боров электротехники, радиотехники, электроники, атомной физики и т. д.

Выше указывалось, что закон Ампера, представленный в формах (24.2) и (24.9), справедлив только для случая, когда магнитное поле находится в вакууме. При полном или частичном заполнении поля теми или иными магнетиками формулы (24.2) и (24.9) изменяются в связи с намагничиванием среды.

Отметим важную особенность закона Био—Савара—Лапласа: по сравнению с полем в вакууме напряженность поля не изменится, если все поле тока заполнить каким угодно однородным магнетиком. Это положение находит математическое выражение в том, что в закон Био—Савара—Лапласа не входит магнитная проницаемость μ. В связи с этим следует еще раз напомнить, что в данной главе рассматриваются магнитные поля постоянных токов.

Метод графического изображения магнитных полей при помощи силовых линий (линий вектора $\vec{H}$) не нуждается в особом обсуждении.

§ 25. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ОБЪЕМНЫХ И ПОВЕРХНОСТНЫХ ТОКОВ

Введенное выше понятие линейных токов представляет собой идеализацию; все реальные токи являются объемными токами.

Преобразуем элемент линейного тока в элемент объемного тока. Выберем в поле объемного тока элементарный прямой цилиндр длиной dl с основанием dS, перпендикулярным току dI, текущему по этому цилиндру (рис. 47). Ввиду малости сечения dS можно считать $Id\vec{l}$ элементом линейного тока. Исходя из равенства $dI = jdS$, получим:

$$dId\vec{l} = jdSd\vec{l} = \vec{j}dV, \qquad (25.1)$$

где знак вектора перенесен с $d\vec{l}$ на $\vec{j}$. Выражение $\vec{j}dV$ представляет собой элемент объемного тока.

Используя эту замену, перепишем выражение (24.4) применительно к элементу напряженности магнитного поля, обусловленного элементом объемного тока:

$$d\vec{H} = \frac{[\vec{j}\,\vec{r}]}{4\pi r^3}dV. \qquad (25.2)$$

Для вычисления напряженности магнитного поля, обусловленного током, текущем в объеме V, необходимо интегрировать по всему этому объему:

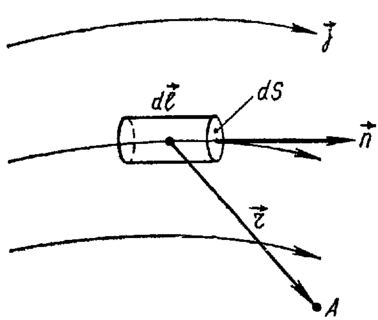

Рис. 47

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi}\int\limits_V \frac{[\vec{j}\vec{r}]}{r^3}\,dV. \qquad (25\ 3)$$

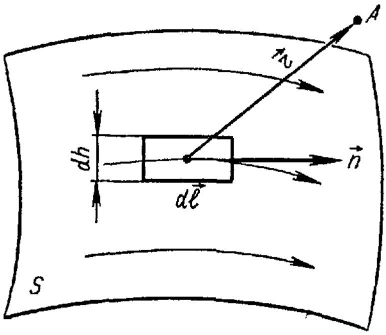

Рис. 48

Иногда приходится рассматривать поверхностный ток и соответственно поверхностную плотность тока. Пусть ток течет по поверхности S (рис. 48). По определению поверхностная плотность тока $\vec{i}$ представляет собой вектор, совпадающий по направлению с вектором скорости положительных зарядов и численно равный току, протекающему через отрезок единичной длины, перпендикулярный направлению движения зарядов:

$$\vec{i} = \frac{dI}{dh}\vec{n}, \qquad (25.4)$$

где $\vec{n}$ — единичный вектор, перпендикулярный dh.

Преобразуем элемент линейного тока в элемент поверхностного тока:

$$dI\,d\vec{l} = \frac{dI\,dl\,\vec{dh}}{dh} = \vec{i}\,dS \qquad (25.5)$$

(знак вектора перенесен с $d\vec{l}$ на $\vec{i}$).

Используя эту замену, перепишем выражение (24.4) для поля элемента поверхностного тока:

$$d\vec{H} = \frac{[\vec{i}\vec{r}]}{4\pi r^3}\,dS, \qquad (25.6)$$

откуда для результирующего поля получаем:

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi}\int\limits_S \frac{[\vec{i}\vec{r}]}{r^3}\,dS. \qquad (25.7)$$

В эти разновидности формул закона Био—Савара—Лапласа также не входит магнитная проницаемость μ, т. е. они применимы для вычисления магнитных полей как в вакууме, так и в однородном магнетике, заполняющем все поле. Такая зависимость между токами и напряженностью их магнитного поля напоминает зависимость между электрическими зарядами и вектором электрической индукции (например, $\mathrm{div}\,\vec{D} = \rho$). Речь идет о некоторой (конечно, формальной) общности свойств векторов $\vec{H}$ и $\vec{D}$, которая будет уточнена ниже.

В школьном курсе физики вектор напряженности магнитного поля не вводится (не рассматривается и закон Био—Савара—Лапласа).

Упражнения

25. Найдите напряженность поля прямолинейного постоянного тока конечной длины $BC = 2l$ (рис. 49).

У к а з а н и я. В данном случае все элементы $d\vec{H}$, обусловленные отдельными элементами тока $Id\vec{l}$ в точке наблюдения A, направлены одинаково (на рис. 49 за плоскость чертежа). Поэтому можно исходить из формулы (24.5) в скалярной записи. Вводимые обозначения ясны из рисунка. Следует произвести замену переменных, выражая их через R и $\varphi = \angle(d\vec{l}, \vec{r})$, а точку O принять за начало координат.

