$$\oint_L H_l\, dl = \int_S j_n\, dS + \frac{d}{dt}\int_S D_n\, dS, \qquad (33.8)$$

получаем I уравнение Максвелла в интегральной форме.

Следует подчеркнуть, что ток смещения отнюдь не эквивалентен току проводимости в других проявлениях тока (кроме магнитного). Например, при чистом токе смещения не выделяется джоулева теплота; при ориентационном механизме поляризации ток смещения в диэлектрике приводит к выделению теплоты, чего не наблюдается при токе смещения в диэлектрике с электронным механизмом поляризации.

§ 34. ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ ТОКА ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Вычислим работу магнитного поля при произвольном перемещении замкнутого линейного контура с током I, полагаемого далее постоянным. Пусть каждый элемент dl контура L испытывает произвольное бесконечно малое перемещение $\vec{q}$ (рис. 64), причем допускается и деформация контура. По закону Ампера на элемент тока $I\,d\vec{l}$ во внешнем магнитном поле с индукцией $\vec{B}$ действует сила $d\vec{F}$, которая при перемещении $\vec{q}$ совершает работу:

$$\vec{q}\,d\vec{F} = I\vec{q}\,[d\vec{l}\vec{B}] = I\vec{B}\,[\vec{q}\,d\vec{l}].$$

Проведем простые преобразования: $[\vec{q}\,d\vec{l}] = \vec{n}\,dS$, где dS — элемент площади, описанный элементом контура $d\vec{l}$ при перемещении $\vec{q}$, $\vec{n}$ — единичный вектор внешней нормали к элементу dS, сопряженный с направлением тока по правилу правого винта. Тогда

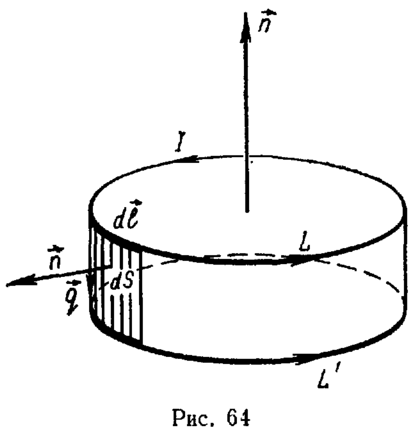

Рис. 64

$$\vec{q}\,d\vec{F} = I\vec{B}\vec{n}\,dS = IB_n\,dS.$$

Общая работа* $\delta\mathcal{A}$ перемещения всех элементов контура выразится интегралом

$$\delta\mathcal{A} = \int \vec{q}\,d\vec{F} = I\int_{\Delta S} B_n\,dS,$$

где ΔS — поверхность, описанная контуром тока L при пе-

* В этом параграфе работа обозначается рукописной буквой $\mathcal{A}$ в отличие от вектор-потенциала A.

ремещении его точек в положение L'. Полезно представить последнее выражение в виде разности:

$$\delta\mathcal{A} = I \int\limits_{S+\Delta S} B_n dS - I \int\limits_S B_n dS = I(\Phi' - \Phi) = I\,\Delta\Phi,$$

где S — поверхность, опирающаяся на контур L, соответственно $S+\Delta S$ — поверхность, опирающаяся на контур L', Φ и Φ' — потоки индукции через эти поверхности S и $S+\Delta S$:

$$\Phi = \int\limits_S B_n dS, \quad \Phi' = \int\limits_{S+\Delta S} B_n dS.$$

Величина потока зависит только от расположения контура L, но не от формы поверхности S. Это следует из положения, вытекающего из определения $\vec{B} = \operatorname{rot}\vec{A}$ и теоремы Стокса:

$$\Phi = \int\limits_S B_n dS = \int\limits_S \operatorname{rot}_n \vec{A}\, dS = \oint\limits_L \vec{A}\, d\vec{l} = \oint\limits_L A_l\, dl. \qquad (34.1)$$

Таким образом, магнитный поток через поверхность S можно вычислить как циркуляцию векторного потенциала $\vec{A}$ по контуру L, ограничивающему эту поверхность. Этот метод вычисления, предложенный Максвеллом, очень удобен при решении многих конкретных задач на электромагнитную индукцию.

