отождествить функцию U с потенциальной энергией магнитного поля. Такое заключение является, однако, несостоятельным, поскольку перемещение проводника в магнитном поле сопровождается также работой ЭДС индукции, возникающей под действием магнитного поля в движущемся проводнике. Тем не менее в руководствах по электродинамике и электротехнике часто называют функцию U энергией, хотя это справедливо лишь в том смысле, что силы магнитного поля связаны с U той же зависимостью, с какой силы электростатического (и вообще, консервативного) поля связаны с потенциальной энергией этого поля.

Выводя контур из поля и суммируя $\delta\mathcal{A}$, записанную в виде (34.2)—(34.4), получаем максимальную работу поля, которую называют также магнитной энергией тока:

$$W = -U. \tag{34.6}$$

Появляющаяся здесь постоянная интегрирования не учитывается.

Итак, для линейных токов можно потенциальную функцию и магнитную энергию тока выразить через векторный потенциал

$$W = -U = I\oint\limits_L \vec{A}\,d\vec{l}. \tag{34.7}$$

Рассмотрим случай объемных токов; согласно $I\,d\vec{l} = \vec{j}\,dV$

$$W = -U = \int\limits_V \vec{A}\vec{j}\,dV. \tag{34.8}$$

Уравнения (34.7)—(34.8) обычно истолковываются в том смысле, что элемент тока $I\,d\vec{l}$ (или $\vec{j}dV$) обладает во внешнем магнитном поле магнитной энергией $I\vec{A}\,d\vec{l}$ (или $\vec{A}\vec{j}\,dV$). Если q_l является угловой координатой и ее изменение связано с поворотом контура с током вокруг некоторой оси, то формула (34.5) определяет вращающий момент сил магнитного поля относительно этой оси (см. упр. 32).

§ 35. ЭНЕРГИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТОКОВ. КОЭФФИЦИЕНТ ВЗАИМНОЙ ИНДУКЦИИ

Пусть имеются два неподвижных линейных контура, называемых условно первым и вторым (рис. 65). Введем обозначения $\vec{B}_1$, $\vec{A}_1$ для векторов поля первого контура с током I_1; соответственно через $\vec{B}_2$, $\vec{A}_2$ обозначим векторы поля тока I_2 второго контура. Часть магнитного потока, создаваемого линейным током I_1 первого контура, проходит сквозь второй контур (говорят, что эти контуры индуктивно связаны); обозначим его через Φ_{12}. Его значение сложным образом зависит от формы и размеров обоих контуров, их взаимного расположения, магнитных свойств среды и от тока I_1. Поток Φ_{12} и ток I_1 связаны прямой пропорциональностью:

$$\Phi_{12} = L_{12} I_1, \qquad (35.1)$$

где L_{12} — коэффициент взаимной индукции, зависящий от геометрии контуров и магнитных свойств промежуточной среды. В соответствии с формулой (34.1) можно это переписать так:

$$\Phi_{12} = L_{12} I_1 = \oint\limits_{l_2} \vec{A}_1 \, d\vec{l}_2,$$

где интегрирование производят вдоль второго контура длиной l_2.

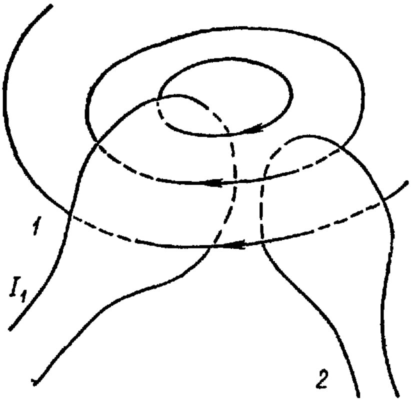

Рис. 65

Используя выражение (27.7) и предполагая наличие среды с проницаемостью μ, запишем выражение для вектор-потенциала в точках второго контура:

$$\vec{A}_1 = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \oint\limits_{l_1} \frac{I_1 \, d\vec{l}_1}{r},$$