При анализе решения выполните переход к бесконечно длинному прямолинейному проводнику ($\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \pi$).

Используйте полученные выражения, записанные в СИ и СГС, как определяющие формулы и дайте определение единиц напряженности.

При каких условиях можно использовать формулу напряженности поля бесконечно длинного прямолинейного тока для вычисления полей прямолинейных токов конечной длины?

26. Найдите напряженность магнитного поля на оси кольцевого тока радиуса a (рис. 50).

У к а з а н и е. Исходите из осевой симметрии поля. На рисунке 50 изображены два элемента тока — $Id\vec{l}_1$ и $Id\vec{l}_2$, расположенные симметрично; геометрическая сумма их напряженностей направлена вдоль оси. На такие пары элементов надо разбить весь кольцевой ток.

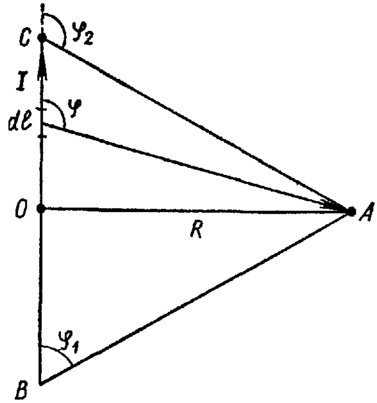

Рис 49

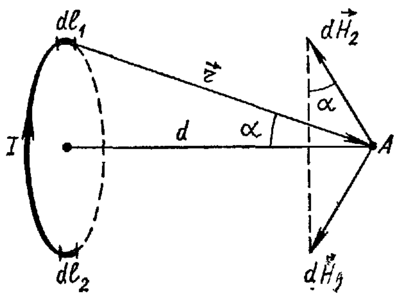

Рис. 50

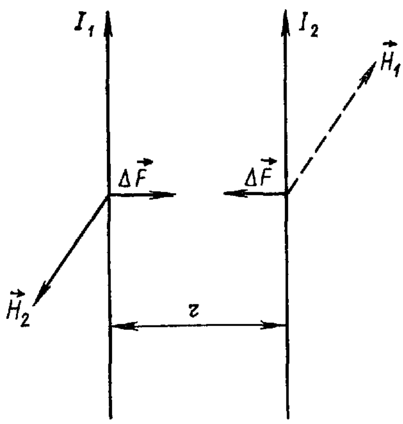

Рис. 51

При исследовании решения перейдите к случаю поля в центре кольцевого тока ($d=0$).

Сопоставьте полученное выражение для напряженности при больших d с формулой напряженности поля электрического диполя в точках, расположенных на продолжении оси диполя (упр. 1).

27. Найдите силу взаимодействия двух бесконечно длинных параллельных и одинаково направленных линейных токов I_1 и I_2 (рис. 51), находящихся в вакууме на расстоянии r друг от друга (в расчете на 1 м длины).

Указание. Используйте полученное в упражнении 25 выражение для поля бесконечно длинного прямолинейного тока и формулу (24.10) для амперовой силы, учтя, что напряженность поля H_1 тока I_1 во всех точках проводника с током I_2 одинакова и что $\angle(\vec{l_2}, \vec{H_1})=\frac{\pi}{2}$.

При исследовании решения произведите подстановки $I_1=I_2=1\text{А}$, $r=1$ м, $l_2=1$ м и сопоставьте результат с определением ампера. Тем самым можно убедиться в правильности указанных выше численных значений коэффициентов пропорциональности в законах Ампера и Био—Савара—Лапласа: $\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м, $k=\frac{1}{4\pi}$.

§ 26. ЗАКОН ПОЛНОГО ТОКА. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ПОСТОЯННЫХ ТОКОВ (I УРАВНЕНИЕ МАКСВЕЛЛА)

Метод вычисления напряженности магнитного поля тока на основе закона Био—Савара—Лапласа не является единственным. Ниже будут рассмотрены и другие методы решения этой задачи, позволяющие выявить важные особенности магнитного поля токов.

Пусть I—ток в длинном прямом проводнике (рис. 52). Рассмотрим циркуляцию вектора $\vec{H}$ по силовой линии L—окружности радиусом R. Проекция H_l на касательную к силовой линии в какой-либо точке равна, очевидно, численному значению напряженности, определяемой (см. упр. 25) при достаточно длинном проводнике выражением $\frac{I}{2\pi R}$. Поэтому циркуляция $\vec{H}$ равна:

$$\oint_L \vec{H}d\vec{l} \equiv \oint_L H_l dl = \frac{I}{2\pi R}\oint_L dl = I. \qquad (26.1)$$

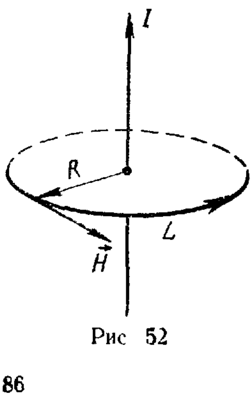

Рис 52

Отсюда вытекает, что циркуляция $\vec{H}$ не зависит от радиуса силовой линии. Можно показать, что она не зависит ни от формы контура обхода, ни от формы проводника с током. Если использовать из классической магнетостатики определение напряжен-