III. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ПОСТОЯННЫХ ТОКОВ

§ 24. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ЛИНЕЙНЫХ ПОСТОЯННЫХ ТОКОВ. ЗАКОНЫ АМПЕРА И БИО — САВАРА — ЛАПЛАСА

Одним из основных достижений физики XIX в. является установление следующего факта. Подобно тому как с каждым электрическим зарядом, покоящимся в данной системе отсчета, связано электрическое поле, так со всяким движущимся (относительно избранной системы отсчета) зарядом связано помимо электрического поля еще и магнитное, которое, в свою очередь, оказывает силовое воздействие только на движущиеся заряды. Покоящиеся заряды не создают в окружающем пространстве магнитного поля и не испытывают в магнитном поле с его стороны силового воздействия.

Магнитное поле движущихся зарядов (токов) было открыто Эрстедом (1820), когда он обнаружил действие тока на расположенную поблизости магнитную стрелку. Связь между силой тока и напряженностью его магнитного поля устанавливает закон Био—Савара—Лапласа, известный из курса общей физики, где он сформулирован для случая линейных токов. Линейные токи определяются как токи в таких проводниках, у которых линейные размеры сечений (например, диаметры) малы по сравнению с расстояниями от этих сечений до точек наблюдения.

Хорошо известна роль пробного электрического заряда в построении теории электростатического поля. Аналогичную роль играет пробный элемент тока idl, помещенный для исследования магнитного поля в данную «точку» наблюдения. Здесь буквой i обозначается пробный линейный ток, dl—элемент проводника, направленный по току (т. е. по направлению движения положительных зарядов). Связь между силой, с которой магнитное поле действует на пробный элемент тока, внесенный в данную точку, и напряженностью поля в той же точке устанавливает закон Ампера (1775—1836)*.

Два закона—Ампера и Био—Савара—Лапласа, полученные экспериментально,—образуют основу теории магнитного поля постоянных токов (стационарного магнитного поля).

Из опыта известно, что сила $d\vec{F}$, с которой магнитное поле действует в вакууме на пробный элемент тока, прямо пропор-

* В курсе физики средней школы вводится другое пробное тело—малая рамка с током; ее взаимодействие с постоянным магнитным полем рассматривается в § 29.

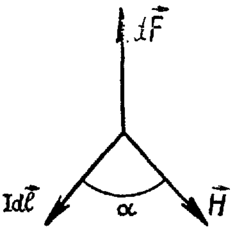

Рис. 45

ционально величине $idl\sin\alpha$, где α — угол между направлением $id\vec{l}$ и направлением напряженности поля $\vec{H}$. Сила $d\vec{F}$ перпендикулярна плоскости, в которой лежат векторы $d\vec{l}$ и $\vec{H}$. Отношение $\frac{dF}{idl\sin\alpha}$ однозначно характеризует поле в данной точке, поэтому напряженность поля была определена как величина, пропорциональная этому отношению:

$$H=\frac{1}{\mu_0}\frac{dF}{idl\sin\alpha}, \qquad (24.1)$$

где μ_0 — коэффициент пропорциональности, рассматриваемый ниже.

Направление вектора $\vec{H}$ определяется условием, что он с векторами $d\vec{l}$ и $d\vec{F}$ образует правовинтовую тройку векторов (рис. 45). Это правило известно из курса физики средней школы как правило левой рукн. Из выражения (24.1) следует:

$$d\vec{F}=\mu_0\,[id\vec{l}\vec{H}]=\mu_0 i\,[d\vec{l}\vec{H}]. \qquad (24.2)$$

Данная запись выражает закон Ампера: сила, с которой магнитное поле в данной точке действует на пробный элемент тока, прямо пропорциональна векторному произведению элемента тока $id\vec{l}$ на напряженность поля $\vec{H}$ в этой точке.