Итак,

$$\delta\mathcal{A} = I\,\Delta\Phi, \qquad (34.2)$$

т. е. работа магнитного поля при произвольном перемещении контура с током равна произведению тока на изменение магнитного потока через этот контур. При перемещениях контура, не приводящих к изменению магнитного потока, работа магнитного поля равна нулю.

Вводя обозначение

$$U = I\Phi, \qquad (34.3)$$

можно равенство (34.2) привести к виду

$$\delta\mathcal{A} = -(\delta U)_I, \qquad (34.4)$$

где индекс I при δU означает постоянство тока. Таким образом, работа сил магнитного поля равна убыли функции U, которая играет роль потенциальной или силовой функции тока в магнитном поле. Если эта функция выражена в обобщенных координатах, то сила Q_i, действующая на контур с током по направлению одной из этих координат q_i, будет равна:

$$Q_i = -\left(\frac{\partial U}{\partial q_i}\right)_I. \qquad (34.5)$$

Сопоставляя полученные выражения с формулами для механических сил электростатического поля, можно, казалось бы, отождествить функцию U с потенциальной энергией магнитного поля. Такое заключение является, однако, несостоятельным, поскольку перемещение проводника в магнитном поле сопровождается также работой ЭДС индукции, возникающей под действием магнитного поля в движущемся проводнике. Тем не менее в руководствах по электродинамике и электротехнике часто называют функцию U энергией, хотя это справедливо лишь в том смысле, что силы магнитного поля связаны с U той же зависимостью, с какой силы электростатического (и вообще, консервативного) поля связаны с потенциальной энергией этого поля.

Выводя контур из поля и суммируя $\delta\mathcal{A}$, записанную в виде (34.2)—(34.4), получаем максимальную работу поля, которую называют также магнитной энергией тока:

$$W = -U. \tag{34.6}$$

Появляющаяся здесь постоянная интегрирования не учитывается.

Итак, для линейных токов можно потенциальную функцию и магнитную энергию тока выразить через векторный потенциал

$$W = -U = I\oint_L \vec{A}\,d\vec{l}. \tag{34.7}$$

Рассмотрим случай объемных токов; согласно $I\,d\vec{l} = \vec{j}\,dV$

$$W = -U = \int_V \vec{A}\vec{j}\,dV. \tag{34.8}$$

Уравнения (34.7)—(34.8) обычно истолковываются в том смысле, что элемент тока $I\,d\vec{l}$ (или $\vec{j}dV$) обладает во внешнем магнитном поле магнитной энергией $I\vec{A}\,d\vec{l}$ (или $\vec{A}\vec{j}\,dV$). Если q_i является угловой координатой и ее изменение связано с поворотом контура с током вокруг некоторой оси, то формула (34.5) определяет вращающий момент сил магнитного поля относительно этой оси (см. упр. 32).

§ 35. ЭНЕРГИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТОКОВ. КОЭФФИЦИЕНТ ВЗАИМНОЙ ИНДУКЦИИ

Пусть имеются два неподвижных линейных контура, называемых условно первым и вторым (рис. 65). Введем обозначения $\vec{B}_1$, $\vec{A}_1$ для векторов поля первого контура с током I_1; соответственно через $\vec{B}_2$, $\vec{A}_2$ обозначим векторы поля тока I_2 второго контура. Часть магнитного потока, создаваемого линейным током I_1 первого контура, проходит сквозь второй контур (говорят, что эти контуры индуктивно связаны); обозначим его через Φ_{12}. Его значение сложным образом зависит от формы и размеров обоих контуров, их взаимного расположения, магнитных свойств