отсюда вытекает новое выражение для потока Φ_{12}:

$$\Phi_{12} = \oint\limits_{l_2} \vec{A}_1 \, d\vec{l}_2 = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \oint\limits_{l_1} \oint\limits_{l_2} \frac{I_1 \, d\vec{l}_1 \, d\vec{l}_2}{r} \qquad (35.2)$$

(r — расстояние между элементами dl_1 и dl_2). Если ток постоянен, то I_1 можно вынести за знак интеграла и при сопоставлении с (35.1) получить выражение для коэффициента взаимной индукции:

$$L_{12} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \oint\limits_{l_1} \oint\limits_{l_2} \frac{dl_1 \, dl_2}{r}. \qquad (35.3)$$

Аналогично часть потока, создаваемого током I_2, проходит сквозь первый контур:

$$\Phi_{21} = L_{21} I_2.$$

Проведя те же рассуждения, мы убеждаемся, что

$$L_{12} = L_{21}. \qquad (35.4)$$

Допустим теперь, что ток I_1 изменяется. Вслед за ним изменяется поток Φ_{12}, благодаря чему во втором контуре возникает ЭДС индукции:

$$\mathscr{E}_{12} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -\frac{d}{dt}(L_{12} I_1). \qquad (35.5)$$

Если оба контура неподвижны, не деформируются и магнитные свойства среды неизменны, то $L_{12}=\text{const}$, и мы получим:

$$\mathscr{E}_{12}=-L_{12}\frac{dI_1}{dt}. \qquad (35.6)$$

Если же изменяется ток во втором контуре, то возбуждается ЭДС индукции в первом контуре.

На явлении взаимной индукции основано действие трансформатора. Железный магнитопровод трансформатора служит для увеличения индуктивной связи; благодаря ему через обе его обмотки проходит практически один и тот же магнитный поток.

Согласно уравнениям (34.3) и (35.1) магнитная энергия тока I_2 в поле тока I_1 равна:

$$W_{12}=-U_{12}=I_2\Phi_{12}=L_{12}I_1I_2. \qquad (35.7)$$

Таким же образом выражается и магнитная энергия тока I_1 в поле тока I_2:

$$W_{21}=-U_{21}=I_1\Phi_{21}=L_{21}I_2I_1.$$

Если токи I_1 и I_2 нельзя считать линейными, то необходимо ввести в рассмотрение объемные плотности токов $\vec{j}_1$ (в элементе объема dV_1 первого контура) и $\vec{j}_2$ (в элементе объема dV_2 второго контура). Согласно выражению (34.8)

$$W_{12}=-U_{12}=\int\limits_{V_2}\vec{A}_1\vec{j}_2\,dV_2,\quad W_{21}=-U_{21}=\int\limits_{V_1}\vec{A}_2\vec{j}_1\,dV_1. \qquad (35.8)$$

Внося в эти уравнения выражения для векторных потенциалов $\vec{A}_1$ и $\vec{A}_2$ поля токов $\vec{j}_1$ и $\vec{j}_2$

$$\vec{A}_1=\frac{\mu\mu_0}{4\pi}\int\limits_{V_1}\frac{\vec{j}_1\,dV_1}{r},\quad \vec{A}_2=\frac{\mu\mu_0}{4\pi}\int\limits_{V_2}\frac{\vec{j}_2\,dV_2}{r},$$

получим:

$$W_{12}=-U_{12}=\frac{\mu\mu_0}{4\pi}\int\limits_{V_1}\int\limits_{V_2}\frac{\vec{j}_1\vec{j}_2\,dV_1\,dV_2}{r}=-U_{21}=W_{21}. \qquad (35.9)$$

§ 36. КОЭФФИЦИЕНТ САМОИНДУКЦИИ. ЭНЕРГИЯ СИСТЕМЫ ТОКОВ. ПЛОТНОСТЬ ЭНЕРГИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ТОКОВ

При самоиндукции изменение тока и параметров контура приводит к изменению потока индукции сквозь свой же контур, вследствие чего в нем возбуждается ЭДС индукции. Обычно процесс начинается с изменения тока (при неизменных параметрах контура).