

нимому свободной энергии сверхпроводящей фазы при определенных граничных условиях. В результате минимизации свободной энергии по Ψ и по \vec{A} были получены уравнения, получившие название уравнений Гинзбурга — Ландау.

На основе решения этих уравнений были объяснены и предсказаны многие свойства сверхпроводников, в том числе идеальный диамагнетизм, квантование магнитного потока и ряд других.

Несмотря на то, что теория Гинзбурга — Ландау, получившая дальнейшее развитие в работах А. А. Абрикосова и Л. П. Горькова, описывала многие свойства сверхпроводников, она не могла дать понимания явления сверхпроводимости на микроскопическом уровне.

11.13. ПРИТЯЖЕНИЕ МЕЖДУ ЭЛЕКТРОНАМИ

В 1957 году Дж. Бардин, Л. Купер и Дж. Шриффер опубликовали теорию (теорию БКШ), раскрывшую микроскопический механизм сверхпроводимости. Исходным пунктом этой теории является возникновение *притяжения между электронами* вблизи поверхности Ферми.

Из приведенных выше свойств сверхпроводников следует, что сверхпроводимость связана с какими-то изменениями в поведении электронов проводимости. Эти изменения проявляются в том, что в энергетическом спектре электронов появляется энергетическая щель шириной 2Δ . «Сверхпроводящие» электроны представляют, по существу, частицы с зарядом $2e$. Поведение «сверхпроводящих» электронов является определенным образом скоррелированным. При этом кристаллическая решетка участвует в создании сверхпроводящего состояния.

Одна из основных трудностей в создании теории сверхпроводимости заключалась в том, что было неясно, какое взаимодействие в системе электронов проводимости приводит к согласованному поведению электронов. Мы знаем, что электроны проводимости в металле обладают энергиями в несколько электронвольт ($\sim E_F$), а сверхпроводящее состояние в большинстве сверхпроводников разрушается при $k_B T \approx 10^{-4}$ эВ. Таким образом, нужно было найти весьма слабое взаимодействие с участием решетки, которое способно привести к упорядочению электронной системы, несмотря на большие энергии электронов.

Теоретический анализ показал, что таким взаимодействием является притяжение между электронами, которое осуществляется через колебания решетки. На возможность возникновения притяжения между электронами за счет обмена фононами указал в 1950 г. Г. Фрелих. Как представить себе такое взаимо-

действие? В узлах кристаллической решетки металла находятся положительно заряженные атомные остовы. Электрон в такой решетке стремится притянуть к себе положительные ионы. Таким образом, в окружающей электрон области происходит скопление положительных зарядов. Принято говорить, что под действием отрицательного заряда электрона решетка поляризуется. Такая поляризация показана на рис. 11.15. Второй электрон, находящийся неподалеку, притягивается к поляризованной области, а следовательно, к первому электрону.

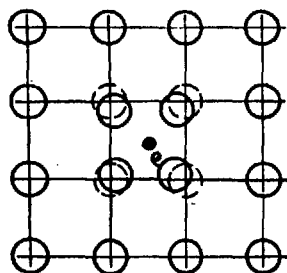


Рис. 11.15. Поляризация кристаллической решетки электроном.

Конечно, между электронами существует и кулоновское отталкивание, однако, если притяжение окажется сильнее отталкивания, то результирующим взаимодействием будет притяжение.

Поскольку электроны в металле обладают значительными скоростями, поляризация решетки не является статической. Возникающая при движении электрона поляризация зависит от того, насколько быстро решетка может откликаться на поляризующее воздействие электрона. Существенным является время, в течение которого в решетке атомных остовов может произойти сдвиг. Другими словами, поляризуемость решетки зависит от частоты собственных колебаний атомов.

Взаимодействие электронов через решетку проще всего представить как результат испускания фонона одним электроном и поглощения его другим.

Рассмотрим металл при $T=0$ К. Как взаимодействуют электроны через фононы, если при абсолютном нуле температуры никаких фононов нет?

Пусть электрон, имеющий квазиимпульс \vec{P}_1 (или волновой (вектор \vec{k}_1), движется по кристаллу. В какой-то момент времени он возбудил колебание решетки (т. е. испустил фонон), а сам при этом перешел в другое состояние с квазиимпульсом \vec{P}_1' (или волновым вектором \vec{k}_1'). В процессе испускания электроном фонона квазиимпульс сохраняется:

$$\vec{P}_1 = \vec{P}_1' + \vec{q}, \quad (11.27)$$

где \vec{q} — квазиимпульс фонона, величина которого $q = \frac{\hbar \omega_q}{v_{зв}}$

где ω_q — частота фонона, $v_{зв}$ — скорость звука. Этот фонон почти мгновенно окажется поглощенным вторым электроном.

