Уравнение (32.5) представляет собой II уравнение Максвелла в дифференциальной форме.

Здесь снова используется идея Максвелла о переходе к бесконечно малому объему, к точке. Если в какой-либо точке происходит изменение магнитного вектора, то это приводит к появлению вихревого электрического поля, т. е. переменный вектор магнитной индукции охватывается замкнутыми силовыми линиями электрического поля. Итак, по Максвеллу, поле электрическое может быть определено ротором вектора $\vec{E}$ через производную $\vec{B}$ по времени. Поскольку ротор $\vec{E}$ определяется совокупностью частных производных вектора $\vec{E}$ по координатам, физический смысл II уравнения Максвелла можно изложить так: изменение вектора $\vec{B}$ во времени вызывает изменение вектора $\vec{E}$ в пространстве. Таким образом, II уравнение выражает установленную еще Фарадеем фундаментальную связь между магнитным и электрическим полями: изменение магнитного поля приводит к возникновению электрического поля.

§ 33. I УРАВНЕНИЕ МАКСВЕЛЛА

В § 26 было получено дифференциальное уравнение для магнитного поля постоянных токов:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j}.$$

Максвелл дополнил это уравнение новым видом тока, не связанным с движением зарядов вдоль цепи. Пусть в цепь переменного тока включен конденсатор C (рис. 63). Как принято говорить в физике и электротехнике, конденсатор не является разрывом в цепи переменного тока; однако ток проводимости на пластинах конденсатора, несомненно, обрывается (предполагается наличие идеального диэлектрика, исключающего токи утечки).

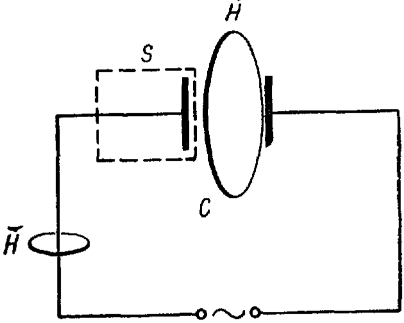

Рис. 63

В промежутке между пластинами, как предположил Максвелл, возникает новый вид тока, который замыкает цепь тока проводимости; Максвелл назвал его током смещения. Данное название связано с некоторыми устаревшими представлениями о природе этого тока. С современной точки зрения в пространстве между пластинами имеется переменное электрическое поле и обусловленная им переменная поляризация диэлектрика; они и представляют собой ток смещения. Применяемый в данном случае термин «ток» Максвелл обосновал тем, что при переменном электрическом поле вокруг области переменной поляризации существует магнитное поле подобно тому, как магнитное поле сопутствует всякому току проводимости (наличие магнитного поля вокруг тока смещения у Максвелла являлось гипотезой, которая впоследствии полностью подтвердилась).

Величину тока смещения Максвелл определил таким образом, чтобы для суммы токов смещения и проводимости оказалось справедливым первое правило Кирхгофа, которое для одного тока проводимости в цепи переменного тока не соблюдается в связи с тем, что здесь имеет место накопление и растекание зарядов. Проще всего это выявляется на примере цепи с конденсатором (см. рис. 63). В первый полупериод ток проводимости только втекает в пластину конденсатора, совершенно не вытекая; при этом на пластине накапливаются заряды. В следующий полупериод происходит обратное: ток проводимости только вытекает из пластины, ее заряд растекается.

Если мы охватим часть пространства, обтекаемого переменными токами, замкнутой поверхностью S (например, левую пластину конденсатора на рис. 63), то здесь, как указывалось, для тока проводимости I уже непригодно первое правило Кирхгофа.