Как видно из (24.2), закон Ампера может быть использован для вычисления механического воздействия магнитного поля на элемент тока лишь при условии задания напряженности поля $\vec{H}(x,\ y,\ z)$. Ее можно вычислить по распределению токов в пространстве и координатам точки наблюдения, воспользовавшись законом Био—Савара—Лапласа в дифференциальной форме

$$d\vec{H}=k\,\frac{[Id\vec{l}\,\vec{r}]}{r^3}{}^{*}, \qquad (24.3)$$

где $d\vec{H}$ — элемент напряженности магнитного поля, обусловленного линейным элементом тока $Id\vec{l}$ в произвольной точке наблюдения, $\vec{r}$ — радиус-вектор с началом в точке $M(x_0,\ y_0,\ z_0)$ местонахождения элемента тока и концом в точке наблюдения $A(x, y, z)$, k — коэффициент пропорциональности (рис. 46). Из формулы

---

* В этом параграфе применяют два буквенных обозначения для линейных токов (i и I): одно — в записи закона Ампера, другое — в записи закона Био—Савара—Лапласа. В дальнейшем изложении это различие не делается.

(24.3) вытекает, что три вектора $I\vec{dl}$, $\vec{r}$ и $d\vec{H}$ образуют правовинтовую систему.

Рассматривая совместно законы Ампера и Био—Савара—Лапласа, можно исключить из них $\vec{H}$ и, измерив F, i, I, l, r, получить одно уравнение связи коэффициентов пропорциональности μ_0 и k, причем один из них можно, очевидно, выбрать произвольно. Естественно, что этот выбор надо сделать так, чтобы основные формулы теории магнитного поля принимали простую форму. Одной из основ Международной системы единиц (СИ) является допущение, что коэффициент пропорциональности k — безразмерная величина, равная $\frac{1}{4\pi}$. Тогда закон Био—Савара—Лапласа в СИ принимает вид

$$d\vec{H} = \frac{I}{4\pi}\frac{[\vec{dl}\vec{r}]}{r^3}. \qquad (24.4)$$

В скалярной форме закон записывается так:

$$dH = \frac{Idl\sin(\widehat{\vec{dl}, \vec{r}})}{4\pi r^2}, \qquad (24.5)$$

где I выражено в амперах, r и l — в метрах, H — в амперах на метр (А/м).

Из упомянутой выше связи между k и μ_0 следует, что $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ Н/А$^2 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ Гн/м (генри на метр).

В законе Ампера (24.2) dF выражено в ньютонах, i — в амперах, dl — в метрах, H — в амперах на метр.

В гауссовой системе единиц (СГС) коэффициент пропорциональности $k = \frac{1}{c}$, где c — электродинамическая постоянная, численно равная скорости света в вакууме ($c = 3\cdot 10^{10}$ см/с). Соответственно закон Био—Савара—Лапласа в системе СГС имеет вид:

$$d\vec{H} = \frac{I}{c}\frac{[\vec{dl}\vec{r}]}{r^3}, \qquad (24.6)$$

где H выражается в эрстедах (Э), I — в единицах СГС тока, r и l — в сантиметрах. Формулы (24.5) и (24.6) позволяют установить соотношение между единицами напряженности

$$1\,\frac{\text{А}}{\text{м}} = 4\pi\cdot 10^{-3}\ \text{Э},$$

грубо приближенно 1 Э $\approx$ 80 А/м.

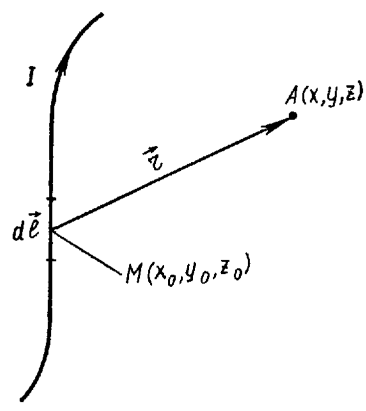

Рис 46

При записи закона Ампера в системе СГС вместо коэффициента пропорциональности μ_0 появляется другой — $\frac{1}{c}$ ($c=3\cdot 10^{10}$ см/с). Соответственно

$$d\vec{F}=\frac{i}{c}[d\vec{l}\vec{H}], \tag{24.7}$$

где F выражена в динах, i — в единицах СГС тока, H — в эрстедах, l — в сантиметрах.