имеющим до взаимодействия квазиимпульс \vec{P}_2 . В результате поглощения фонона второй электрон перейдет в состояние \vec{P}_2' . При этом

$$\vec{P}_2 + \vec{q} = \vec{P}_2'. \quad (11.28)$$

Таким образом, в результате обмена фононами, схематически изображенного на рис. 11.16, электроны из состояний \vec{P}_1 и \vec{P}_2 (\vec{k}_1 и \vec{k}_2) перешли в состояния \vec{P}_1' и \vec{P}_2' , (\vec{k}_1' и \vec{k}_2'). Значит, произошло рассеяние электронов друг на друге. При этом

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_1' + \vec{P}_2' \quad (11.29)$$

или

$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}_1' + \vec{k}_2'.$$

Но рассеяние двух частиц может осуществляться только в том случае, если они взаимодействуют. Если возникшее за счет обмена фононами электрон-электронное притяжение превысит кулоновское отталкивание, то результатом взаимодействия между электронами будет притяжение. Таким образом, возникает возможность образования связанных пар электронов. При этом энергия всего коллектива электронов понизится. Возникает новое состояние электронной системы, переход в которое энергетически выгоден.

Фонон, которым обмениваются электроны, называют *виртуальным фононом*. В отличие от реального фонона он связан с поляризацией решетки и может существовать только при переходе от одного электрона к другому. В противоположность реальным фононам виртуальные фононы не могут распространяться в решетке независимо от этих электронов. Предложив механизм притяжения электронов через фононы, Фрелих теоретически предсказал изотопический эффект, который и был открыт в том же 1950 г. Зависимость критической температуры от массы изотопа свидетельствует о том, что важная роль принадлежит динамике ионов, расположенных в узлах решетки.

Данные таблицы 11.1 также свидетельствуют о связи сверхпроводимости с электрон-фононным взаимодействием. Чем сильнее в нормальном металле электрон-фононное взаимодействие, тем меньше его проводимость. Так, например, свинец является плохим проводником, но в то же время из-за сильного электрон-фононного взаимодействия он

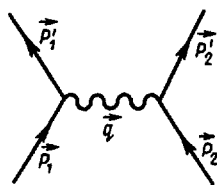


Рис. 11.16. Взаимодействие электронов через фононы

обладает высокой (для чистых металлов) критической температурой. Благородные металлы являются прекрасными проводниками. У них слабое электрон-фононное взаимодействие. Они не переходят в сверхпроводящее состояние даже при самых низких температурах, достигнутых в настоящее время.

Теперь зададим вопрос: все ли электроны притягиваются друг к другу? Чтобы понять это, вернемся к нашим электронам. В процессе испускания фонона первый электрон переходит из состояния k_1 в состояние

k_1' . Очевидно, что последнее должно быть свободно. Вследствие принципа Паули такое возможно лишь вблизи поверхности

Ферми, представляющей собой сферу радиуса k_F в k -пространстве. Таким образом, могут взаимодействовать через фононы лишь электроны, лежащие в достаточно узком сферическом слое $2\Delta k$ около поверхности Ферми (рис. 11.17). Остальные электроны не взаимодействуют. Толщина этого слоя $2\Delta k$ определяется дебаевской энергией $\hbar\omega_D$:

$$\frac{\Delta k}{k_F} \sim \frac{\hbar\omega_D}{E_F} \quad (11.30)$$

где
$$E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m}.$$

Для электронов, имеющих энергию вне этого интервала, решетка движется слишком медленно и не успевает откликаться на поляризующее действие движущегося электрона.

11.14. КУПЕРОВСКИЕ ПАРЫ

Следующий, очень важный шаг на пути создания микроскопической теории сверхпроводимости был сделан в 1956 г. Л. Купером.

Прежде чем говорить о результатах, полученных Купером, еще раз напомним об основном состоянии нормального металла. В нормальном металле при $T=0$ К наименьшей энергией обладает состояние, при котором все электроны проводимости в k -пространстве занимают ячейки внутри сферы Ферми. Все ячейки k -пространства вне сферы Ферми свободны. Такое состояние всего коллектива электронов имеет место для электронов, не взаимодействующих друг с другом.

Зная, что обмен фононами может привести к притяжению электронов, Купер рассмотрел задачу о взаимодействии друг с

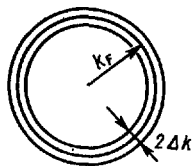


Рис. 11.17. Через фононы взаимодействуют лишь электроны, лежащие в слое толщиной $2\Delta k$ около поверхности Ферми.