Если в переменных полях ток проводимости может вытекать из объема V через его поверхность S, то в соответствии с законом сохранения электрических зарядов это сопряжено с убылью того свободного заряда, который находился в этом объеме, т. е.

$$\Sigma I = \oint_S j_n \, dS = -\frac{dQ}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_V \rho \, dV. \tag{33.1}$$

Этот случай уже рассматривался в § 23 и привел нас к общему виду закона сохранения заряда (уравнению непрерывности):

$$\operatorname{div} \vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}.$$

Введем понятие полного тока как суммы токов проводимости и смещения. При рассмотрении переменного тока в цепи с конденсатором мы полагали, что ток проводимости и ток смещения локализованы в различных участках пространства (первый — в проводах, второй — в промежутке между пластинами конденсатора). В общем случае эти токи могут протекать в одних и тех же участках пространства, поэтому вводят в рассмотрение плотность полного тока $\vec{j}_{\text{полн}}$ как геометрическую сумму плотностей тока проводимости $\vec{j}$ и тока смещения $\vec{j}_{\text{смещ}}$:

$$\vec{j}_{\text{полн}} = \vec{j} + \vec{j}_{\text{смещ}}. \tag{33.2}$$

Как указывалось, для полного тока должно удовлетворяться первое правило Кирхгофа:

$$\operatorname{div} \vec{j}_{\text{полн}} = \operatorname{div} (\vec{j} + \vec{j}_{\text{смещ}}) = 0, \tag{33.3}$$

т. е. линии полного тока должны быть непрерывными. Отсюда сразу же имеем:

$$\operatorname{div} \vec{j}_{\text{смещ}} = -\operatorname{div} \vec{j}.$$

Это равенство означает, что в каждый момент времени ток проводимости, втекающий в единицу объема, равен току смещения, вытекающему из этого объема (и наоборот).

С учетом уравнения непрерывности для плотности тока смещения выполняется равенство

$$\operatorname{div} \vec{j}_{\text{смещ}} = \frac{\partial \rho}{\partial t}. \tag{33.4}$$

Установим связь между током смещения и вектором индукции $\vec{D}$, характеризующим состояние среды, в которой наблюдается ток смещения. Как известно, $\operatorname{div} \vec{D} = \rho$, откуда

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \operatorname{div} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

Вводя последнее выражение в уравнение (33.4), получим:

$$\operatorname{div} \vec{j}_{\text{смещ}} = \operatorname{div} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

От равенства дивергенций переходим к равенству векторов, стоящих под знаком дивергенции *

$$\vec{j}_{\text{смещ}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}), \tag{33.5}$$

т. е. плотность тока смещения пропорциональна скорости изменения вектора индукции $\vec{D}$.

Выясним теперь физическую природу тока смещения, исходя из уравнения (33.5). В § 13 было введено соотношение между векторами индукции $\vec{D}$, напряженности $\vec{E}$ и поляризации $\vec{P}$:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}.$$

После подстановки этого выражения в уравнение (33.5) имеем:

---

* В это равенство может входить еще некоторое постоянное слагаемое, которым можно пренебречь.

$$\vec{j}_{\text{смещ}} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}. \qquad (33.6)$$

Таким образом, ток смещения состоит из двух частей. Первое слагаемое $\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ называется «чистым» током смещения и представляет собой переменное электрическое поле. Очевидно, что в случае вакуума второе слагаемое равно нулю, так как в вакууме нет поляризованного вещества и $\vec{P} = 0$. Тогда ток смещения сводится к переменному электрическому полю и не связан с перемещением зарядов.

Второе слагаемое $\frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$ называется поляризационным током и связано с изменением поляризации в переменном электрическом поле. При поляризационном токе происходит движение связанных зарядов: если в диэлектрике имеет место электронный механизм поляризации, то положительные и отрицательные заряды внутри молекул за каждую половину периода колебания поля меняются местами; если же налицо ориентационный механизм, то происходит переориентация диполей.

В металлах ток смещения всегда исчезающе мал, поэтому и не учитывается; в реальных диэлектриках и полупроводниках токи смещения могут быть сравнимы с токами проводимости и даже превосходить их по величине (см. упр. 31).