Чтобы найти напряженность $\vec{H}$ результирующего магнитного поля, обусловленного током в проводнике конечной длины l в произвольной точке (см. рис. 46), надо воспользоваться принципом суперпозиции и произвести интегрирование выражения (24.4) по всей длине проводника:

$$\vec{H}=\frac{I}{4\pi}\int_l \frac{[d\vec{l}\vec{r}]}{r^3}. \tag{24.8}$$

При конкретных расчетах по (24.8) надо в общем случае найти три скалярных интеграла:

$$H_x=\frac{I}{4\pi}\int_l \frac{[dy_0(z-z_0)-dz_0(y-y_0)]}{r^3} \quad \text{и т. д.,}$$

используя определитель при нахождении составляющих векторного произведения по декартовым осям

$$[d\vec{l}\vec{r}]=\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ dx_0 & dy_0 & dz_0 \\ (x-x_0) & (y-y_0) & (z-z_0) \end{vmatrix}$$

$$[d\vec{l}\vec{r}]_x=dy_0(z-z_0)-dz_0(y-y_0) \quad \text{и т. д.}$$

При переходе от элементарной «амперовой» силы, с которой поле действует на элемент линейного тока $Id\vec{l}$, к силе, действующей на проводник конечной длины с током I, надо проинтегрировать выражение (24.7) по всей длине проводника l:

$$\vec{F}=\mu_0 I\int_l [d\vec{l}\vec{H}]. \tag{24.9}$$

Особо простой вид принимает это выражение для случая прямолинейных токов в однородном магнитном поле ($\vec{H}=\text{const}$):

$$F=\mu_0 IHl\sin(\widehat{\vec{l},\vec{H}}). \tag{24.10}$$

Вычисление напряженностей магнитных полей и амперовых сил, действующих на токи в этих полях, имеет огромное значение при конструировании практически всех устройств и приборов электротехники, радиотехники, электроники, атомной физики и т. д.

Выше указывалось, что закон Ампера, представленный в формах (24.2) и (24.9), справедлив только для случая, когда магнитное поле находится в вакууме. При полном или частичном заполнении поля теми или иными магнетиками формулы (24.2) и (24.9) изменяются в связи с намагничиванием среды.

Отметим важную особенность закона Био—Савара—Лапласа: по сравнению с полем в вакууме напряженность поля не изменится, если все поле тока заполнить каким угодно однородным магнетиком. Это положение находит математическое выражение в том, что в закон Био—Савара—Лапласа не входит магнитная проницаемость μ. В связи с этим следует еще раз напомнить, что в данной главе рассматриваются магнитные поля постоянных токов.

Метод графического изображения магнитных полей при помощи силовых линий (линий вектора $\vec{H}$) не нуждается в особом обсуждении.

§ 25. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ОБЪЕМНЫХ И ПОВЕРХНОСТНЫХ ТОКОВ

Введенное выше понятие линейных токов представляет собой идеализацию; все реальные токи являются объемными токами.

Преобразуем элемент линейного тока в элемент объемного тока. Выберем в поле объемного тока элементарный прямой цилиндр длиной dl с основанием dS, перпендикулярным току dI, текущему по этому цилиндру (рис. 47). Ввиду малости сечения dS можно считать $Id\vec{l}$ элементом линейного тока. Исходя из равенства $dI = jdS$, получим:

$$dId\vec{l} = jdSd\vec{l} = \vec{j}dV, \qquad (25.1)$$

где знак вектора перенесен с $d\vec{l}$ на $\vec{j}$. Выражение $\vec{j}dV$ представляет собой элемент объемного тока.

Используя эту замену, перепишем выражение (24.4) применительно к элементу напряженности магнитного поля, обусловленного элементом объемного тока:

$$d\vec{H} = \frac{[\vec{j}\,\vec{r}]}{4\pi r^3} dV. \qquad (25.2)$$

Для вычисления напряженности магнитного поля, обусловленного током, текущем в объеме V, необходимо интегрировать по всему этому объему:

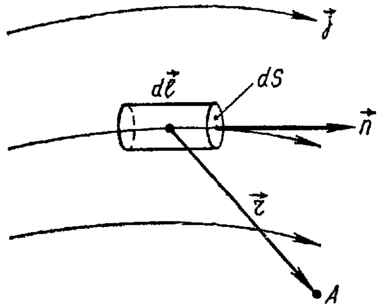

Рис. 47