

Бардин, Купер и Шриффер обобщили результаты Купера, полученные для взаимодействия только двух электронов, на случай, когда *все электроны образуют связанные пары*. Такая модель является более общей, чем модель Купера. В теории БКШ каждый электрон играет двойную роль. С одной стороны, в силу принципа Паули, он создает ограничения на разрешенные значения волновых векторов других электронов, и это дает возможность электронам образовывать связанные пары, несмотря на слабость притяжения. С другой стороны, сам этот электрон входит в состав одной из куперовских пар.

В теории БКШ была построена волновая функция основного состояния всего коллектива электронов. Считая, что электроны образуют куперовские пары, эту волновую функцию можно было выбрать в виде произведения одинаковых парных функций и, в соответствии с принципом Паули, антисимметризовать ее относительно перестановки пространственных координат и спинов любых двух электронов. При таком виде волновой функции каждый электрон входит в состав одной из куперовских пар и в то же время обеспечивает, благодаря принципу Паули, ограничения на разрешенные состояния других электронов. Энергия основного состояния была найдена вариационным методом.

Основное состояние БКШ отличается от основного состояния нормального металла. Выше мы уже отмечали, что в результате взаимодействия, связывающего электроны в пары, часть электронов из состояний под поверхностью Ферми должна перейти в состояния над ней. Взаимодействие заключается в рассеянии электронов из занятого парного состояния $\{\vec{k}\uparrow, -\vec{k}\downarrow\}$ в свободное $\{\vec{k}'\uparrow, -\vec{k}'\downarrow\}$. В результате такого рассеяния первое из этих состояний с энергией $2E(\vec{k}) < 2E_F$ освобождается, а состояние с энергией $2E(\vec{k}) > 2E_F$ будет занятым. Это означает, что кинетическая энергия системы электронов повысится, но если суммарная отрицательная потенциальная энергия притяжения, отсутствующая в нормальном металле, будет больше, чем повышение кинетической, то описанное перераспределение будет устойчивым (т. к. оно будет энергетически выгодным). Это и происходит при переходе в сверхпроводящее состояние.

Взаимодействие электронов через обмен фононом в квантовой механике определяется матричным элементом электрон-фононного взаимодействия $M_{\alpha-\phi}$ и разницей в энергиях между начальным и конечным состояниями

$$V = \frac{M_{\alpha-\phi}^2}{[E(\vec{k}) - E(\vec{k} + \vec{q})]^2 - (\hbar \omega_q)^2} \quad (11.33)$$

Полученное выражение обычно положительно, но в интервале энергий $|E(\vec{k}) - E(\vec{k} + \vec{q})| < \hbar \omega_D$ оно отрицательно, что и соответствует притяжению между электронами. Притяжение максимально, когда частота фонона равна максимальной, т. е. когда $\omega_q = \omega_{\max} = \omega_D$. Таким образом, наиболее эффективно притягиваются электроны, располагающиеся в слое толщиной $\sim \hbar \omega_D$ вблизи E_F .

В теории БКШ взаимодействие (11.33) заменяется более простым выражением

$$V = \begin{cases} V_0 & \text{при } |E(\vec{k}) - E(\vec{k}')| \leq \hbar \omega_D, \\ 0 & \text{при } |E(\vec{k}) - E(\vec{k}')| > \hbar \omega_D, \end{cases} \quad (11.34)$$

которое резко упрощает расчеты.

Энергетическая щель и критическая температура. Как показано в теории БКШ, энергия системы за счет электрон-фононного взаимодействия понижается на величину, равную

$$\frac{1}{2} N(E_F) \Delta^2(0),$$

где $N(E_F)$ — плотность состояний электронов на поверхности Ферми (без учета спина) для нормального металла, а $\Delta(0)$ — параметр, имеющий размерность энергии. Последний называют параметром энергетической щели, или просто энергетической щелью. Энергетическая щель при нулевой температуре в теории БКШ определяется выражением

$$\Delta(0) = 2 \hbar \omega_D \exp \left[- \frac{1}{V_0 \cdot N(E_F)} \right]. \quad (11.35)$$

Произведение $V_0 \cdot N(E_F)$ является безразмерным. Оно играет роль параметра связи, определяющего интенсивность взаимодействия электронов. Важно отметить, что формула (11.35) получена в приближении слабой связи $V_0 \cdot N(E_F) \ll 1$.

Таким образом, при $T=0$ К минимальной энергии в сверхпроводнике, т. е. основному состоянию, уже не соответствует полностью заполненная сфера Ферми. В теории БКШ вероятность заполнения парного состояния $\{\vec{k}\uparrow, -\vec{k}\downarrow\}$ при $T=0$ К для значений $E(\vec{k})$, близких к E_F , дается выражением

$$f = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{E(\vec{k}) - E_F}{[(E(\vec{k}) - E_F)^2 + \Delta(0)]^{1/2}} \right]. \quad (11.36)$$

На рис. 11.18 приведен график зависимости вероятности заполнения состояний от энергии при $T=0$ К для нормального ме-

талла и сверхпроводника. Область «размытия» распределения по энергии определяется параметров $\Delta(0)$. Для наиболее типичных значений температуры Дебая $\theta_D = \frac{\hbar \omega_D}{k_B} = 100 \text{ К}$ и $V_0 \cdot N(E_F) \approx 0,3 \Delta(0)$ составляет $4 \cdot 10^{-4} \text{ эВ}$, что по порядку величины совпадает с $k_B T_C$ для большинства низкотемпературных сверхпроводников.