Как уже указывалось, ток смещения в магнитном отношении эквивалентен току проводимости; в соответствии с этим Максвелл обобщил дифференциальное уравнение поля постоянных токов, считая, что завихрение вектора $\vec{H}$ в общем случае обусловлено как токами проводимости, так и токами смещения:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j}_{\text{полн}} = \vec{j} + \vec{j}_{\text{смещ}},$$

откуда при подстановке (33.5) получаем I уравнение Максвелла в дифференциальной форме

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \qquad (33.7)$$

Таким образом, магнитное поле создается не только движущимися зарядами, но и изменяющимся электрическим полем.

Выразим I уравнение Максвелла в интегральной форме; для этого умножим нормальные составляющие векторов в выражении (33.7) на dS и перейдем к интегралам

$$\int\limits_S \operatorname{rot}_n \vec{H}\, dS = \int\limits_S j_n\, dS + \frac{d}{dt} \int\limits_S D_n\, dS;$$

наконец, преобразуя левую часть согласно теореме Стокса.

$$\oint\limits_L H_l\, dl = \int\limits_S j_n\, dS + \frac{d}{dt}\int\limits_S D_n\, dS, \tag{33.8}$$

получаем I уравнение Максвелла в интегральной форме.

Следует подчеркнуть, что ток смещения отнюдь не эквивалентен току проводимости в других проявлениях тока (кроме магнитного). Например, при чистом токе смещения не выделяется джоулева теплота; при ориентационном механизме поляризации ток смещения в диэлектрике приводит к выделению теплоты, чего не наблюдается при токе смещения в диэлектрике с электронным механизмом поляризации.

§ 34. ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ ТОКА ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Вычислим работу магнитного поля при произвольном перемещении замкнутого линейного контура с током I, полагаемого далее постоянным. Пусть каждый элемент dl контура L испытывает произвольное бесконечно малое перемещение $\vec{q}$ (рис. 64), причем допускается и деформация контура. По закону Ампера на элемент тока $I\,d\vec{l}$ во внешнем магнитном поле с индукцией $\vec{B}$ действует сила $d\vec{F}$, которая при перемещении $\vec{q}$ совершает работу:

$$\vec{q}\, d\vec{F} = I\vec{q}\,[d\vec{l}\vec{B}] = I\vec{B}\,[\vec{q}\, d\vec{l}].$$

Проведем простые преобразования: $[\vec{q}\, d\vec{l}] = \vec{n}\, dS$, где dS — элемент площади, описанный элементом контура $d\vec{l}$ при перемещении $\vec{q}$, $\vec{n}$ — единичный вектор внешней нормали к элементу dS, сопряженный с направлением тока по правилу правого винта. Тогда

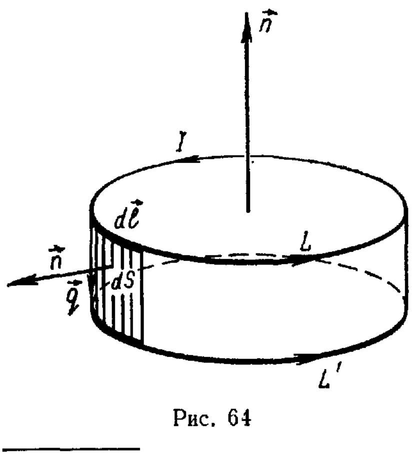

Рис. 64

$$\vec{q}\, d\vec{F} = I\vec{B}\vec{n}\, dS = IB_n\, dS.$$

Общая работа* $\delta\mathcal{A}$ перемещения всех элементов контура выразится интегралом

$$\delta\mathcal{A} = \int \vec{q}\, d\vec{F} = I\int\limits_{\Delta S} B_n\, dS,$$

где ΔS — поверхность, описанная контуром тока L при пе-

* В этом параграфе работа обозначается рукописной буквой $\mathcal{A}$ в отличие от вектор-потенциала A.