природа сверхпроводящего состояния, что представляют собой «сверхпроводящие» электроны и т. д. Оставаясь, по существу, в рамках классической физики, Лондоны не могли ответить на эти вопросы. Выше было отмечено, что в сверхпроводимости важную роль играют квантовые эффекты.

11.12. ТЕОРИЯ ГИНЗБУРГА—ЛАНДАУ

В 1950 году В. Л. Гинзбург и Л. Д. Ландау построили теорию сверхпроводимости, основанную на квантовой механике. Их теория также является феноменологической, поскольку в ней принимаются определенные предположения, доказательством справедливости которых является то, что они правильно описывают некоторые свойства сверхпроводников.

Полное описание этой теории выходит за рамки данной книги. Поэтому здесь, так же как и при дальнейшем обсуждении микроскопической теории Бардина — Купера — Шриффера, мы остановимся только на основных идеях и полученных результатах.

В теории Гинзбурга — Ландау предполагается, что вся совокупность сверхпроводящих электронов описывается волновой функцией $\Psi(\vec{r})$ от одной пространственной координаты. Выше мы отмечали, что, вообще говоря, волновая функция n электронов в твердом теле есть функция n координат $\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, ..., \vec{r}_n)$. Введением функции $\Psi(\vec{r})$ устанавливалось когерентное согласованное поведение всех сверхпроводящих электронов. Действительно, если все n_s электронов ведут себя совершенно одинаково, согласованно, то для описания их поведения достаточно той же самой волновой функции, что и для описания поведения одного электрона, т. е. функции от одной переменной. Величину $|\Psi(\vec{r})|^2$ можно рассматривать как плотность сверхпроводящих электронов, которая обращается в нуль при $T=T_C$.

Теория Гинзбурга — Ландау исходит далее из того, что переход из нормального состяния в сверхпроводящее в отсутствие внешнего поля является фазовым переходом II рода (см. § 11.6). Теория таких переходов была разработана Ландау несколько раньше. В этой теории присутствовал некоторый параметр порядка, который в новой фазе (в нашем случае — в сверхпроводящей фазе) должен монотонно возрастать от нуля при $T=T_C$ до единицы при $T=0$ К. В качестве этого параметра Гинзбург и Ландау выбрали функцию $\Psi(\vec{r})$.

Далее задача сводилась к нахождению функции $\Psi(\vec{r})$ и векторного потенциала поля $\vec{A}(\vec{r})$, которые соответствуют ми-