Из детальных расчетов следует, что сверхпроводящее состояние возникает при критической температуре, определяемой соотношением

$$k_B T_C = 1,13 \hbar \omega_D \exp \left[- \frac{1}{V_0 \cdot N(E_F)} \right]. \quad (11.37)$$

Отсюда получается не зависящее от феноменологических параметров V_0 и $N(E_F)$ соотношение

$$\frac{2 \Delta(0)}{k_B T_C} = 3,52, \quad (11.38)$$

которое, как показывает опыт, хорошо выполняется для низкотемпературных сверхпроводников и хуже — для высокотемпературных.

Теория предсказывает также, что вблизи T_C энергетическая щель изменяется с температурой по закону

$$\Delta(T) = 1,74 \Delta(0) \left[1 - \frac{T}{T_C} \right]^{1/2}. \quad (11.39)$$

При $T = T_C$ щель исчезает.

В теории БКШ оценивается энергия, необходимая для создания в сверхпроводнике, находящемся в основном состоянии, двух неспаренных электронов с импульсами $\vec{k}\uparrow$ и $\vec{k}'\downarrow$. Эта минимальная энергия разрыва пары равна $2\Delta(0)$. Таким образом, можно сказать, что возбужденные состояния в сверхпроводнике, соответствующие неспаренным электронам, отделены от основного состояния щелью $2\Delta(0)$. Если куперовским парам каким-либо образом сообщается энергия $\geq 2\Delta(0)$, эти пары разрушаются.

Предположив, что сверхпроводимость связана с куперов-

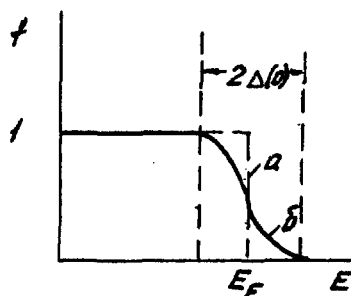


Рис. 11.18. а) Вероятность того, что в основном состоянии нормального металла одноэлектронное состояние с энергией E занято; б) вероятность того, что двухэлектронное состояние $\{\vec{k}\uparrow, -\vec{k}\downarrow\}$ заполнено. Это соответствует основному состоянию сверхпроводника. В обоих случаях $T = 0 \text{ К}$

скими парами, Бардин, Купер и Шриффер сумели объяснить существование критической температуры, скачок теплоемкости при $T=T_c$ и зависимость $c(T)$ при $T < T_c$, квантование магнитного потока, существование критического тока и магнитного поля и многие другие свойства сверхпроводников. В рамках теории БКШ объясняется и то свойство, благодаря которому сверхпроводники получили свое название, т. е. отсутствие электрического сопротивления. Кстати, именно это свойство труднее всего поддается описанию.

В отличие от электронов, имеющих полуцелый спин, куперовская пара — это, по существу, новая частица, имеющая спин, равный нулю. Такие частицы подчиняются статистике Бозе-Эйнштейна. Для них не существует запрета Паули. Бозе-частицы обладают замечательным свойством: они в сколь угодно большом количестве могут находиться в одном состоянии, причем, чем больше их оказывается в этом состоянии, тем труднее какой-либо из частиц выйти из данного состояния. Происходит так называемая бозе-конденсация. Что же означает требование, чтобы все куперовские пары находились в одном состоянии? Это значит, что все пары должны соответствовать друг другу по всем физическим параметрам. Рассмотрим на-

пример, импульс пары. Суммарный импульс пары $\{\vec{P}\uparrow, -\vec{P}\downarrow\}$ в отсутствие внешнего воздействия равен нулю. Это справедливо для каждой пары, и поэтому наше требование общей корреляции выполняется автоматически и, казалось бы, не означает ничего нового. Однако ситуация резко изменится, если поместить всю совокупность куперовских пар в электрическое поле. В поле куперовские пары будут ускоряться, т. е. получать результирующий импульс. Из-за взаимосвязи между парами этот импульс должен быть абсолютно одинаковым для всех пар. Наше требование запрещает любой куперовской паре обмениваться импульсом с решеткой, поскольку в этом случае пара перешла бы в другое состояние, что исключается. Конечно, электроны, образующие куперовскую пару за счет обмена виртуальным фононом, постоянно рассеивают друг друга, но, поскольку при этом их полный импульс сохраняется, ток не изменяется. Это означает, что перенос заряда через решетку осуществляется без сопротивления.

В рамках теории БКШ объясняются также многие свойства высокотемпературных сверхпроводников. На спаривание электронов указывает квантование магнитного потока в высо-

котемпературных сверхпроводниках с квантом $\Phi_0 = \frac{h}{2e}$, а

также джозефсоновские эксперименты. Достаточно легко объясняются эффект Мейсснера—Оксенфельда и существование критических значений тока и магнитного поля. На определен-

ное участие решетки в спаривании электронов указывает изотопический эффект. Труднее поддаются объяснению высокие значения критической температуры сверхпроводящего перехода.

Оценим максимально возможную T_C в теории БКШ. Это легко сделать, воспользовавшись формулой (11.37). Максимальная энергия фононов $\omega_{\max} = \omega_D$ определяется из характеристической температуры Дебая $\theta_D = \frac{\hbar \omega_D}{k_B}$. Для различных металлов θ_D лежит в интервале от 100 до 500 К. Напомним, что формула (11.37) получена в приближении слабой связи $g = V_0 \cdot N(E_F) \ll 1$. Если допустить, что $g = 0,3$, то для $\theta_D = 500$ К получим $T_C \approx 25$ К.

Эта оценка показывает, что для сверхпроводников с высокой температурой перехода используемое в теории БКШ приближение слабой связи непригодно. В работах Г. М. Элиашберга и ряда других физиков проведено обобщение теории БКШ на случай сильной связи: $g \approx 1$.

1. Предполагалось, что в электрон-электронное взаимодействие эффективный вклад дают не только фононы с дебаевской частотой, но и виртуальные фононы со всеми частотами. Интенсивность взаимодействия в этом случае становится зависящей от частоты фононов, т. е. $g = g(\omega)$.

Теория показала, что при этом температура сверхпроводящего перехода выражается приближенно формулой

$$T_C = \frac{\hbar \tilde{\omega}}{k_B} \cdot \exp \left[- \frac{1}{g(\tilde{\omega})} \right]. \quad (11.40)$$

Несмотря на то, что это выражение похоже на формулу (11.37), здесь имеются очень существенные отличия. В отличие от (11.37), $\tilde{\omega}$ здесь не максимально возможная, т. е. дебаевская частота, а некоторая характерная для данного сверхпроводника частота, вычисление которой требует детального знания всего колебательного спектра. Кроме того, константа связи g теперь сильно зависит от частоты: $g(\tilde{\omega}) \sim \tilde{\omega}^2$. Следствием этого является очень сильная зависимость T_C от структуры колебательного спектра. Из (11.40) следует также, что более высоких T_C следует ожидать при меньших частотах $\tilde{\omega}$. Этот вывод прямо противоположен выводу теории со слабой связью, где T_C определялась только дебаевской частотой ω_D в предэкспоненциальном множителе и большими значениями ω_D соответствовали более высокие критические температуры.

Таким образом, усиление электрон-фононного взаимодейст-

вия приводит к повышению критической температуры. Теория с сильной связью ($g \approx 1$) хорошо описывает свойства таких сверхпроводников, как свинец ($T_C = 7,2$ К), ниобий ($T_C = 9,26$ К) и ряда других. Однако объяснить наблюдаемые в сверхпроводящих керамиках критические температуры ~ 100 К и более в рамках этой теории не просто. Дело в том, что «средняя» частота $\tilde{\omega}$, являющаяся характеристикой всего колебательного спектра твердого тела, входит в выражение для T_C так, что и при очень малых, и при очень больших $\tilde{\omega}$ температура перехода стремится к нулю. Предсказать же максимально возможную T_C из формулы (11.40) достаточно сложно, т. к. $g(\tilde{\omega})$ зависит от многих величин, характеризующих свойства конкретного сверхпроводника в нормальном состоянии, которые точно неизвестны.

Объяснить существование высоких T_C можно, если допустить, что существуют какие-либо другие механизмы спаривания электронов, кроме фононного. Эти взаимодействия должны быть более сильными, чем взаимодействие через колеблющуюся кристаллическую решетку. На момент написания этой книги не сложилось единого мнения о том, какие это механизмы. На решение этой проблемы направлены сегодня усилия многих ученых.

ГЛАВА 12.

ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ТВЕРДЫХ ТЕЛ

12.1. ВИДЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СВЕТА С ТВЕРДЫМ ТЕЛОМ

Оптические свойства твердых тел, или, точнее говоря, физические процессы, протекающие в кристаллах при их взаимодействии с электромагнитным излучением в оптическом диапазоне длин волн, весьма разнообразны. Взаимодействие света с твердым телом можно разделить на два типа: взаимодействие с сохранением энергии кванта света и взаимодействие с превращением энергии кванта.

К первому типу взаимодействия относят пропускание, отражение, рассеяние света, вращение плоскости поляризации и т. п. Сохранение энергии кванта (фотона) означает, что при взаимодействии с твердым телом отсутствует эффект передачи энергии.

Во взаимодействиях второго типа энергия фотона передается твердому телу, в результате чего могут генерироваться различные квазичастицы. Эти взаимодействия условно можно раз-